باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه ۳**	مدت امتحان: **۱۳۵ دقیقه**	تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/۱۰/۰۹**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: **ریاضی- فیزیک**	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در **نوبت دی** ماه سال **۱۴۰۲**			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره

استفاده از ماشین حساب ساده(دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۱ (نمره: ۰/۷۵)

جاهای خالی را با عبارات مناسب پرکنید.

الف) در ماتریس قطری $\begin{bmatrix} ۰ & -۳ \\ ۲k-۱ & ۲ \end{bmatrix} = A$، مقدار k برابر ..... است.

ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل ..... است.

پ) حجم متوازی السطوحی که روی بردارهای واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بنا می‌شود، برابر ..... است.

۲ (نمره: ۰/۷۵)

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر $A_{n\times n}$ ماتریس دلخواه و I_n ماتریس‌همانی و $A^۲ - A = I$ باشد، وارون ماتریس A، برابر $(I - A)$ است.

ب) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O,r)$ در صفحه این دایره مماس خارج هستند، دایره $C'(O,۲r)$ است.

پ) بردار $\vec{a} = \left(۰, \frac{۱}{\sqrt{۵}}, \frac{۲}{\sqrt{۵}}\right)$، یک بردار یکه است.

۳ (نمره: ۲)

ماتریس $A = [a_{ij}]_{۳\times ۳}$ که $a_{ij} = \begin{cases} j-۱ & i>j \\ i^۲ - j & i=j \\ ۱-i & i<j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} -۱ & ۱ & ۲ \\ -۲ & -۱ & ۱ \\ ۱ & ۲ & -۱ \end{bmatrix}$ مفروض‌اند.

الف) حاصل $A \times B$ را به دست آورید.

ب) دترمینان ماتریس B را به دست آورید. (با روش دلخواه)

۴ (نمره: ۱/۲۵)

دستگاه $\begin{cases} ۳x - ۴y = ۱ \\ ۲y - x = ۱ \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

۵ (نمره: ۱/۲۵)

اگر A ماتریسی ۳×۳ باشد و $|A| = -۲$، حاصل $|۲A| + |A^{-۱}|^۳$ را محاسبه کنید.

۶ (نمره: ۱)

اگر $A = \begin{bmatrix} ۲x-y & ۵ \\ z & ۴ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۳ & ۲x+y \\ -۳ & ۴ \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشند، حاصل $x^۳ - ۲y + z$ را به‌دست آورید.

۷ (نمره: ۱/۵)

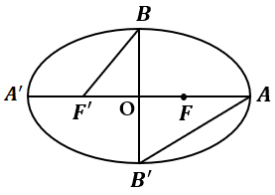
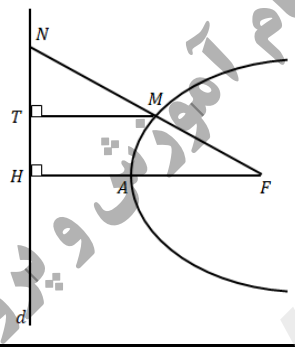
نقطه‌ی A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله‌ی ۳ سانتیمتر و از d به فاصله‌ی ۴ سانتیمتر باشد. (درمورد حالت‌های مختلف جواب بحث کنید.)

ادامه سوالات در صفحه دوم

مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش
www.kanoon.ir

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه ۳**	مدت امتحان: **۱۳۵ دقیقه**	تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/۱۰/۰۹**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: **ریاضی- فیزیک**	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در **نوبت دی** ماه سال **۱۴۰۲**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۸	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(۰,۱)$ بوده و با دایره $(x-۲)^۲+(y-۳)^۲=۱۶$ مماس داخل باشد.	۱/۵
۹	وضعیت خط $x+y=۳$ و دایره $x^۲+y^۲-۲y-۳=۰$ را تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در بیضی زیر، خروج از مرکز برابر $\frac{۴}{۵}$ است. نسبت مساحت مثلث OBF' به مساحت مثلث OAB' را بیابید. 	۱/۵
۱۱	در شکل زیر، سهمی با راس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا d را در نقطه N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA}=\frac{۲NT}{TH}$ 	۱/۵
۱۲	اگر $\|\vec{a}\|=۱۰$ و $\|\vec{b}\|=۲$ و $\vec{a}.\vec{b}=۱۲$ باشند و زاویه بین دو بردار حاده باشد، مقدار $\|\vec{a}\times\vec{b}\|$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}=(۳,-۱,۲)$ و $\vec{b}=(۱,۲,-۱)$ بیابید.	۱
۱۴	اگر $\vec{a}=(۱,-۳,۴)$ و $\vec{b}=۳\vec{i}-۴\vec{j}+۲\vec{k}$ باشند، آنگاه تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{a}-\vec{b}$ بیابید.	۱/۵
۱۵	فرض‌کنید $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی به طول۵ هستند که با یکدیگر زاویه $\frac{\pi}{۴}$ می‌سازند. مساحت مثلثی‌که توسط بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $۲\vec{a}$ تولید می‌شود را بیابید.	۱/۵
	موفق و سربلند باشید. **جمع نمره**	۲۰

مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش
www.kanoon.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: **هندسه ۳**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدت آزمون: **۱۳۵ دقیقه**
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: **۱۴۰۲/۱۰/۰۹**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در **نوبت دی** ماه سال **۱۴۰۲**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱	الف) $k = \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) ص۱۲ ب) دو خط متقاطع (۰/۲۵) ص۳۹ پ) یک (۰/۲۵) ص۸۲ و ص۸۳	۰/۷۵
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ص۲۲ ب) درست (۰/۲۵) ص۳۹ پ) درست (۰/۲۵) ص۷۵	۰/۷۵
۳	ص ۲۱ و ص ۲۸ $A = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۲ & -۱ \\ ۰ & ۱ & ۶ \end{bmatrix}$ (۰/۵) الف) $A \times B = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۰ \\ -۵ & -۴ & ۳ \\ ۴ & ۱۱ & -۵ \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) ب) $\begin{vmatrix} -۱ & ۱ & ۲ \\ -۲ & -۱ & ۱ \\ ۱ & ۲ & -۱ \end{vmatrix} \begin{matrix} -۱ & ۱ \\ -۲ & -۱ \\ ۱ & ۲ \end{matrix}$ $\underbrace{\lvert B\rvert = (-۱ + ۱ - ۸)}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{(-۲ - ۲ + ۲)}_{(۰/۲۵)} = -۶$ (۰/۲۵)	۲
۴	ص ۲۴ $A = \begin{bmatrix} ۳ & -۴ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$ $A^{-۱} = \underbrace{\frac{۱}{۶-۴}}_{(۰/۲۵)} \underbrace{\begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)} = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ \frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲} \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) → $\underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ \frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}}_{(۰/۵)}$	۱/۲۵
۵	ص ۳۱ $\lvert ۲A\rvert + \lvert A^{-۱}\rvert^{۳} = \underbrace{۲^{۳}\lvert A\rvert}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{\frac{۱}{\lvert A\rvert^{۳}}}_{(۰/۵)} = \underbrace{۸(-۲) + \frac{۱}{-۸}}_{(۰/۲۵)} = \frac{-۱۲۹}{۸}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۶	ص ۲۰ $z = -۳$ (۰/۲۵) $\begin{cases} ۲x - y = ۳ \\ ۲x + y = ۵ \end{cases} \Rightarrow x = ۲, y = ۱$ (۰/۵) → $x^{۲} - ۲y + z = -۱$ (۰/۲۵)	۱

ادامه در صفحه دوم

www-kanoon-ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: **هندسه ۳**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدت آزمون: **۱۳۵ دقیقه**
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: **۱۴۰۲/۱۰/۰۹**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در **نوبت دی** ماه سال **۱۴۰۲**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۷ (نمره: ۱/۵)

ص ۳۹ - مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی ثابت ۳ سانتی‌متر هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ سانتی‌متر است.(۰/۲۵) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر باشند، دو خط موازی با d و در طرفین خط d است.(۰/۵) اشتراک این دو مکان هندسی را در نظر می‌گیریم.

اگر دایره دو خط موازی را قطع نکند، جوابی نخواهد داشت. (۰/۲۵)

اگر دایره بر یکی از خطوط موازی مماس باشد، یک جواب دارد. (۰/۲۵)

اگر دایره یکی از دو خط موازی را قطع کند دو جواب خواهد داشت. (۰/۲۵)

(بررسی تعداد حالات با رسم شکل نیز صحیح است و نمره‌ی مربوطه لحاظ گردد.)

۸ (نمره: ۱/۵)

ص ۴۴

$(x-۲)^۲+(y-۳)^۲=۱۶ \quad \rightarrow \quad O'(۲,۳)$ و $r'=۴$ (۰/۲۵)

$d=OO'=\sqrt{(۰-۲)^۲+(۱-۳)^۲}=\sqrt{۸}$ (۰/۲۵)

$|r-r'|=d$ (۰/۲۵) $\rightarrow$ $|r-۴|=\sqrt{۸}$ $\rightarrow$ $r=۴\pm۲\sqrt{۲}$ (۰/۲۵)

$(x-۰)^۲+(y-۱)^۲=(۴\pm۲\sqrt{۲})^۲$ (۰/۵)

۹ (نمره: ۱/۵)

ص ۴۵

روش اول:

$x+y=۳\Longrightarrow y=۳-x$ (۰/۲۵)

$x^۲+y^۲-۲y-۳=۰ \quad \rightarrow \quad x^۲+(۳-x)^۲-۲(۳-x)-۳=۰$ (۰/۲۵)

$۲x^۲-۴x=۰$ (۰/۵)

دلتای معادله‌ی اخیر مثبت است (۰/۲۵) بنابراین دو ریشه متمایز دارد که طول نقاط تقاطع است. پس خط و دایره متقاطع‌اند.(۰/۲۵)

روش دوم:

$x^۲+y^۲-۲y-۳=۰\Rightarrow O(۰,۱)$ و $r=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۲}=۲$ (۰/۵)

$OH=\underbrace{\frac{|۰+۱-۳|}{\sqrt{۱+۱}}}_{(۰/۲۵)}=\sqrt{۲}<۲$ (۰/۵)

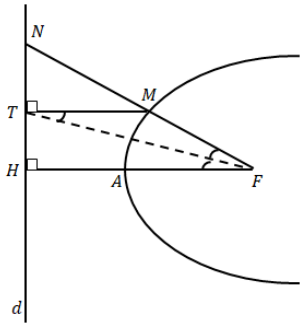
پس خط و دایره متقاطعند. (۰/۲۵)

ادامه در صفحه سوم

www-kanoon-ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: **هندسه ۳**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدت آزمون: **۱۳۵ دقیقه**
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: **۱۴۰۲/۱۰/۰۹**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در **نوبت دی** ماه سال **۱۴۰۲**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	ص ۴۸ $\frac{c}{a}=\frac{۴}{۵}$ (۰/۲۵) $\frac{S_{\Delta OBF'}}{S_{\Delta OAB}}=\frac{\frac{۱}{۲}OB\times OF'\ (۰/۲۵)}{\frac{۱}{۲}OB\times OA\ (۰/۲۵)}=\frac{\frac{۱}{۲}bc\ (۰/۲۵)}{\frac{۱}{۲}ba\ (۰/۲۵)}=\frac{c}{a}=\frac{۴}{۵}\ (۰/۲۵)$	۱/۵
۱۱	ص ۵۸ - بنا به تعریف سهمی $MT=MF$ و لذا مثلث MFT متساوی‌الساقین است پس $\widehat{MTF}=\widehat{MFT}$ (۰/۲۵) از طرفی $FH \parallel MT$ و FT خط مورب می‌باشد پس بنابر قضیه‌ی خطوط موازی و مورب $\widehat{MTF}=\widehat{TFH}$ (۰/۲۵) از دو رابطه‌ی اخیر نتیجه می‌شود که TF نیمساز زاویه‌ی $\widehat{NFH}$ می‌باشد. (۰/۲۵) با استفاده از قضیه‌ی نیمساز در مثلث FHN داریم:  $\underbrace{\frac{NF}{FH}=\frac{NT}{TH}}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow\underbrace{\frac{NF}{۲FA}=\frac{NT}{TH}}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow\frac{NF}{FA}=\frac{۲NT}{TH}\ (۰/۲۵)$ (برای اثبات با استفاده از قضیه تالس نیز نمره لحاظ گردد.)	۱/۵
۱۲	ص۸۴ $\vec{a}\cdot\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\cos\theta\ (۰/۲۵)\quad\rightarrow\quad ۱۲=۱۰\times۲\times\cos\theta\quad\rightarrow\quad\cos\theta=\frac{۳}{۵}\ (۰/۲۵)$ $\sin\theta=\sqrt{۱-\left(\frac{۳}{۵}\right)^{۲}}=\frac{۴}{۵}\ (۰/۵)\qquad(\theta\text{حاده است})$ $\underbrace{\lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\sin\theta}_{(۰/۲۵)}=۲\times۱۰\times\frac{۴}{۵}=۱۶\ (۰/۲۵)$	۱/۵
۱۳	ص ۸۴ $\underbrace{\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}i & j & k\\ ۳ & -۱ & ۲\\ ۱ & ۲ & -۱\end{vmatrix}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\vec{i}\begin{vmatrix}-۱ & ۲\\ ۲ & -۱\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}۳ & ۲\\ ۱ & -۱\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}۳ & -۱\\ ۱ & ۲\end{vmatrix}}_{(۰/۵)}$ $\vec{a}\times\vec{b}=\underbrace{-۳\vec{i}+۵\vec{j}+۷\vec{k}=(-۳,۵,۷)}_{(۰/۲۵)}$	۱

ادامه در صفحه چهارم

www-kanoon-ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: **هندسه ۳**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدت آزمون: **۱۳۵ دقیقه**
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: **۱۴۰۲/۱۰/۰۹**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در **نوبت دی** ماه سال **۱۴۰۲**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	ص ۸۴ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (-۲,۱,۲)$ (۰/۵) $\underbrace{\overrightarrow{a'} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{d}}{\lvert\vec{d}\rvert^۲}\vec{d}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\frac{(-۲-۳+۸)}{(-۲)^۲+۱^۲+۲^۲}(-۲,۱,۲)}_{(۰/۵)} = \underbrace{\left(\frac{-۲}{۳},\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}\right)}_{۰/۲۵}$	۱/۵
۱۵	ص ۸۴ $S = \underbrace{\frac{۱}{۲}\lvert ۲\vec{a}\times(\vec{a}+\vec{b})\rvert}_{(۰/۲۵)} = \frac{۱}{۲}\lvert ۲\vec{a}\times\vec{a} + ۲\vec{a}\times\vec{b}\rvert$ (۰/۲۵) $S = \underbrace{\frac{۱}{۲}\lvert ۰ + ۲\vec{a}\times\vec{b}\rvert}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\,\lvert\sin\theta\rvert}_{(۰/۲۵)} = ۵\times۵\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۲۵\sqrt{۲}}{۲}$ (۰/۲۵)	۱/۵
جمع نمره	**موفق و سربلند باشید.**	**۲۰**