جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

دبیرخانه تحول در فرایند یاددهی و یادگیری

آزمون شبه‌نهایی

درس: هندسه ۳	رشته : ریاضی و فیزیك	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه نظری	ساعت شروع : ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/ ۱۲

جهت دسترسی به فایل هر کیوآرکد، آن‌ها را انتخاب یا اسکن کنید.

راهنمـــای تصحیح
جهت آشنایی دانش‌آموزان با بارم‌بندی
فعال‌سازی ساعت ۲۰

پاسخبرگ آزمـون
فعـــال

پاسخ‌نمای تشریحـی
فعال‌سازی ساعت ۲۰

www-kanoon-ir

باسمه تعالی

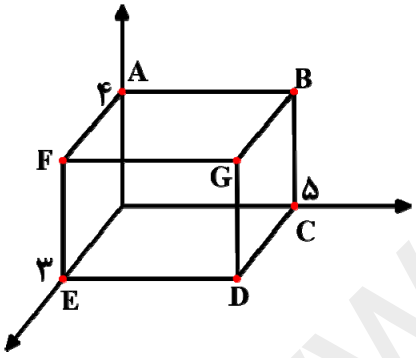
سوالات آزمون شبه نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۳
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه نظری	ساعت شروع : ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۲	نام و نام خانوادگی:

ردیف	سـؤالات (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)	نمره
۱	**درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید:** **الف) دستگاه معادلات** $\begin{cases} -۴x + ۶y = ۲ \\ ۲x - ۳y = ۱ \end{cases}$ **جواب ندارد.** **ب) اگر** $a^۲ + b^۲ < ۴c$**، آنگاه معادلهٔ ضمنی** $x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$ **معادلهٔ یک دایره است.** **ج) هر اندازه که خروج از مرکز یک بیضی به صفر نزدیکتر شود، شکل بیضی به دایره نزدیک‌تر می‌شود.** **د) بردار** $\vec{a} = (۱, ۱, ۱)$ **یک بردار یکه است.**	۱
۲	**جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید:** **الف) اگر** A **یک ماتریس** ۳×۳ **باشد و** $|A| = ۴$**، آنگاه** $|-۲A|$ **برابر . . . . . است.** **ب) در حالتی که صفحهٔ** P **با مولد سطح مخروطی موازی باشد و شامل مولد نباشد، شکل حاصل از سطح مقطع صفحهٔ** P **با سطح مخروطی یک . . . . . است.** **ج) نقطهٔ** $(-۴, ۲, -۱)$ **در ناحیهٔ (بخش) . . . . . فضای** $R^۳$ **قرار دارد.** **د) طول بردار** $\vec{a} = -۳k$ **برابر . . . . . است.**	۱
۳	**ماتریس** $A = [a_{ij}]_{۳\times۳}$ **با ضابطهٔ** $a_{ij} = \begin{cases} i + j & i < j \\ ۲j - i & i = j \\ (-۱)^{i-j} & i > j \end{cases}$ **را در نظر بگیرید. ماتریس** $A - ۲I$ **را به‌دست آورید. (**I **ماتریس همانی است)**	۱
	"ادامهٔ سؤالات در صفحه بعد"	

www.kanoon.ir

۴	اگر دو ماتریس $A=\begin{bmatrix}۱ & b\\ ۲ & a\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}-۱ & ۳\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}$ تعویض‌پذیر باشند (ضرب خاصیت جابجایی داشته باشد)، مقدارهای a و b را بیابید.	۱/۵
۵	ماتریس $\begin{bmatrix}۲-\lvert A\rvert & -۲\\ ۳ & \lvert A\rvert\end{bmatrix}=A$ را درنظر بگیرید. مقدار $\lvert A\rvert$ را بیابید.	۱
۶	با توجه به تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix}۱۴ & ۲۲\\ ۰ & -۱۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ ۳ & ۱\end{bmatrix}A\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ ۲ & -۲\end{bmatrix}$، ماتریس A را بیابید.	۱/۵
۷	جواب دستگاه زیر را در صورت وجود با استفاده از ماتریس وارون به‌دست آورید. $\begin{cases}۲x-y=۱\\ ۴x+۲y=۱۴\end{cases}$	۱
۸	نقاط A ، B و C را در صفحه درنظر بگیرید. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C به فاصلهٔ ۳ سانتی‌متر باشد. (تعداد جواب در حالت‌های مختلف را تعیین کنید.)	۱/۵
۹	معادلهٔ دایره‌ای به مرکز $(۵,۶)$ را بنویسید که بر دایرهٔ $x^۲+y^۲-۲x-۶y+۹=۰$ مماس خارج باشد.	۱/۷۵
۱۰	وضعیت نسبی خط $۲y-۳x=۴$ و دایرهٔ $x^۲+y^۲-۴x+y+۲=۰$ را تعیین کنید.	۱/۲۵
	"ادامهٔ سؤالات در صفحه بعد"	

www-kanoon-ir

۱۱	از یک رأس ناکانونی یک بیضی، فاصلهٔ دو کانون آن با زاویهٔ ۱۲۰ درجه دیده می‌شود. خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۲	هر شعاع نوری که از نقطهٔ $(-۲, ۳)$ به یک بیضی بتابد، بازتاب آن از نقطهٔ $(۶, ۳)$ می‌گذرد. این بیضی بر یکی از محورهای مختصات مماس است. طول قطر بزرگ بیضی را بیابید.	۱/۵
۱۳	سهمی به معادلهٔ $x^۲ - ۴y + ۶x + ۱ = ۰$ را درنظر بگیرید. معادلهٔ خط هادی و مختصات کانون آن را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۴	یک سهمی با مختصات رأس $(-۲, ۲)$ را درنظر بگیرید. پرتوهای نوری که از نقطهٔ $(-۲, ۱)$ به سهمی می‌تابند، به طور موازی بازتاب می‌یابند. معادلهٔ سهمی را بنویسید.	۱/۵
۱۵	با توجه به مکعب مستطیل روبرو، موارد خواسته شده را بنویسید. الف) مختصات نقطهٔ B ب) معادلهٔ خط GF ج) معادلهٔ صفحهٔ GBCD 	۱
۱۶	شکل مربوط به نامعادلات $x^۲ \leq -y, y \geq -۱$ را رسم کنید.	۱
	موفق و پیروز باشید	۲۰ جمع نمره

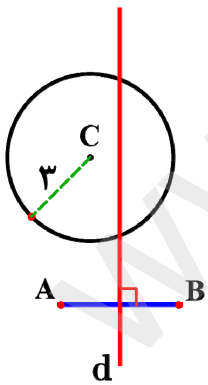
www-kanoon-ir

باسمه تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون شبه نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۵
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه نظری	ساعت شروع : ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۲	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحهٔ ۳) ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحهٔ ۱۲) ج) درست (۰/۲۵) (صفحهٔ ۶۵) د) نادرست (۰/۲۵) (صفحهٔ ۶۳)	۱
۲	الف) ۳۲- (۰/۲۵) (صفحهٔ ۲۹) ب) سهمی (۰/۲۵) (صفحهٔ ۳۵) ج) ششم (۰/۲۵) (صفحهٔ ۶۵) د) ۳ (۰/۲۵) (صفحهٔ ۷۰)	۱
۳	$\underbrace{\mathbf{A}=\begin{bmatrix}۱ & ۳ & ۴\\ -۱ & ۲ & ۵\\ ۱ & -۱ & ۳\end{bmatrix}}_{(۰/۷۵)} \Rightarrow \underbrace{\mathbf{A}-۲\mathbf{I}=\begin{bmatrix}-۱ & ۳ & ۴\\ -۱ & ۰ & ۵\\ ۱ & -۱ & ۱\end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)}$ (صفحهٔ ۲۰)	۱
۴	$\left.\begin{aligned}&\underbrace{\mathbf{A}\times\mathbf{B}=\begin{bmatrix}۱ & \mathbf{b}\\ ۲ & \mathbf{a}\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-۱ & ۳\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱+\mathbf{b} & ۳-\mathbf{b}\\ -۲+\mathbf{a} & ۶-\mathbf{a}\end{bmatrix}}_{(۰/۵)}\\ &\underbrace{\mathbf{B}\times\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-۱ & ۳\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱ & \mathbf{b}\\ ۲ & \mathbf{a}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵ & ۳\mathbf{a}-\mathbf{b}\\ -۱ & \mathbf{b}-\mathbf{a}\end{bmatrix}}_{(۰/۵)}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \underbrace{\mathbf{a}=۱}_{(۰/۲۵)}, \underbrace{\mathbf{b}=۶}_{(۰/۲۵)}$ (صفحهٔ ۲۱)	۱/۵
۵	$\underbrace{|\mathbf{A}|=(۲-|\mathbf{A}|)|\mathbf{A}|+۶}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{|\mathbf{A}|^۲-|\mathbf{A}|-۶=۰ \Rightarrow \begin{cases}|\mathbf{A}|=۳\\ |\mathbf{A}|=-۲\end{cases}}_{(۰/۵)}$ (صفحهٔ ۳۰)	۱
	"ادامهٔ پاسخ در صفحه بعد"	

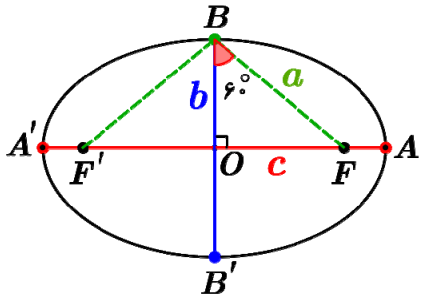
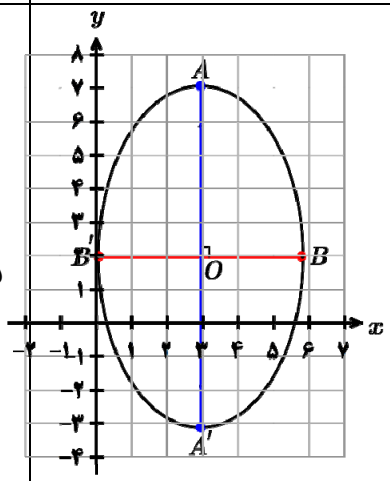
www.kanoon.ir

۶	$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ ۲ & -۲\end{bmatrix}, \mathbf{C}=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ ۳ & ۱\end{bmatrix}, \mathbf{D}=\begin{bmatrix}۲۲ & ۱۴\\ -۱۰ & ۰\end{bmatrix}$ $\Rightarrow \mathbf{A}=\mathbf{B}^{-۱}\mathbf{D}\mathbf{C}^{-۱}=\underbrace{\frac{۱}{-۱۴}\begin{bmatrix}-۲ & -۳\\ -۲ & ۴\end{bmatrix}}_{(۰/۵)}\times\begin{bmatrix}۲۲ & ۱۴\\ -۱۰ & ۰\end{bmatrix}\times\underbrace{\frac{۱}{-۵}\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ -۳ & ۱\end{bmatrix}}_{(۰/۵)}=\underbrace{\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}}_{(۰/۵)}$ (صفحهٔ ۲۳)	۱/۵
۷	$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۴ & ۲\end{bmatrix}, \mathbf{B}=\begin{bmatrix}۱\\ ۱۴\end{bmatrix}\Rightarrow \mathbf{A}^{-۱}\mathbf{B}=\underbrace{\frac{۱}{۸}\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ -۴ & ۲\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱\\ ۱۴\end{bmatrix}}_{(۰/۵)}=\underbrace{\begin{bmatrix}۲\\ ۳\end{bmatrix}}_{(۰/۵)}\Rightarrow \mathbf{x}=۲, \mathbf{y}=۳$ (صفحهٔ ۲۴)	۱
۸	عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم می‌کنیم و آن را d می‌نامیم. (۰/۲۵) همچنین، دایره‌ای به شعاع ۳ سانتیمتر و به مرکز C رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) یکی از سه حالت زیر اتفاق می‌افتد: الف) خط d دایره را در دو نقطه قطع می‌کند. در این صورت مسئله ۲ جواب دارد. (۰/۲۵) ب) خط d دایره را در یک نقطه قطع می‌کند (بر دایره مماس است). در این‌صورت مسئله ۱ جواب دارد. (۰/۲۵) ج) خط d دایره را قطع نمی‌کند. در این صورت مسئله جواب ندارد. (۰/۲۵) (صفحهٔ ۳۹)  (۰/۲۵)	۱/۵
	"ادامهٔ پاسخ در صفحه بعد"	

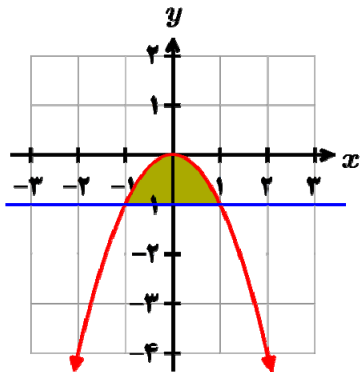
www-kanoon-ir

۹	**روش اول:** $C_1(O_1, r_1): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \overbrace{r_1 = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + (-6)^2 - 4(9)} = 1}^{(0/5)} \\ \underbrace{O_1(\frac{2}{2}, \frac{6}{2}) = (1,3)}_{(0/25)} \end{cases}$ $C_2(O_2, r_2): O_2(5,6), r_2 \qquad \underbrace{d = \lvert O_1O_2 \rvert = \sqrt{(5-1)^2 + (6-3)^2} = 5}_{(0/25)}$ $\underbrace{d = r_1 + r_2 \Rightarrow 5 = 1 + r_2 \Rightarrow r_2 = 4}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{(x-5)^2 + (y-6)^2 = 16}_{(0/25)}$ **روش دوم:** $C_1(O_1, r_1): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \overbrace{r_1 = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + (-6)^2 - 4(9)} = 1}^{(0/25)} \\ \underbrace{O_1(\frac{2}{2}, \frac{6}{2}) = (1,3)}_{(0/25)} \end{cases}$ $C_2(O_2, r_2): \overbrace{O_2(5,6) = (\frac{-a}{2}, \frac{-b}{2}) \Rightarrow a = -10, b = -12}^{(0/25)}$ $\underbrace{d = \lvert O_1O_2 \rvert = \sqrt{(5-1)^2 + (6-3)^2} = 5}_{(0/25)} \qquad \underbrace{d = r_1 + r_2 \Rightarrow 5 = 1 + r_2 \Rightarrow r_2 = 4}_{(0/25)}$ $\Rightarrow \underbrace{4 = \frac{1}{2}\sqrt{(-10)^2 + (-12)^2 - 4c} \Rightarrow c = 45}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2 - 10x - 12y + 45 = 0}_{(0/25)}$ **(صفحهٔ ۴۳)**	۱/۷۵
۱۰	$x^2 + y^2 - 4x + y + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \overbrace{r = \frac{1}{2}\sqrt{(-4)^2 + 1^2 - 4(2)} = \frac{3}{2}}^{(0/25)} \\ \underbrace{O(2, \frac{-1}{2})}_{(0/25)} \end{cases}$ $\overbrace{\lvert OH \rvert = \frac{\lvert 2(\frac{-1}{2}) - 3(2) - 4 \rvert}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{11}{\sqrt{13}}}^{(0/25)}$ $\underbrace{\frac{11}{\sqrt{13}} > \frac{3}{2} \Rightarrow \lvert OH \rvert > r}_{(0/25)}$ **پس خط و دایره نقطه برخورد ندارند. (۰/۲۵)** **(صفحهٔ ۴۵)**	۱/۲۵
	"ادامهٔ پاسخ در صفحه بعد"	

www-kanoon-ir

۱۱	 رسم شکل (۰/۵) $\widehat{FBF'} = ۱۲۰^\circ \Rightarrow \underbrace{\widehat{FBO} = ۶۰^\circ}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{c}{a} = \sin ۶۰^\circ}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}_{(۰/۲۵)}$ (صفحهٔ ۴۹)	۱/۲۵
۱۲	طبق ویژگی بازتابندگی بیضی، $(۳,-۲)$ و $(۳,۶)$ کانون‌های بیضی هستند. (۰/۲۵) بنابراین $c = ۴$. (۰/۲۵) بیضی بر محور yها مماس است. پس $b = ۳$. (۰/۲۵)  $\underbrace{a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow a^۲ = ۳^۲ + ۴^۲}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{a = ۵}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{۲a = ۱۰}_{(۰/۲۵)}$ (صفحهٔ ۵۰)	۱/۵
۱۳	$x^۲ - ۴y + ۶x + ۱ = ۰ \Rightarrow \underbrace{x^۲ + ۶x + ۹ = ۴y - ۱ + ۹ \Rightarrow (x+۳)^۲ = ۴(y+۲)}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{a = ۱}_{(۰/۲۵)}$ سهمی رو به بالاست. پس $F(-۳,-۱)$ کانون آن (۰/۲۵) و $y = -۳$ خط هادی است. (۰/۲۵) (صفحهٔ ۵۵)	۱/۲۵
۱۴	طبق ویژگی بازتابندگی سهمی، $(-۲,۱)$ کانون سهمی است. (۰/۲۵) با توجه به مختصات رأس $(-۲,۲)$، سهمی رو به چپ است (۰/۲۵) و $a = ۱$. (۰/۲۵) پس $\underbrace{(y-\beta)^۲ = -۴a(x-\alpha) \Rightarrow (y+۲)^۲ = -۴(x-۲)}_{(۰/۷۵)}$ (صفحهٔ ۵۷)	۱/۵
	"ادامهٔ پاسخ در صفحه بعد"	

www-karnoon-ir

۱۵	الف) $(۰,۵,۴)$ (۰/۲۵) (صفحهٔ ۶۷) ب) $\begin{cases} x = ۳(۰/۲۵) \\ z = ۴(۰/۲۵) \end{cases}$ ج) $y = ۵$ (۰/۲۵)	۱
۱۶	 رسم سهمی (۰/۵)، رسم خط (۰/۲۵)، رسم قسمت رنگی (۰/۲۵) (صفحهٔ ۶۳)	۱
	موفق و پیروز باشید	جمع نمره ۲۰

همکاران محترم ضمن عرض خسته نباشید و خدا قوت
به راه‌حل‌های درست دیگر به تناسب نمره تعلق گیرد.

این راهنما جهت آشنایی دانش‌آموزان با ریزبارم هر سوال آزمون می‌باشد.