باسمه تعالی

سوالات آزمون شبه نهایی درس **هندسه ۳**	تعداد صفحه:۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: **۷:۳۰ صبح**
پایه دوازدهم دورهٔ دوم متوسطه	تاریخ آزمون:۱۴۰۴/۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**
سوالات آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	سوالات (پاسخ‌برگ دارد.)	نمره

سوالات فصل ۱

۱ (نمره: ۱/۵)

درستی یا نادرستی گزاره زیر را مشخص کنید.

الف) برای دو ماتریس A و B رابطه $|AB| = |BA|$ همواره برقرار است.

ب) به ازای $m = ۲$ دستگاه معادلات خطی $\begin{cases}(m+۱)x + ۳y = m \\ x + (m-۱)y = ۲\end{cases}$ فاقد جواب است.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

پ) اگر $A = \begin{bmatrix}\frac{۳}{۴} & -۱ \\ \frac{۲۵}{۱۶} & -\frac{۳}{۴}\end{bmatrix}$، آنگاه حاصل $A^{۱۴۰۴}$ برابر با ماتریس ..... است.

ت) اگر $A = \begin{bmatrix}\cos ۱۵^\circ & \sin ۱۵^\circ \\ ۲\sin ۱۵^\circ & ۲\cos ۱۵^\circ\end{bmatrix}$ باشد، آنگاه حاصل $|A^{-۱}| = \cdots$ است.

۲ (نمره: ۱/۵)

ماتریس $۲A = \begin{bmatrix}|A| & -۱ \\ ۳ & |A|\end{bmatrix}$ وارون پذیر و $|A| > ۱$ است. حاصل $۳A^{-۱}$ را به‌دست آورید.

۳ (نمره: ۲)

الف) ماتریس $A = [a_{ij}]_{۳\times۳}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases}۲ & ; \left[\frac{i+j}{۲}\right] \le ۱ \\ j - ۲ & ; \left[\frac{i+j}{۲}\right] > ۱\end{cases}$ تعریف شده است. درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس A را محاسبه کنید. ([ ] در ضابطه تابع نماد جزء صحیح است).

ب) ماتریس $B = \begin{bmatrix}۲ & -۳ & -۱ \\ ۱ & ۰ & ۱ \\ -۲ & -۱ & ۳\end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $(I - B)$ را بر حسب ستون سوم محاسبه کنید.

۴ (نمره: ۱)

جواب‌های معادله $\begin{bmatrix}۳ & -۱ & ۰ \\ ۲ & ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۳ \\ x \\ ۱\end{bmatrix} = ۱۷$ را به‌دست آورید. $[-۱ \quad ۲ \quad x]$

سوالات فصل ۲

۵ (نمره: ۱/۵)

دایره به معادله $C: x^۲ + y^۲ = ۴$ و خط $d: x + y = ۷$ مفروض‌اند. مکان هندسی مرکز دایره‌های به شعاع واحد را بیابید که هم بردایره C و هم بر خط d مماس باشد. مساله چند جواب دارد؟

۶ (نمره: ۲)

الف) دایره‌ای بر هر دو محور مختصات مماس است و مرکز آن روی خط $x + y = ۶$ قرار دارد، معادلهٔ دایره را بنویسید.

ب) اندازهٔ وتری که دایره $C: x^۲ + y^۲ - ۸x = ۳۴$ روی خط $۳x - ۴y + ۱۳ = ۰$ جدا می‌کند را به‌دست آورید.

۷ (نمره: ۱/۵)

یک بیضی با قطر بزرگ وکوچک $۲a$ و $۲b$ مفروض است. دایره‌ای هم‌مرکز با بیضی از کانون‌های بیضی عبور می‌کند و بیضی را در ۴ نقطه قطع می‌کند، یکی از نقاط برخورد را M می‌نامیم. ثابت کنید:

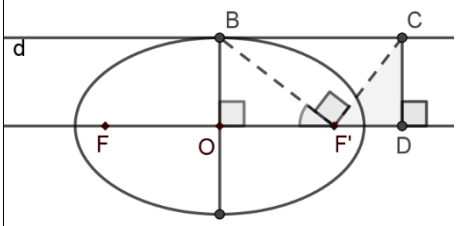
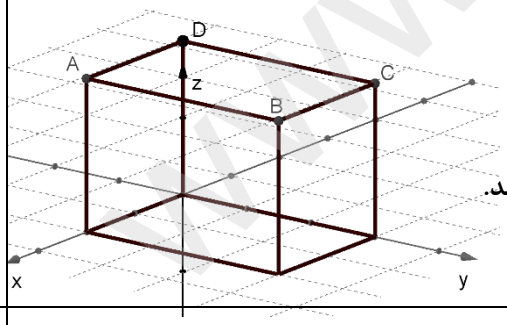
الف) مثلث MFF' قائم‌الزوایه است.

ب) مساحت مثلث MFF' برابر با $b^۲$ است.

ادامه سوالات در صفحه دوم

باسمه تعالی

سوالات آزمون شبه نهایی درس **هندسه ۳**	تعداد صفحه:۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: **۷:۳۰ صبح**
پایه دوازدهم دورهٔ دوم متوسطه	تاریخ آزمون:۱۴۰۴/۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**
سوالات آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

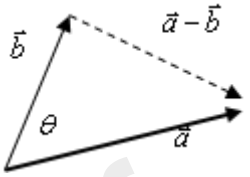
ردیف	سوالات (پاسخ‌برگ دارد.)	نمره
۸	یک آینه مقعر سهمی شکل داریم، (بیرون سهمی جیوه و داخل سهمی آینه است.) که مختصات کانون نقطه $(-۳,۲)$ و معادله خط هادی آن $x = ۱$ است. الف) معادله سهمی را بنویسید. ب) اگر پرتو نوری در داخل سهمی از کانون عبور کند و در نقطه به طول -۳ با سهمی برخورد کند، معادلهٔ پرتوی بازتابش را بنویسید.	۲
۹	خروج از مرکز بیضی روبرو برابر $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ و قطر کوچک آن ۲ است، خط d از نقطهٔ B موازی قطر بزرگ بیضی رسم شده است و پاره خطهای $F'C$ و BF' بر هم عمود هستند. پاره خط CD موازی قطر کوچک بیضی رسم شده است. الف) زاویهٔ $\widehat{BF'O}$ چند درجه است؟ ب) مساحت مثلث $F'CD$ را به‌دست آورید. 	۱
	سوالات فصل ۳	
۱۰	درستی یا نادرستی گزاره زیر را مشخص کنید. الف) برای سه بردار مخالف صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$، اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ باشد، آنگاه $\vec{b} = \vec{c}$. جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. ب) برای بردارهای واحد محورهای مختصات، حاصل $\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{k})$ برابر با بردار ..... است.	۰/۵
۱۱	نمودار مربوط به روابط $x^۲ + y > ۲$ و $-۱ < y < ۱$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.	۱
۱۲	اگر $D = (۰ , ۰ , ۳)$ باشد، با توجه به شکل روبرو پاسخ دهید: الف) معادله پاره‌خط BC را بنویسید. ب) معادله صفحه شامل نقاط A، B و C را بنویسید. پ) مختصات یک نقطه دلخواه (به جز D و C) از پاره‌خط DC را بنویسید. 	۱/۵
۱۳	سه بردار $\vec{a} = ۲\vec{i} + ۲\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{k}$ و $\vec{c} = (۰, ۲, ۱)$ در نظر بگیرید. الف) زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را بیابید. ب)نشان دهید سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{b} - \vec{c}$ در یک صفحه قرار دارند.	۲

ادامه سوالات در صفحه سوم

www.kanoon.ir

باسمه تعالی

سوالات آزمون شبه نهایی درس **هندسه ۳**	تعداد صفحه:۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: **۷:۳۰ صبح**
پایه دوازدهم دورهٔ دوم متوسطه	تاریخ آزمون:۱۴۰۴/۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**
سوالات آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش

ردیف	سوالات (پاسخ‌برگ دارد.)	نمره
۱۴	دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دارای طول‌های مساوی و زاویهٔ بین این دو بردار θ است. با توجه به شکل،ثابت کنید: $\lvert\vec{a}-\vec{b}\rvert = ۲\lvert\vec{a}\rvert \sin\frac{\theta}{۲}$ 	۱
	موفق و سربلند باشید. **جمع نمره**	۲۰

www-kanoon-ir

بسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس **هندسه ۳**	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دورهٔ دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱ — نمره: ۱/۵

الف) نادرست (۰/۲۵) تمرین ۱ ص ۳۰ ب) درست (۰/۲۵) ص ۲۶

پ) $A^۲ = -I \longrightarrow A^{۱۴۰۴} = (A^۲)^{۷۰۲} = I$ (۰/۵) تمرین ۵ ص ۲۰

ت) $|A| = ۲\cos ۳۰^\circ \xrightarrow{|A|=\sqrt{۳}} \sqrt{۳} \times \frac{۱}{\sqrt{۳}} = ۱$ (۰/۵) فصل اول

۲ — نمره: ۱/۵

$\underbrace{|۲A|}_{۴|A|} = |A|^۲ + ۳ \xrightarrow{(۰/۵)} \underbrace{|A| = ۱ , |A| = ۳}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{|A|>۱} |A| = ۳$ (۰/۲۵)

$۳A^{-۱} = ۳\left(\frac{۱}{۳}\begin{bmatrix} \frac{۳}{۲} & \frac{۱}{۲} \\ -\frac{۳}{۲} & \frac{۳}{۲} \end{bmatrix}\right)$ (۰/۲۵) $= \begin{bmatrix} \frac{۳}{۲} & \frac{۱}{۲} \\ -\frac{۳}{۲} & \frac{۳}{۲} \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) فصل اول

۳ — نمره: ۲

الف) $A = \begin{bmatrix} ۲ & \dots & \dots \\ \dots & ۰ & \dots \\ \dots & \dots & ۱ \end{bmatrix}$ (۰/۵) تمرین ۵ ص ۲۰

ب) $I - B = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ & -۳ & -۱ \\ ۱ & ۰ & ۱ \\ -۲ & -۱ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ & ۳ & ۱ \\ -۱ & ۱ & -۱ \\ ۲ & ۱ & -۲ \end{bmatrix}$ (۰/۵) ص ۲۷

$|I - B| = \underbrace{(-۱)^{۱+۳}(۱)\begin{vmatrix} -۱ & ۱ \\ ۲ & ۱ \end{vmatrix} + (-۱)^{۲+۳}(-۱)\begin{vmatrix} -۱ & ۳ \\ ۲ & ۱ \end{vmatrix} + (-۱)^{۳+۳}(-۲)\begin{vmatrix} -۱ & ۳ \\ -۱ & ۱ \end{vmatrix}}_{(۰/۷۵)} = -۱۴$ (۰/۲۵)

۴ — نمره: ۱

$\begin{bmatrix} -۱ & ۲ & x \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & -۱ & ۰ \\ ۲ & ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ \\ x \\ ۱ \end{bmatrix} = ۱۷ \rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} x+۱ & ۳-x & ۲x+۲ \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)}\begin{bmatrix} ۳ \\ x \\ ۱ \end{bmatrix} = ۱۷ \rightarrow \underbrace{-x^۲ + ۵x + ۵}_{(۰/۲۵)} = ۱۷$

$\rightarrow -x^۲ + ۸x - ۱۲ = ۰ \rightarrow \underbrace{x = ۲ , x = ۶}_{(۰/۵)}$ ص ۲۰

با توجه به شرکت‌پذیری ضرب ماتریس‌ها به روش صحیح دیگر نیز نمره تعلق می‌گیرد.

۵ — نمره: ۱/۵

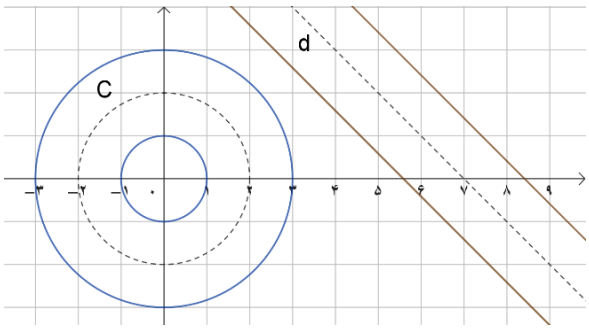
روش اول:

مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر دایره $C: x^۲ + y^۲ = ۴$ مماس باشد دو دایره با مرکز $(۰,۰)$ و شعاع‌های ۳ و ۱ است. (۰/۵)

مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر خط $d: x + y = ۷$ مماس باشد دوخط l و l' به موازات خط d و به فاصلهٔ ۱ از آن است. (۰/۵)

دو دایره و دوخط هیچ نقطه برخوردی ندارند. بنابراین مساله فاقد جواب است. (۰/۵)

روش دوم: رسم شکل



رسم d و خطوط موازی (۰/۵)

رسم C و دو دایره هم‌مرکز (۰/۵)

دو دایره و دوخط هیچ نقطه برخوردی ندارند. بنابراین مساله فاقد جواب است. (۰/۵)

تمرین ۱ ص ۳۹

ادامه راهنمای تصحیح در صفحهٔ دوم

www.kanoon.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس **هندسه ۳**	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دورهٔ دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۶ — نمره: **۲**

الف)

روش اول:

مرکز دایره روی خط $x+y=۶$: $O=(a\,,۶-a)$ (۰/۲۵)

فاصلهٔ مرکز از دو خط $x=۰$ و $y=۰$ یکسان و با شعاع دایره مساوی است:

$$\begin{cases} d=a \\ d'=۶-a \end{cases} \rightarrow a=۳ \rightarrow \begin{cases} O=(۳,۳) \\ r=۳ \end{cases} (۰/۵) \rightarrow C:(x-۳)^۲+(y-۳)^۲=۹ \quad (۰/۲۵)$$

روش دوم:

مرکز دایره‌هایی که بر هر دو محور مماس هستند، روی خطوط $y=\pm x$ قرار دارد. همچنین مرکز دایره روی خط $x+y=۶$ است. بنابراین مرکز دایره روی خط $y=+x$ و $x+y=۶$ قرار دارد. (۰/۲۵) بنابراین مرکز دایره $(۳,۳)$ و شعاع ۳ است.(۰/۵) معادله دایره برابر با $C:(x-۳)^۲+(y-۳)^۲=۹$ (۰/۲۵)

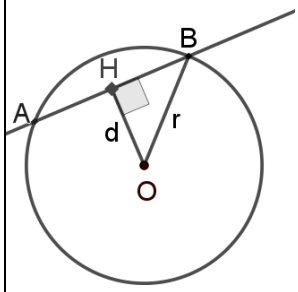
تمرین ۱ ص ۴۶

ب)

$$C: x^۲+y^۲-۸x=۳۴ \rightarrow O=(۴,۰)\,,r=\sqrt{۵۰} \quad (۰/۲۵)$$

فاصله مرکز دایره تا خط برابر است با:

$$OH=\frac{|۳(۴)-۴(۰)+۱۳|}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}=\frac{۲۵}{۵}=۵ \quad (۰/۲۵)$$



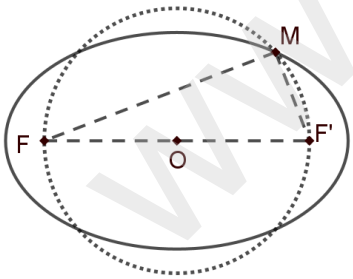
قطر عمود بر وتر آن را نصف می‌کند.، بنا بر رابطه فیثاغورس در مثلث داریم:

$$BH^۲+OH^۲=r^۲ \rightarrow BH^۲+۲۵=۵۰ \rightarrow BH=۵\,,AB=۲BH=۱۰ \quad (۰/۵)$$

کار در کلاس ص ۴۳

۷ — نمره: **۱/۵**

الف)



زاویه FMF' زاویه محاطی روبرو به قطر دایره است، بنابراین قائمه است. پس مثلث FMF' قائم‌الزاویه است. (۰/۲۵)

ب)

نقطه M روی بیضی قرار دارد: $MF+MF'=۲a$ (۰/۲۵)

بنا بر رابطه فیثاغورس در مثلث MFF' داریم :

$$MF^۲+MF'^۲=FF'^۲ \rightarrow (\overbrace{MF+MF'}^{۲a})^۲-۲MF\times MF'=۴c^۲ \quad (۰/۵)$$

$$۲MF\times MF'=۴(\underbrace{a^۲-c^۲}_{b^۲}) \quad (۰/۲۵) \rightarrow S_{MFF'}=\frac{۱}{۲}MF\times MF'=b^۲ \quad (۰/۲۵)$$

تمرین ۴ ص ۵۷

ادامه راهنمای تصحیح در صفحهٔ سوم

www.karnoor.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس **هندسه ۳**	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دورهٔ دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۸ — نمره: ۲

الف)

$\begin{cases} A(-۱,۲) \\ a=۲ \end{cases}$ (۰/۵) $\rightarrow (y-۲)^۲ = -۸(x+۱)$ (۰/۵)

مثال ص ۵۴

ب)

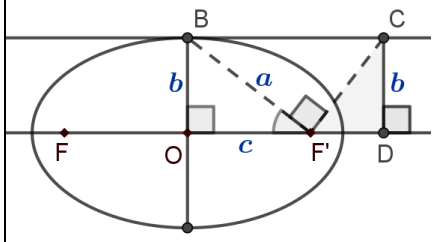
پرتویی که در داخل سهمی از کانون عبور کند، به موازات محور کانونی سهمی $y=۲$ بازتاب می‌کند. بنابراین پرتوهای بازتابش موازی این خط هستند. (۰/۲۵)

$(y-۲)^۲ = -۸(x+۱) \xrightarrow{x=-۳} \begin{cases} P:(-۳,-۲) \\ P':(-۳,۶) \end{cases}$ (۰/۵) $\rightarrow y=۶$ و $y=-۲$ (۰/۲۵)

ص ۵۶

۹ — نمره: ۱

الف)



$\Delta BOF': \cos \widehat{BF'O} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \widehat{BF'O} = ۴۵^\circ$ (۰/۲۵)

ب)

با توجه به شکل $\widehat{CF'D} = ۴۵^\circ$ و مثلث $F'CD$ قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است. (۰/۲۵)

$\Delta DCF': CD = DF' = b = ۱$ (۰/۲۵) $\rightarrow S = \frac{۱}{۲} FD \times FC = \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)

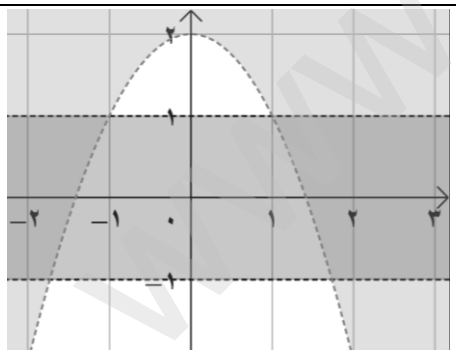
تمرین ۵ و ۶ ص ۵۸

۱۰ — نمره: ۰/۵

الف) نادرست (۰/۲۵) تمرین ۶ ص ۸۴

ب) $-\vec{k}$ (۰/۲۵) ص ۸۲

۱۱ — نمره: ۱



رسم نمودار $x^۲ + y > ۲$ (۰/۲۵)

رسم نمودار $-۱ < y < ۱$ (۰/۲۵)

مشخص کردن اشتراک دو نمودار (۰/۵)

کار در کلاس ص ۶۳

۱۲ — نمره: ۱/۵

الف)

$\begin{cases} ۰ \le x \le ۲ \\ y=۳ \\ z=۳ \end{cases}$ (۰/۷۵)

ب)

$z=۳$ (۰/۲۵)

پ) $(۳, a, ۰)$ که در آن a عددی بین ۰ تا ۳ باشد. (۰/۵)

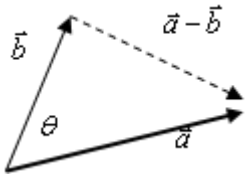
کار در کلاس ص ۶۸

ادامه راهنمای تصحیح در صفحهٔ چهارم

www.kanoon.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس **هندسه ۳**	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دورهٔ دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	الف) $\vec{a}.\vec{b} = \|a\|\|b\|\cos\theta \rightarrow ۳ = (۳)(\sqrt{۲})\cos\theta$ (۰/۷۵) $\rightarrow \cos\theta = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{۴}$ یا $\theta = ۴۵°$ (۰/۲۵) مثال ص ۸۸ ب) $\vec{b} - \vec{c} = (۱, -۲, -۲)$(۰/۲۵) $\|\vec{a}.\vec{b} \times (\vec{b} - \vec{c})\| = \begin{vmatrix} ۲ & ۲ & -۱ \\ ۱ & ۰ & -۱ \\ ۱ & -۲ & -۲ \end{vmatrix}$ (۰/۵) $= ۰$ (۰/۲۵) به روش‌های مختلف نوشتن ضرب مختلط نمره تعلق می‌گیرد. ص ۸۳	۲
۱۴	با توجه به شکل:  $\|\vec{a}-\vec{b}\|^۲ = \|\vec{a}\|^۲ + \|\vec{b}\|^۲ - ۲\|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\cos\theta$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{\|\vec{a}\|=\|\vec{b}\|}$ $\|\vec{a}-\vec{b}\|^۲ = ۲\|\vec{a}\|^۲ - ۲\|\vec{a}\|^۲\cos\theta$ (۰/۲۵) $= ۲\|\vec{a}\|^۲(۱-\cos\theta)$(۰/۲۵) $\xrightarrow{۱-\cos\theta = ۲\sin^۲\frac{\theta}{۲}} \|\vec{a}-\vec{b}\| = ۲\|\vec{a}\|\sin\frac{\theta}{۲}$ (۰/۲۵) ص ۷۷	۱
	موفق و سربلند باشید.	**جمع نمره** ۲۰