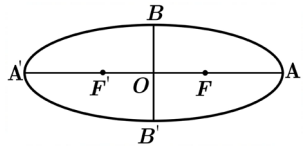
باسمه‌تعالی

| | | | |
|---|---|---|---|
| **سؤالات آزمون هماهنگ کشوری** درس: **هندسه (۳)** | پایه: **دوازدهم** | رشته: **ریاضی و فیزیک** | تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۵** |
| تعداد صفحه: ۲ | مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه** | ساعت شروع: **۱۵:۰۰ به وقت تهران** | نام و نام‌خانوادگی: |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) – شهریور ۱۴۰۵** | | | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir |

| ردیف | سؤالات (پاسخ‌برگ دارد) | نمره |
|---|---|---|
| | **سؤالات فصل اول** | |
| ۱ | درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.<br>الف) هر ماتریس اسکالر یک ماتریس قطری است.<br>ب) اگر $A, B$ و $C$ سه ماتریس مربعی هم‌مرتبهٔ غیرصفر باشند که $AB = AC$، آن‌گاه $B = C$.<br>پ) برای هر دو ماتریس مربعی هم‌مرتبهٔ $A$ و $B$ همواره رابطهٔ $AB + B = B(A + I)$ برقرار است.<br>ت) اگر درایه‌های سطر اول یک ماتریس $۳ \times ۳$ در عدد ۵ ضرب شوند، آن‌گاه دترمینان ماتریس ۱۵ برابر می‌شود. | ۱ |
| ۲ | جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.<br>الف) اگر $A = [a_{ij}]_{۳\times۳}$ ، $a_{ij} = ۲i + j$، آن‌گاه درایهٔ $a_{۲۱}$ برابر ..... است.<br>ب) اگر $A$ یک ماتریس $۳ \times ۱$ و $B$ یک ماتریس $۱ \times ۳$ باشد، آن‌گاه $A \times B$ یک ماتریس از مرتبهٔ ..... است.<br>پ) اگر $A$ ماتریسی مربعی از مرتبهٔ ۲ باشد که $\lvert A\rvert = ۸$، آن‌گاه $\lvert A^{-۱}\rvert$ برابر با ..... است. | ۰/۷۵ |
| ۳ | فرض کنید $A = \begin{bmatrix} a-۴ & ۰ \\ b+۲ & ۱ \end{bmatrix}$ ماتریس همانی باشد، در این صورت مقدار $a - b$ را محاسبه کنید. | ۰/۷۵ |
| ۴ | اگر $A = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix}$، آن‌گاه ماتریس $A^{۲۵}$ را محاسبه کنید. | ۱ |
| ۵ | دستگاه $\begin{cases} ۳x + y = ۷ \\ x + ۲y = ۴ \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید. | ۱/۵ |
| ۶ | دترمینان ماتریس مقابل را با استفاده از یکی از روش های بسط بر حسب سطر اول یا دستور ساروس محاسبه کنید.<br>$A = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۱ \\ ۳ & ۲ & -۱ \\ ۵ & ۱ & -۳ \end{bmatrix}$ | ۱ |
| | **سؤالات فصل دوم** | |
| ۷ | نقاط متمایز $A, B, C$ و $D$ را در یک صفحه در نظر بگیرید. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از $A$ و $B$ به یک فاصله و از $C$ و $D$ نیز به یک فاصله باشد (بحث کنید). | ۱/۵ |
| ۸ | معادلهٔ دایره‌ای را بنویسید که نقطهٔ $O(۱, -۲)$ مرکز آن و $M(۳, ۲)$ نقطه‌ای از آن باشد. | ۱ |

باسمه‌تعالی

| | | | |
|---|---|---|---|
| **سؤالات آزمون هماهنگ کشوری** درس: **هندسه (۳)** | پایه: **دوازدهم** | رشته: **ریاضی و فیزیک** | تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۵** |
| تعداد صفحه: ۲ | مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه** | ساعت شروع: **۱۵:۰۰ به وقت تهران** | نام و نام‌خانوادگی: |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) – شهریور ۱۴۰۵** | | | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir |

| ردیف | سؤالات (پاسخ‌برگ دارد) | نمره |
|---|---|---|
| ۹ | وضعیت خط به معادلهٔ $x+y=۳$ و دایرهٔ $x^۲+y^۲-۴x+۶y+۴=۰$ را نسبت به هم مشخص کنید. | ۱/۲۵ |
| ۱۰ | نقاط $B=(۲,۱)$ و $B'=(۲,-۵)$ دو سر قطرکوچک یک بیضی با فاصلهٔ کانونی ۸ واحد هستند. اندازهٔ قطر بزرگ و خروج از مرکز بیضی را به‌دست آورید. | ۱/۲۵ |
| ۱۱ | در بیضی مقابل اندازهٔ قطرها ۴ و ۸ سانتی‌متر است، فاصلهٔ کانونی و اندازهٔ زاویهٔ $\widehat{OBF}$ را به‌دست آورید.   | ۱/۵ |
| ۱۲ | سهمی به معادلهٔ $y^۲-۲y+۸x+۹=۰$ را در نظر بگیرید.<br>الف) مختصات کانون و معادلهٔ خط هادی این سهمی را بنویسید.<br>ب) نمودار این سهمی را رسم کنید. | ۱/۵ |
| | **سؤالات فصل سوم** | |
| ۱۳ | فرض کنید $\vec{a}=(۲,-۱,۷)$ و $\vec{b}=۵\vec{i}-۳\vec{j}+۲\vec{k}$ ، در این‌صورت بردار $\vec{c}=۳\vec{a}-\vec{b}$ را محاسبه کنید. | ۱ |
| ۱۴ | برای دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید:<br>$\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمود هستند $\Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b}=۰$ | ۱ |
| ۱۵ | اگر $\vec{a}=(۱,-۲,-۳)$ و $\vec{b}=(۲,۱,-۱)$ باشند، آن‌گاه تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ به‌دست آورید. | ۱/۲۵ |
| ۱۶ | فرض کنید زاویهٔ بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ تند(حاده) باشد، در این صورت اگر $\lvert\vec{a}\rvert=۴$ ، $\lvert\vec{b}\rvert=۱$ ، $\lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert=۲$ ، آن‌گاه مقدار $\vec{a}.\vec{b}$ را محاسبه کنید. | ۱/۵ |
| ۱۷ | حجم متوازی‌السطوحی را به‌دست آورید که توسط بردارهای $\vec{a}=(-۲,۰,۲)$ ، $\vec{b}=(۱,۳,۴)$ و $\vec{c}=(-۱,۱,۲)$ تولید می‌شود. | ۱/۲۵ |
| | موفق باشید. جمع نمره | ۲۰ |

باسمه تعالی

| | | | |
|---|---|---|---|
| **راهنمای نمره گذاری** آزمون هماهنگ کشوری درس: **هندسه (۳)** | پایه: **دوازدهم** | تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۵** | |
| رشته: **ریاضی و فیزیک** | تعداد صفحه: **۹** | مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه** | ساعت شروع: **۰۰ : ۱۵ به وقت تهران** |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) – شهریور۱۴۰۵** | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir | | |

| ردیف | راهنمای نمره‌گذاری | نمره |
|---|---|---|

**همکار محترم، با عرض سلام و خداقوت و تشکر از زحمات شما، لطفاً به موارد زیر دقت فرمایید:**

۱. تأکید می‌شود که ملاک نمره‌گذاری، راهنمای نمره‌گذاری است، لذا از اعمال سلیقه خودداری شود.

۲. معمولاً، رسیدن به جواب نهایی سؤال، در چند مرحله انجام می‌شود. درصورتی‌که دانش‌آموز در مراحل ابتدایی اشتباه کرده اما با توجه به آن اشتباه بقیه موارد را درست انجام داده باشد، فقط نمره آن اشتباه کسر و به بقیه مراحل درست، نمره داده شود.

۳. در صورتی که دانش‌آموز فقط پاسخ نهایی را نوشته باشد، ۰/۲۵ نمره تعلق گیرد.

**۱** — نمره: ۱

الف) درست (۰ / ۲۵) صفحه ۱۲ ب) نادرست (۰ / ۲۵) صفحه ۲۰

پ) نادرست (۰ / ۲۵) صفحه ۲۰ ت) نادرست (۰ / ۲۵) صفحه ۳۱

**۲** — نمره: ۰/۷۵

الف) ۵ (۰ / ۲۵) صفحه ۱۱ ب) ۱ یا $۱\times ۱$ (۰ / ۲۵) صفحه ۱۷ پ) $\frac{۱}{۸}$ (۰ / ۲۵) صفحه ۲۹

**۳** — نمره: ۰/۷۵

$$\begin{cases} a-۴=۱ \rightarrow a=۵ & (۰ / ۲۵) \\ b+۲=۰ \rightarrow b=-۲ & (۰ / ۲۵) \end{cases} \rightarrow a-b=۵-(-۲)=۷ \quad (۰ / ۲۵)$$

صفحه ۱۹

**۴** — نمره: ۱

نوشتار اول:

$$A^۲=\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix} \quad (۰ / ۵)$$

$$\underbrace{A^{۲۵}=A^{۲۳}\times A^۲}_{(۰/۲۵)}=A^{۲۳}\times \overline{O}=\underbrace{\overline{O}}_{(۰/۲۵)}$$

نوشتار دوم:

$$A^۲=\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix} \quad (۰ / ۵)$$

$$\underbrace{A^{۲۵}=A\times (A^۲)^{۱۲}}_{(۰/۲۵)}=A\times (\overline{O})^{۱۲}=A\times \overline{O}=\underbrace{\overline{O}}_{(۰/۲۵)}$$

تذکر۱: به تجزیه $A^{۲۵}$ بر حسب توان‌های کوچک‌تر، به شکل درست دیگر، (۰ / ۲۵) نمره آن قسمت تعلق گیرد.

صفحه ۲۰

**۵** — نمره: ۱/۵

$$AX=B \rightarrow \begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۷ \\ ۴ \end{bmatrix} \rightarrow X=A^{-۱}B \rightarrow X=\underbrace{\frac{۱}{۵}}_{(۰/۲۵)}\underbrace{\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix}}_{(۰/۵)}\underbrace{\begin{bmatrix} ۷ \\ ۴ \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)}=\begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}\begin{matrix} (۰ / ۲۵) \\ (۰ / ۲۵) \end{matrix}$$

تذکر ۱: اگر در بخش انتهایی به جای عبارت $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$ عبارت $\begin{cases} x=۲ \\ y=۱ \end{cases}$ نوشته شود، (۰ / ۵) نمره آن بخش تعلق گیرد.

تذکر ۲: در صورتی که تنها عبارت $\begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۷ \\ ۴ \end{bmatrix}$ نوشته شود، (۰ / ۲۵) نمره تعلق گیرد.

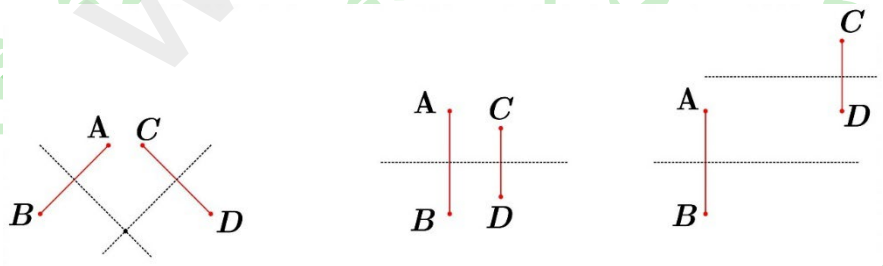
تذکر ۳: (۰ / ۵) نمره بارم ماتریس $\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix}$، به صورت زیر تعلق گیرد:

برای قطر اصلی (۰ / ۲۵) نمره و برای قطر فرعی (۰ / ۲۵) نمره در نظر گرفته شود.

صفحهٔ ۲۴

باسمه تعالی

| | | |
|---|---|---|
| **راهنمای نمره گذاری** آزمون هماهنگ کشوری درس: **هندسه (۳)** | پایه: **دوازدهم** | تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۵** |
| رشته: **ریاضی و فیزیک** | تعداد صفحه: **۹** | مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه** | ساعت شروع: **۰۰ : ۱۵ به وقت تهران** |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) – شهریور۱۴۰۵** | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir | |

| ردیف | راهنمای نمره‌گذاری | نمره |
|---|---|---|
| ۶ | **روش اول:**<br>$\|A\| = \underbrace{(-1)^{2} \times 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}}_{(0/25)} + \underbrace{(-1)^{3} \times 0 \times \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}}_{(0/25)} + \underbrace{(-1)^{4} \times 1 \times \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}}_{(0/25)} = \underbrace{-17}_{(0/25)}$<br>**تذکر ۱:** در صورتی که عبارت $(-1)^{3} \times 0 \times \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}$ نوشته نشود یا به جای آن تنها عدد ۰ نوشته شود، نمره‌ای کسر نگردد.<br>**تذکر ۲:** در صورتی که دترمینان ماتریس به جای محاسبه برحسب سطر اول، برحسب ستون اول به درستی محاسبه شود، $(0/5)$ نمره تعلق گیرد.<br>**روش دوم:**<br>$\|A\| = \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 1 & -3 \end{vmatrix}}_{(0/25)} \begin{matrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{matrix} = \underbrace{(-12+0+3)}_{(0/25)} \underbrace{-(10+(-2)+0)}_{(0/25)} = \underbrace{-17}_{(0/25)}$<br>**تذکر ۱:** در صورتی که به جای عبارت $(0+(-2)+10)-(-12+0+3)$ عبارت $(2-10)-(-12+3)$ و یا عبارت $2+10-3-12$ نوشته شود $(0/5)$ نمره این بخش تعلق گیرد. صفحه ۲۹ | ۱ |
| ۷ | **نوشتار اول:** صفحه ۳۹<br>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو نقطهٔ $A$ و $B$ به یک فاصله هستند، عمودمنصف پاره‌خط $AB$ است. $(0/25)$<br>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو نقطهٔ $C$ و $D$ به یک فاصله هستند، عمودمنصف پاره‌خط $CD$ است. $(0/25)$<br>محل برخورد عمودمنصف‌های $AB$ و $CD$ جواب مساله است، $(0/25)$ که شامل حالت‌های زیر است:<br>حالت اول: دو خط عمودمنصف متقاطع باشند، که مسئله یک جواب دارد. $(0/25)$<br>حالت دوم: دو خط عمودمنصف بر هم منطبق باشند، که مسئله بیشمار جواب دارد. $(0/25)$<br>حالت سوم: دو خط عمودمنصف موازی باشند، که مسئله هیچ جوابی ندارد. $(0/25)$<br>**نوشتار دوم:**<br><br><br>یک نقطهٔ مشترک $(0/5)$ — بی‌شمار نقطه $(0/5)$ — هیچ نقطه $(0/5)$ | ۱/۵ |

باسمه تعالی

| | | | |
|---|---|---|---|
| راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳) | پایه: دوازدهم | | تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵ |
| رشته: ریاضی و فیزیک | تعداد صفحه: ۹ | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه | ساعت شروع: ۰۰ : ۱۵ به وقت تهران |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (عصر داخل و خارج از کشور) – شهریور۱۴۰۵ | | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir | |

| ردیف | راهنمای نمره‌گذاری | نمره |
|---|---|---|

**۸**

صفحه ۴۲

روش اول:

$r = OM = \sqrt{(۱-۳)^۲ + (-۲-۲)^۲} = \sqrt{۲۰}$ (۰ / ۵)

$(x-۱)^۲ + (y+۲)^۲ = ۲۰$ (۰ / ۵)

روش دوم:

معادله دایره: $(x-۱)^۲ + (y+۲)^۲ = r^۲$ (۰ / ۵)

جایگذاری نقطه $M$ در معادله دایره:

$(۳-۱)^۲ + (۲+۲)^۲ = r^۲ \rightarrow r^۲ = ۲۰ \rightarrow r = \sqrt{۲۰}$ (۰ / ۲۵)

معادله دایره: $(x-۱)^۲ + (y+۲)^۲ = ۲۰$ (۰ / ۲۵)

تذکر: در صورت نوشتن معادله گسترده دایره ( $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y = ۱۵$ ) (۰ / ۵) نمره این بخش تعلق گیرد.

**۱**

**۹**

صفحه ۴۵

روش اول:

مرکز دایره $O(۲, -۳)$ یا (۰ / ۲۵)

شعاع دایره $r = ۳$ یا (۰ / ۲۵)

فاصلهٔ مرکز دایره از خط $= \underbrace{\frac{|۲-۳-۳|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲}}}_{(۰/۲۵)} = \frac{۴}{\sqrt{۲}} = \underbrace{۲\sqrt{۲}}_{(۰/۲۵)}$

چون $۲\sqrt{۲} < ۳$ (شعاع از فاصلهٔ مرکز دایره تا خط داده شده بزرگ‌تر است)، پس خط و دایره متقاطع‌اند. (۰ / ۲۵)

روش دوم:

$x + y = ۳ \rightarrow y = ۳ - x$ (۰ / ۲۵)

$\underbrace{x^۲ + (۳-x)^۲ - ۴x + ۶(۳-x) + ۴ = ۰}_{(۰/۲۵)} \rightarrow \underbrace{۲x^۲ - ۱۶x + ۳۱ = ۰}_{(۰/۲۵)}$

چون معادله $۲x^۲ - ۱۶x + ۳۱ = ۰$ دو جواب حقیقی متمایز دارد، (۰ / ۲۵) پس خط و دایره متقاطع‌اند. (۰ / ۲۵)

روش سوم:

$x + y = ۳ \rightarrow x = ۳ - y$ (۰ / ۲۵)

$\underbrace{(۳-y)^۲ + y^۲ - ۴(۳-y) + ۶y + ۴ = ۰}_{(۰/۲۵)} \rightarrow \underbrace{۲y^۲ + ۴y + ۱ = ۰}_{(۰/۲۵)}$

چون معادله $۲y^۲ + ۴y + ۱ = ۰$ دو جواب حقیقی متمایز دارد، (۰ / ۲۵) پس خط و دایره متقاطع‌اند. (۰ / ۲۵)

**۱/۲۵**

باسمه تعالی

| | | | |
|---|---|---|---|
| **راهنمای نمره گذاری** آزمون هماهنگ کشوری درس: **هندسه (۳)** | پایه: **دوازدهم** | تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۵** | |
| رشته: **ریاضی و فیزیک** | تعداد صفحه: **۹** | مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه** | ساعت شروع: **۰۰ : ۱۵ به وقت تهران** |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) – شهریور۱۴۰۵** | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir | | |

| ردیف | راهنمای نمره‌گذاری | نمره |
|---|---|---|
| ۱۰ | $۲b = BB' = ۶ \rightarrow b = ۳$ (۰/۲۵) , $۲c = ۸ \rightarrow c = ۴$ (۰/۲۵)<br>$a = \sqrt{b^۲ + c^۲} = ۵$ (۰/۲۵)<br>قطر بزرگ $= ۲a = ۱۰$ (۰/۲۵)<br>خروج از مرکز بیضی $= e = \frac{c}{a} = \frac{۴}{۵}$ (۰/۲۵)<br>صفحه ۴۹ | ۱/۲۵ |
| ۱۱ | $a = \frac{۸}{۲} = ۴$ (۰/۲۵) , $b = \frac{۴}{۲} = ۲$ (۰/۲۵)<br>$\rightarrow c^۲ = ۴^۲ - ۲^۲ = ۱۲ \rightarrow c = \sqrt{۱۲} = ۲\sqrt{۳}$ (۰/۲۵)<br>فاصله کانونی $= ۲c = ۲ \times ۲\sqrt{۳} = ۴\sqrt{۳}$ (۰/۲۵)<br>قرار می‌دهیم $\theta = \widehat{OBF}$.<br>$\tan\theta = \frac{۲\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}$ (۰/۲۵) $\rightarrow \underbrace{\theta = ۶۰^\circ \text{ یا } \frac{\pi}{۳}}_{(۰/۲۵)}$<br>تذکر ۱: اگر به جای استفاده از تابع tan از دیگر نسبت‌های مثلثاتی به صورت زیر برای محاسبه زاویه استفاده کند (۰/۵) نمره آن بخش تعلق گیرد.<br>$\cot\theta = \frac{۲}{۲\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \rightarrow \theta = ۶۰^\circ$<br>$\sin\theta = \frac{۲\sqrt{۳}}{۴} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow \theta = ۶۰^\circ$<br>$\cos\theta = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \theta = ۶۰^\circ$<br>تذکر ۲: در صورتی‌که ابتدا زاویه $\widehat{BFO}$ به شکل درست محاسبه شود و سپس با کمک رابطه $\widehat{OBF} + \widehat{OFB} = ۹۰^\circ$ مقدار زاویه $\widehat{OBF}$ را محاسبه کند، (۰/۵) نمره آن بخش تعلق گیرد.<br>تذکر ۳: اگر به جای استفاده از نسبت‌های مثلثاتی اشاره شود که «در مثلث $BOF$ ضلع $OB$ نصف وتر یعنی $BF$ است» و سپس زاویه را به درستی محاسبه کند، (۰/۵) نمره آن بخش تعلق گیرد.<br>صفحه ۵۷ | ۱/۵ |

باسمه تعالی

| | | | |
|---|---|---|---|
| **راهنمای نمره گذاری** آزمون هماهنگ کشوری درس: **هندسه (۳)** | پایه: **دوازدهم** | تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۵** | |
| رشته: **ریاضی و فیزیک** | تعداد صفحه: **۹** | مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه** | ساعت شروع: **۰۰ : ۱۵ به وقت تهران** |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) – شهریور۱۴۰۵** | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir | | |

| ردیف | راهنمای نمره‌گذاری | نمره |
|---|---|---|

**۱۲**

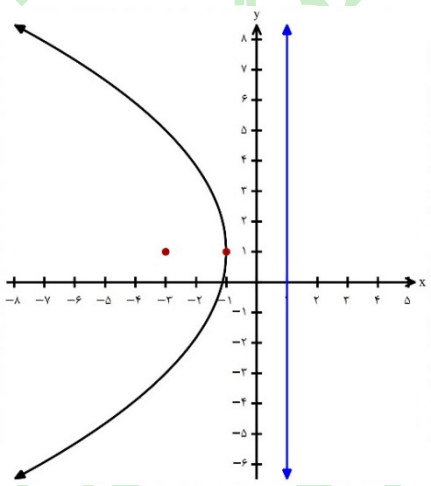
الف)

$y^2 - 2y + 8x + 9 = 0 \rightarrow (y-1)^2 = -8(x+1) \rightarrow a = 2$ (۰/۲۵)

مختصات کانون سهمی: $(-3,1)$ (۰/۲۵)

خط هادی: $x = 1$ (۰/۲۵)

ب) رسم نمودار (۰/۷۵)



توضیحات نمره‌گذاری:

ترسیم شکل کلی سهمی و تشخیص دهانه رو به چپ (۰/۵)

نشان دادن درست راس سهمی (۰/۲۵)

۰/۷۵

۰/۷۵

صفحه ۵۸

**۱۳**

نوشتار اول:

صفحه ۷۶

$\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b} = \underbrace{3(2,-1,7) - (5,-3,2)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{(1,0,19)}_{(۰/۷۵)}$

نوشتار دوم:

$\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b} = \underbrace{3(2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k}) - (5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k})}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\vec{i} + 19\vec{k}}_{(۰/۷۵)}$

۱

**۱۴**

زاویه بین دو بردار را $\theta$ می‌نامیم.

$\underbrace{\cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\|\vec{a}\|\|\vec{b}\|} = \frac{0}{\|\vec{a}\|\|\vec{b}\|}}_{(۰/۵)} \rightarrow \underbrace{\cos\theta = 0}_{(۰/۲۵)} \rightarrow \underbrace{\theta = 90^\circ \quad \text{یا} \quad \theta = \frac{\pi}{2}}_{(۰/۲۵)}$

۱

صفحه ۷۹

$$a' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}b = \frac{\overbrace{2-2+3}^{(0/25)}}{\underbrace{(\sqrt{6})^2}_{(0/5)}}\underbrace{(2,1,-1)}_{(0/25)} = \frac{1}{2}(2,1,-1) = \underbrace{(1,\frac{1}{2},\frac{-1}{2})}_{(0/25)}$$

تذکر: در صورتی که تنها عبارت $a' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}b$ نوشته شود، (۰ / ۲۵) تعلق گیرد.

روش دوم:

$$\underbrace{|\vec{a}| = \sqrt{14} \quad , \quad |\vec{b}| = \sqrt{6} \quad , \quad \vec{a}.\vec{b} = 3}_{(0/25)}$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}| \times |\vec{b}|} = \frac{3}{\sqrt{14}\times\sqrt{6}} \quad (0 / 25)$$

تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$، بردار $\vec{a'}$ است که:

$$|\vec{a'}| = |\vec{a}|\cos\theta = \sqrt{14}\times\frac{3}{\sqrt{14}\times\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}} \quad (0 / 25)$$

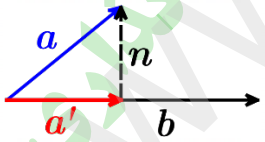
۱/۲۵ ۱۵

$$|\vec{a'}| = r\times|\vec{b}| \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{6}} = r\times\sqrt{6} \Rightarrow r = \frac{1}{2} \quad (0 / 25)$$

بنابراین:

$$\vec{a'} = \frac{1}{2}(2,1,-1) = (1,\frac{1}{2},\frac{-1}{2}) \quad (0 / 25)$$

روش سوم:




فرض کنیم تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$، بردار $\vec{a'}$ باشد.

بردار $\vec{a'}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ منطبق است. لذا

$$\vec{a'} = r\vec{b} = (2r, r, -r) \quad (0 / 25)$$

$$\vec{a} = \vec{a'} + \vec{n} \Rightarrow \vec{n} = \vec{a} - \vec{a'} = (1,-2,-3) - (2r,r,-r) = (1-2r,-2-r,-3+r) \quad (0 / 25)$$

بردارهای $\vec{n}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند. پس

$$\underbrace{\vec{b}.\vec{n} = 0 \Rightarrow (1-2r)(2) + (-2-r)(1) + (-3+r)(-1) = 0}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{r = \frac{1}{2}}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{\vec{a'} = (1,\frac{1}{2},\frac{-1}{2})}_{(0/25)}$$

صفحهٔ ۸۰

باسمه تعالی

| | | | |
|---|---|---|---|
| **راهنمای نمره گذاری** آزمون هماهنگ کشوری درس: **هندسه (۳)** | پایه: **دوازدهم** | تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۵** | |
| رشته: **ریاضی و فیزیک** | تعداد صفحه: **۹** | مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه** | ساعت شروع: **۰۰ : ۱۵ به وقت تهران** |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) – شهریور۱۴۰۵** | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir | | |

| ردیف | راهنمای نمره‌گذاری | نمره |
|---|---|---|

**۱۶**

$$|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\sin\theta \xrightarrow{(۰/۵)} ۲ = ۴\sin\theta \xrightarrow{(۰/۲۵)} \sin\theta = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{۰<\theta<۹۰^\circ} \cos\theta = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \quad (۰/۲۵)$$

$$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\cos\theta = ۴\frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۲\sqrt{۳} \quad (۰/۵)$$

صفحهٔ ۸۴ — **۱/۵**

**۱۷**

روش اول:

صفحهٔ ۸۴

$$\begin{vmatrix} a_۱ & a_۲ & a_۳ \\ b_۱ & b_۲ & b_۳ \\ c_۱ & c_۲ & c_۳ \end{vmatrix} = \underbrace{\begin{vmatrix} -۲ & ۰ & ۲ \\ ۱ & ۳ & ۴ \\ -۱ & ۱ & ۲ \end{vmatrix}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{(-۱)^۲\times(-۲)\times\begin{vmatrix} ۳ & ۴ \\ ۱ & ۲ \end{vmatrix} + (-۱)^۳\times ۰\times\begin{vmatrix} ۱ & ۴ \\ -۱ & ۲ \end{vmatrix} + (-۱)^۴\times ۲\times\begin{vmatrix} ۱ & ۳ \\ -۱ & ۱ \end{vmatrix}}_{(۰/۵)}$$

$$= \underbrace{۴}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{V = |۴| = ۴}_{(۰/۲۵)}$$

تذکر ۱: چنانچه قدرمطلق در این حالت گذاشته نشود، نمره‌ای کسر نگردد.

تذکر ۲: چنانچه ترتیب سطرها تغییر کند و حاصل دترمینان منفی شود، محاسبه قدرمطلق دترمنیان الزامی است.

تذکر ۳: در صورتی که ماتریس درست نوشته و به هر شیوه صحیح دیگر مقدار دترمینان ماتریس درست محاسبه شود، نمرهٔ کامل یعنی (۱ / ۲۵) نمره تعلق گیرد.

تذکر ۴: در صورتی که محاسبات مربوط به دترمینان نوشته نشود، اما مقدار دترمینان به‌درستی به دست آورده شود، نمره‌ای کسر نشود.

**۱/۲۵**

روش دوم

نوشتار اول:

$$\vec{b}\times\vec{c} = (۲,-۶,۴) \quad (۰/۷۵)$$

$$V = |\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})| = \underbrace{|(-۲,۰,۲).(۲,-۶,۴)|}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{۴}_{(۰/۲۵)}$$

نوشتار دوم:

$$\vec{a}\times\vec{b} = (-۶,۱۰,-۶) \quad (۰/۷۵)$$

$$V = |\vec{c}.(\vec{a}\times\vec{b})| = \underbrace{|(-۱,۱,۲).(-۶,۱۰,-۶)|}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{۴}_{(۰/۲۵)}$$

نوشتار سوم:

$\vec{a}\times\vec{c}=(-۲,۲,-۲)$ (۰ / ۷۵)

$V=\left|\vec{b}.(\vec{a}\times\vec{c})\right|=\underbrace{\left|(۱,۳,۴).(-۲,۲,-۲)\right|}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{۴}_{(۰/۲۵)}$

تذکر ۱: در سه نوشتار فوق، در صورتی که فرمول $V=\left|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})\right|$ یا $V=\left|\vec{b}.(\vec{a}\times\vec{c})\right|$ یا $V=\left|\vec{c}.(\vec{a}\times\vec{b})\right|$ نوشته نشود، ولی جایگذاری به درستی انجام گردد، نمره‌ای کسر نگردد.

تذکر ۲: در هر کدام از سه نوشتار فوق، جابجایی در قسمت ضرب خارجی، برداری قرینه ایجاد می‌کند، تأثیری در جواب ندارد و قابل قبول است.

روش سوم:

۱۷ نوشتار اول:

$b\times c=\underbrace{\begin{vmatrix} i & j & k \\ ۱ & ۳ & ۴ \\ -۱ & ۱ & ۲ \end{vmatrix}=(۲,-۶,۴)}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow$ متوازی‌الاضلاع $S=\underbrace{\sqrt{۴+۳۶+۱۶}=\sqrt{۵۶}}_{(۰/۲۵)}$

ارتفاع متوازی‌السطوح $h=\underbrace{\left|\frac{\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})}{\left|\vec{b}\times\vec{c}\right|^{۲}}(\vec{b}\times\vec{c})\right|=\left|\frac{۴}{(\sqrt{۵۶})^{۲}}\times(۲,-۶,۴)\right|}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{۴}{\sqrt{۵۶}}}_{(۰/۲۵)}$

$\Rightarrow V=Sh=\sqrt{۵۶}\times\frac{۴}{\sqrt{۵۶}}=۴$ (۰ / ۲۵)

نوشتار دوم:

$$\vec{a}\times\vec{c}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -۲ & ۰ & ۲ \\ -۱ & ۱ & ۲ \end{vmatrix}=(-۲,۲,-۲) \Rightarrow \text{متوازی‌الاضلاع } S=\sqrt{۴+۴+۴}=\underbrace{\sqrt{۱۲}}_{(۰/۲۵)}$$

(۰/۲۵)

$$\text{ارتفاع متوازی‌السطوح } h=\underbrace{\left|\frac{\vec{b}.(\vec{a}\times\vec{c})}{|\vec{a}\times\vec{c}|^{۲}}(\vec{a}\times\vec{c})\right|=\left|\frac{۴}{(\sqrt{۱۲})^{۲}}\times(-۲,۲,-۲)\right|}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{۴}{\sqrt{۱۲}}}_{(۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow V=Sh=\sqrt{۱۲}\times\frac{۴}{\sqrt{۱۲}}=۴ \quad (۰/۲۵)$$

۱۷ نوشتار سوم:

$$a\times b=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -۲ & ۰ & ۲ \\ ۱ & ۳ & ۴ \end{vmatrix}=(-۶,۱۰,-۶) \Rightarrow \text{متوازی‌الاضلاع } S=\sqrt{۳۶+۱۰۰+۳۶}=\underbrace{\sqrt{۱۷۲}}_{(۰/۲۵)}$$

(۰/۲۵)

$$\text{ارتفاع متوازی‌السطوح } h=\underbrace{\left|\frac{\vec{c}.(\vec{a}\times\vec{b})}{|\vec{a}\times\vec{b}|^{۲}}(\vec{a}\times\vec{b})\right|=\left|\frac{۴}{(\sqrt{۱۷۲})^{۲}}\times(-۶,۱۰,-۶)\right|}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{۴}{\sqrt{۱۷۲}}}_{(۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow V=Sh=\frac{۴}{\sqrt{۱۷۲}}\times\sqrt{۱۷۲}=۴ \quad (۰/۲۵)$$