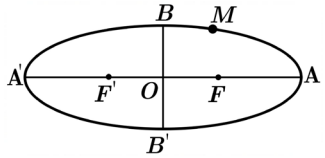
باسمه‌تعالی

سؤالات آزمون هماهنگ کشوری درس: **هندسه (۳)**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۵**
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	نام و نام‌خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(صبح داخل و خارج از کشور) – شهریور ۱۴۰۵**			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir

ردیف	سؤالات (پاسخ‌برگ دارد)	نمره
	سؤالات فصل اول	
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر A و B دو ماتریس هم‌مرتبه باشند، آن‌گاه همواره $A + ۲B = ۲B + A$. ب) اگر حاصل‌ضرب دو ماتریس صفر باشد، آن‌گاه حداقل یکی از آن دو ماتریس صفر بوده است. پ) اگر A ماتریسی مربعی و غیرصفر باشد، که $A^۲ = \overline{O}$، آن‌گاه $A^{۴۹} = \overline{O}$. ت) اگر A و B دو ماتریس مربعی باشند که $AB = BA$، آن‌گاه A و B وارون یکدیگر هستند.	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر $A = \left[a_{ij}\right]_{۳\times ۳}$, $a_{ij} = (i+j)^۲$، آن‌گاه درایهٔ $a_{۱۲}$ برابر ..... است. ب) هر ماتریس قطری که درایه‌های روی قطر اصلی آن یکسان باشد، را ماتریس ..... می‌نامند. پ) اگر $A = \left[-۷\right]$، آن‌گاه دترمینان ماتریس A برابر ..... است.	۰/۷۵
۳	اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۱ & x+y \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ x-۱ & ۵ \end{bmatrix}$، آن‌گاه مقدار x و y را به‌دست آورید.	۰/۷۵
۴	ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. ماتریس $(A+I)^۴$ را محاسبه کنید. (I ماتریس همانی ۲×۲ است.)	۱
۵	دستگاه $\begin{cases} ۴x + ۲y = ۲ \\ ۳x + ۲y = ۳ \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۱/۵
۶	دترمینان ماتریس مقابل را با استفاده از یکی از روش‌های بسط بر حسب سطر اول یا دستور ساروس محاسبه کنید. $A = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ & ۰ \\ -۱ & ۱ & ۳ \\ -۲ & ۵ & ۴ \end{bmatrix}$	۱
	سؤالات فصل دوم	
۷	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) در یک رویهٔ مخروطی، در حالتی که صفحهٔ P، هر دو تکهٔ بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور نباشد فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک ..... است. ب) اگر در یک بیضی طول قطر بزرگ دو برابر فاصلهٔ کانونی آن باشد، آن‌گاه خروج از مرکز آن بیضی برابر ..... است. پ) دهانهٔ سهمی به معادلهٔ $(y-۳)^۲ = -۴(x-۲)$، رو به ..... است. ت) هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنهٔ سهمی بتابد، بازتاب آن از ..... سهمی خواهد گذشت.	۱

باسمه‌تعالی

سؤالات آزمون هماهنگ کشوری درس: **هندسه (۳)**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۵**
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	نام و نام‌خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(صبح داخل و خارج از کشور) – شهریور ۱۴۰۵**			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir

ردیف	سؤالات (پاسخ‌برگ دارد)	نمره
۸	مکان هندسی مجموعه نقاط زیر از صفحه را مشخص کنید: « مرکزهای همهٔ دایره‌هایی با شعاع ثابت ۲ سانتی‌متر که بر خط d در صفحه مماس هستند. »	۱
۹	معادلهٔ دایره‌ای را بنویسید که نقطهٔ $O(۲,۴)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادلهٔ $۳x+۴y=۲$ وتری به طول ۶ جدا کند.	۱/۵
۱۰	وضعیت دو دایره $x^۲+y^۲=۴$ و $x^۲+y^۲-۶x-۲y=-۹$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۵
۱۱	نقطهٔ M روی بیضی به قطرهای ۳ و ۵ واحد به گونه‌ای قرار دارد که فاصلهٔ آن تا مرکز بیضی برابر ۲ واحد است. الف) مقدار $MF+MF'$ را به‌دست بیاورید. ب) نشان دهید مثلث MFF' قائم‌الزاویه است. 	۱/۵
۱۲	اگر $S(۳,۱)$ رأس یک سهمی و $F(۳,۴)$ مختصات کانون آن سهمی باشد، آن‌گاه: الف) معادلهٔ خط هادی سهمی را بنویسید. ب) معادلهٔ سهمی را بنویسید.	۱/۵
	سؤالات فصل سوم	
۱۳	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) در فضای $\mathbb{R}^۳$، معادلهٔ $x=۰$ نشان دهندهٔ یک صفحه است. ب) اگر $\vec{i}$، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بردارهای یکه در فضای $\mathbb{R}^۳$ باشند، آن‌گاه $\vec{i}.\vec{i}=\vec{j}.\vec{k}$.	۰/۵
۱۴	فرض کنید $\vec{a}=(-۱,۲,۳)$ ، $\vec{b}=۲\vec{i}-\vec{k}$ و $r=۲$ باشد، در این‌صورت بردار $\vec{c}=r\vec{a}-\vec{b}$ را به‌دست آورید.	۱
۱۵	زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}=(۱,۰,-۱)$ و $\vec{b}=(۰,۱,-۱)$ را محاسبه کنید.	۱
۱۶	برای هر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید: $\lvert\vec{a}.\vec{b}\rvert\le\lVert\vec{a}\rVert\lVert\vec{b}\rVert$ (منظور از $\lvert\vec{a}.\vec{b}\rvert$ قدرمطلق مقدار $\vec{a}.\vec{b}$ است.)	۱
۱۷	تصویر قائم بردار $\vec{a}=(۴,-۱,-۲)$ را بر امتداد بردار $\vec{b}=(-۱,۱,۰)$ به‌دست آورید.	۱/۲۵
۱۸	حجم متوازی‌السطوحی را به‌دست آورید که توسط بردارهای $\vec{a}=(۱,-۳,۴)$ ، $\vec{b}=(۳,-۴,۲)$ و $\vec{c}=(-۱,۱,۴)$ تولید می‌شود.	۱/۲۵
	موفق باشید. جمع نمره	۲۰

باسمه تعالی

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵
رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) – شهریور۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

همکار محترم، با عرض سلام و خداقوت و تشکر از زحمات شما، لطفاً به موارد زیر دقت فرمایید:

۱. تأکید می‌شود که ملاک نمره‌گذاری، راهنمای نمره‌گذاری است، لذا از اعمال سلیقه خودداری شود.

۲. معمولاً، رسیدن به جواب نهایی سؤال، در چند مرحله انجام می‌شود. درصورتی‌که دانش‌آموز در مراحل ابتدایی اشتباه کرده اما با توجه به آن اشتباه بقیه موارد را درست انجام داده باشد، فقط نمره آن اشتباه کسر و به بقیه مراحل درست، نمره داده شود.

۳. در صورتی که دانش‌آموز فقط پاسخ نهایی را نوشته باشد، ۰/۲۵ نمره تعلق گیرد.

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۱	الف) درست (۰ / ۲۵) صفحه ۱۶ ب) نادرست (۰ / ۲۵) صفحه ۱۸ پ) درست (۰ / ۲۵) صفحه ۲۰ ت) نادرست (۰ / ۲۵) صفحه ۲۲	۱
۲	الف) ۹ (۰ / ۲۵) صفحه ۱۱ ب) اسکالر (۰ / ۲۵) صفحه ۱۲ پ) ۷− (۰ / ۲۵) صفحه ۲۷	۰/۷۵
۳	$x+y=۵ \xrightarrow{x=۲} ۲+y=۵ \to \underbrace{y=۳}_{(۰/۵)}$ $\quad x-۱=۱ \Rightarrow \underbrace{x=۲}_{(۰/۲۵)}$ تذکر: در قسمت دوم، در صورتی‌که در $x+y=۵$ نوشته شود، ولی مقدار y به درستی محاسبه نشود، (۰ / ۲۵) نمره تعلق گیرد. صفحه ۱۳	۰/۷۵
۴	روش اول: صفحه ۱۷ $A+I=\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$ (۰ / ۲۵) $\quad (A+I)^۲=\begin{bmatrix}۲ & ۲\\ ۲ & ۲\end{bmatrix}$ (۰ / ۲۵) $(A+I)^۳=\begin{bmatrix}۴ & ۴\\ ۴ & ۴\end{bmatrix}$ (۰ / ۲۵) $\quad (A+I)^۴=\begin{bmatrix}۸ & ۸\\ ۸ & ۸\end{bmatrix}$ (۰ / ۲۵) روش دوم: $A+I=\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$ (۰ / ۲۵) $\quad (A+I)^۲=\begin{bmatrix}۲ & ۲\\ ۲ & ۲\end{bmatrix}$ (۰ / ۲۵) $\underbrace{(A+I)^۴=(A+I)^۲(A+I)^۲=\begin{bmatrix}۲ & ۲\\ ۲ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & ۲\\ ۲ & ۲\end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)}=\begin{bmatrix}۸ & ۸\\ ۸ & ۸\end{bmatrix}$ (۰ / ۲۵) روش سوم: $A+I=\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$ (۰ / ۲۵) $\quad (A+I)^n=\begin{bmatrix}۲^{n-۱} & ۲^{n-۱}\\ ۲^{n-۱} & ۲^{n-۱}\end{bmatrix}$ (۰ / ۵) $(A+I)^۴=\begin{bmatrix}۲^۳ & ۲^۳\\ ۲^۳ & ۲^۳\end{bmatrix}$ (۰ / ۲۵)	۱

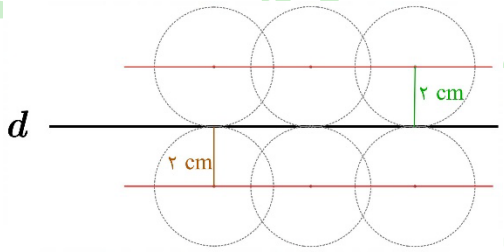
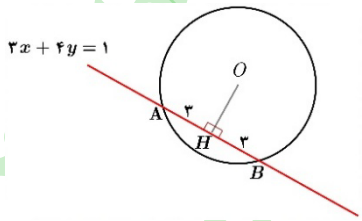
باسمه تعالی

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: **هندسه (۳)**	پایه: **دوازدهم**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۵**
رشته: **ریاضی و فیزیک**	تعداد صفحه: **۹**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(صبح داخل و خارج از کشور) – شهریور۱۴۰۵**	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۵	$AX=B \rightarrow \begin{bmatrix}۴ & ۲\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲\\ ۳\end{bmatrix} \rightarrow X=A^{-1}B \rightarrow X=\underbrace{\frac{۱}{۲}}_{(۰/۲۵)}\underbrace{\begin{bmatrix}۲ & -۲\\ -۳ & ۴\end{bmatrix}}_{(۰/۵)}\underbrace{\begin{bmatrix}۲\\ ۳\end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)}=\begin{bmatrix}-۱\\ ۳\end{bmatrix}$ (۰ / ۲۵) (۰ / ۲۵) تذکر ۱: اگر در بخش انتهایی جواب، به جای عبارت $\begin{bmatrix}-۱\\ ۳\end{bmatrix}$ عبارت $\begin{cases}x=-۱\\ y=۳\end{cases}$ نوشته شود، (۰ / ۵) نمره آن بخش تعلق گیرد. تذکر ۲: در صورتی که تنها عبارت $\begin{bmatrix}۴ & ۲\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲\\ ۳\end{bmatrix}$ نوشته شود، (۰ / ۲۵) نمره تعلق گیرد. تذکر ۳: (۰ / ۵) نمره بارم ماتریس $\begin{bmatrix}۲ & -۲\\ -۳ & ۴\end{bmatrix}$ به صورت زیر تعلق گیرد: برای قطر اصلی (۰ / ۲۵) نمره و برای قطر فرعی (۰ / ۲۵) نمره در نظر گرفته شود. صفحهٔ ۲۴	۱/۵
۶	روش اول: $\lvert A\rvert=\underbrace{(-۱)^{۲}\times ۲\times\begin{vmatrix}۱ & ۳\\ ۵ & ۴\end{vmatrix}}_{(۰/۲۵)}+\underbrace{(-۱)^{۳}\times(-۱)\times\begin{vmatrix}-۱ & ۳\\ -۲ & ۴\end{vmatrix}}_{(۰/۲۵)}+\underbrace{(-۱)^{۴}\times ۰\times\begin{vmatrix}-۱ & ۱\\ -۲ & ۵\end{vmatrix}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{-۲۰}_{(۰/۲۵)}$ تذکر ۱: در صورتی که عبارت $(-۱)^{۴}\times ۰\times\begin{vmatrix}-۱ & ۱\\ -۲ & ۵\end{vmatrix}$ نوشته نشود یا به جای آن تنها عدد ۰ نوشته شود، نمره‌ای کسر نگردد. تذکر ۲: در صورتی که دترمینان ماتریس به جای محاسبه برحسب سطر اول، برحسب ستون اول به درستی محاسبه شود، (۰ / ۵) نمره تعلق گیرد. روش دوم: $\lvert A\rvert=\underbrace{\begin{vmatrix}۲ & -۱ & ۰ & ۲ & -۱\\ -۱ & ۱ & ۳ & -۱ & ۱\\ -۲ & ۵ & ۴ & -۲ & ۵\end{vmatrix}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{(۸+۶+۰)}_{(۰/۲۵)}\underbrace{-(۰+۳۰+۴)}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{-۲۰}_{(۰/۲۵)}$ تذکر ۱: در صورتی که به جای عبارت $(۴+۳۰+۰)-(۰+۶+۸)$ عبارت $(۳۰+۴)-(۶+۸)$ و یا عبارت $۴-۳۰-۶+۸$ نوشته شود (۰ / ۵) نمره آن قسمت تعلق گیرد. صفحهٔ ۳۰	۱
۷	الف) هذلولی (۰ / ۲۵) صفحه ۳۵ ب) $\frac{۱}{۲}$ (۰ / ۲۵) صفحه ۴۹ پ) چپ (۰ / ۲۵) صفحه ۵۳ ت)کانون (۰ / ۲۵) صفحه ۵۶	۱

باسمه تعالی

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: **هندسه (۳)**	پایه: **دوازدهم**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۵**
رشته: **ریاضی و فیزیک**	تعداد صفحه: **۹**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(صبح داخل و خارج از کشور) – شهریور۱۴۰۵**	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۸	**روش اول:** مرکز دایره‌هایی روی صفحه که با شعاع ثابت ۲ سانتی‌متر که بر خط d مماس هستند، دو خط موازی با خط d (۰ / ۵) در دو طرف آن (۰ / ۲۵) و به فاصله ۲ سانتی‌متر از خط d هستند. (۰ / ۲۵) **روش دوم:** رسم شکل به صورت زیر  توضیح نمره گذاری: ترسیم صحیح هر کدام از خطها (۰ / ۵) نمره. تذکر: در صورتی که فاصله ۲ سانتی‌متر روی شکل مشخص نشود، (۰ / ۲۵) کسر گردد. صفحه ۳۹	۱
۹	 فاصله مرکز دایره از خط یا OH $= \underbrace{\frac{\lvert ۳(۲)+۴(۴)-۲\rvert}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}}_{(۰/۵)} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$ (۰ / ۲۵) (شعاع دایره) $r = \sqrt{۴^۲+۳^۲} = \sqrt{۲۵} = ۵$ (۰ / ۲۵) معادلهٔ دایره $(x-۲)^۲+(y-۴)^۲ = ۲۵$ (۰ / ۵) تذکر: در صورتی که معادله گسترده دایره به صورت $x^۲+y^۲-۴x-۸y-۵=۰$ نوشته شود، (۰ / ۵) نمره آن قسمت تعلق گیرد. صفحه ۴۳	۱/۵
۱۰	$x^۲+y^۲=۴ \rightarrow \begin{cases} O(۰,۰) & (۰ / ۲۵) \\ r=۲ & (۰ / ۲۵) \end{cases}$ ، $x^۲+y^۲-۶x-۲y=-۹ \rightarrow \begin{cases} O'(۳,۱) & (۰ / ۲۵) \\ r'=۱ & (۰ / ۲۵) \end{cases}$ $OO' = \sqrt{(۳-۰)^۲+(۱-۰)^۲} = \sqrt{۱۰}$ (۰ / ۲۵) چون $r+r' = ۳ < \sqrt{۱۰} = OO'$ در نتیجه دو دایره متخارج هستند. (۰ / ۲۵) تذکر ۱: در صورتی که شکل دو دایره به درستی ترسیم شود، مرکز دایره‌ها . شعاع دایره‌ها به درستی در شکل نشان داده شوند و متخارج بودن دایره‌ها در شکل ترسیم شود، کل (1/5) نمره تعلق گیرد. صفحه ۴۴	۱/۵

باسمه تعالی

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵
رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) – شهریور۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره

الف) $MF+MF'=2a=$ قطر بزرگ. بنابراین $\underbrace{MF+MF'=5}_{(۰/۲۵)}$ ۰/۲۵

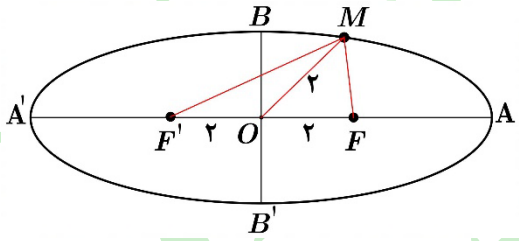
ب) ۱/۲۵

روش اول:

$$\begin{cases} a=\frac{5}{2} \\ b=\frac{3}{2} \end{cases} \quad (۰/۲۵) \qquad c^2=a^2-b^2=\frac{25}{4}-\frac{9}{4}=\frac{16}{4}=4 \quad \rightarrow c=2 \ (۰/۲۵)$$

در نتیجه : $OF=OF'=c=2=OM$ $(۰/۲۵)$

چون در مثلث MFF' ، OM میانه نظیر ضلع FF' است و با نصف آن برابر است، $(۰/۵)$ پس مثلث MFF' قائم‌الزاویه است.

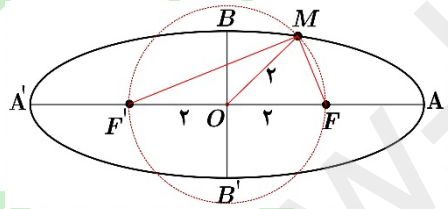


روش دوم:

$$\begin{cases} a=\frac{5}{2} \\ b=\frac{3}{2} \end{cases} \quad (۰/۲۵) \qquad c^2=a^2-b^2=\frac{25}{4}-\frac{9}{4}=\frac{16}{4}=4 \quad \rightarrow c=2 \ (۰/۲۵)$$

۱۱ در نتیجه : $OF=OF'=c=2=OM$ $(۰/۲۵)$

به مرکز O و به شعاع ۲ دایره‌ای رسم می‌کنیم. نقاط F ، F' و M روی این دایره قرار دارند. زاویهٔ $\widehat{MFF'}$ زاویه محاطی (برابر با اندازه نصف کمان روبرو به آن) و روبرو به قطر FF' است. $(۰/۲۵)$ در نتیجه $\widehat{MFF'}=90^\circ$ $(۰/۲۵)$. پس مثلث MFF' قائم‌الزاویه است.



روش سوم:

$$\begin{cases} a=\frac{5}{2} \\ b=\frac{3}{2} \end{cases} \quad (۰/۲۵) \qquad c^2=a^2-b^2=\frac{25}{4}-\frac{9}{4}=\frac{16}{4}=4 \quad \rightarrow c=2 \ (۰/۲۵)$$

در نتیجه : $OF=OF'=c=2=OM$ $(۰/۲۵)$. بنابراین دو مثلث OMF و OMF' متساوی‌الساقین هستند. از این رو، $(۰/۲۵)$

$$\begin{cases} \widehat{OMF}=\widehat{MFO} \\ \widehat{OMF'}=\widehat{MF'O} \end{cases} \text{ بنابراین، } \begin{cases} 2\widehat{OMF}+\widehat{MOF}=180^\circ \\ 2\widehat{OMF'}+\widehat{MOF'}=180^\circ \end{cases}$$

$$2\widehat{OMF}+\underbrace{\widehat{MOF}+\widehat{MOF'}}_{180^\circ}+2\widehat{OMF'}=360^\circ \rightarrow \widehat{FMF'}=\widehat{OMF}+\widehat{OMF'}=90^\circ \quad (۰/۲۵)$$

پس مثلث MFF' قائم‌الزاویه است.

صفحه ۵۷

باسمه تعالی

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: **هندسه (۳)**	پایه: **دوازدهم**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۵**
رشته: **ریاضی و فیزیک**	تعداد صفحه: **۹**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(صبح داخل و خارج از کشور) – شهریور۱۴۰۵**	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۱۲	الف) $y=-۲$ (۰/۵) صفحه ۵۸ تذکر: در صورتی که با رسم شکل، معادله خط هادی به درستی نشان داده شود، نمره تعلق گیرد. ب) $\underbrace{(x-۳)^۲}_{(۰/۵)}=\underbrace{۴\times ۳}_{(۰/۲۵)}\times\underbrace{(y-۱)}_{(۰/۲۵)}$ تذکر: در صورتی‌که تنها $a=۳$ را نوشته شود یا روی شکل مقدار a به‌درستی نشان داده شود، (۰ / ۲۵) تعلق گیرد.	۰/۵ ۱
۱۳	الف) درست (۰ / ۲۵) صفحه ۶۷ ب) نادرست (۰ / ۲۵) صفحه ۷۹	۰/۵
۱۴	نوشتار اول: صفحه ۷۶ $\vec{c}=۲\vec{a}-\vec{b}=\underbrace{۲(-۱,۲,۳)-(۲,۰,-۱)}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{(-۴,۴,۷)}_{(۰/۷۵)}$ نوشتار دوم: $\vec{c}=۲\vec{a}-\vec{b}=\underbrace{۲(-\vec{i}+۲\vec{j}+۳\vec{k})-(۲\vec{i}-\vec{k})}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{-۴\vec{i}+۴\vec{j}+۷\vec{k}}_{(۰/۷۵)}$	۱
۱۵	نوشتار اول: صفحه ۷۸ $\cos\theta=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\|\vec{a}\|\|\vec{b}\|}=\underbrace{\frac{۰+۰+۱}{\sqrt{۲}\times\sqrt{۲}}}_{(۰/۵)}=\underbrace{\frac{۱}{۲}}_{(۰/۲۵)}\rightarrow\underbrace{\theta=۶۰^\circ \text{ یا } \frac{\pi}{۳}}_{(۰/۲۵)}$ نوشتار دوم: $\vec{a}.\vec{b}=\|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\cos\theta\rightarrow\underbrace{۱}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\sqrt{۲}}_{(۰/۲۵)}\times\underbrace{\sqrt{۲}\cos\theta}_{(۰/۲۵)}\rightarrow\cos\theta=\frac{۱}{۲}\rightarrow\underbrace{\theta=۶۰^\circ \text{ یا } \frac{\pi}{۳}}_{(۰/۲۵)}$	۱
۱۶	$\|\vec{a}.\vec{b}\|=\underbrace{\|\|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\cos\theta\|}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\|\cos\theta}_{(۰/۲۵)}\leq\underbrace{\|\vec{a}\|\|\vec{b}}_{(۰/۲۵)}$ که در آخرین نامساوی از $\|\cos\theta\|\leq ۱$ (۰ / ۲۵) استفاده شده است. تذکر: در صورتی که به نامساوی $\|\cos\theta\|\leq ۱$ اشاره شود، (۰ / ۲۵) نمره آن قسمت تعلق گیرد. صفحه ۷۹	۱

$$a' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}b = \frac{-۴-۱+۰}{(\sqrt{۲})^2}(-۱,۱,۰) = (\frac{۵}{۲},\frac{-۵}{۲},۰)$$

(۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

تذکر: در صورتی که تنها عبارت $a' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}b$ نوشته شود، (۰ / ۲۵) تعلق گیرد.

روش دوم:

$$|\vec{a}| = ۲۱ \quad , \quad |\vec{b}| = \sqrt{۲} \quad , \quad \vec{a}.\vec{b} = -۵$$

(۰/۲۵)

$$\cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|\times|\vec{b}|} = \frac{-۵}{\sqrt{۲۱}\times\sqrt{۲}} \quad (۰ / ۲۵)$$

تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$، بردار $\vec{a'}$ است که:

$$|\vec{a'}| = |\vec{a}|\cos\theta = \sqrt{۲۱}\times\frac{-۵}{\sqrt{۲۱}\times\sqrt{۲}} = \frac{-۵}{\sqrt{۲}} \quad (۰ / ۲۵)$$

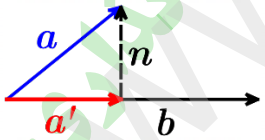
۱۷ ۱/۲۵

$$|\vec{a'}| = r\times|\vec{b}| \Rightarrow \frac{-۵}{\sqrt{۲}} = r\times\sqrt{۲} \Rightarrow r = \frac{-۵}{۲} \quad (۰ / ۲۵)$$

بنابراین:

$$\vec{a'} = \frac{-۵}{۲}(-۱,۱,۰) = (\frac{۵}{۲},\frac{-۵}{۲},۰) \quad (۰ / ۲۵)$$

روش سوم:



فرض کنیم تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$، بردار $\vec{a'}$ باشد.

بردار $\vec{a'}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ منطبق است. لذا

$$\vec{a'} = r\vec{b} = (-r,r,۰) (۰ / ۲۵)$$

$$\vec{a} = \vec{a'} + \vec{n} \Rightarrow \vec{n} = \vec{a} - \vec{a'} = (۴,-۱,-۲) - (-r,r,۰) = (۴+r,-۱-r,-۲) (۰ / ۲۵)$$

بردارهای $\vec{n}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند. پس

$$\vec{b}.\vec{n} = ۰ \Rightarrow (۴+r)(-۱)+(-۱-r)(۱)+(-۲)(۰) = ۰ \Rightarrow r = \frac{-۵}{۲} \Rightarrow \vec{a'} = (\frac{۵}{۲},-\frac{۵}{۲},۰)$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

صفحهٔ ۸۰

روش اول:

صفحهٔ ۸۳

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & -4 & 2 \\ -1 & 1 & 4 \end{vmatrix}}_{(0/25)} = \underbrace{(-1)^2 \times 1 \times \begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + (-1)^3 \times (-3) \times \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} + (-1)^4 \times 4 \times \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}}_{(0/5)}$$

$$= \underbrace{20}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{V = |20| = 20}_{(0/25)}$$

تذکر ۱: چنانچه قدرمطلق در این حالت گذاشته نشود، نمره‌ای کسر نگردد.

تذکر ۲: چنانچه ترتیب سطرها تغییر کند و حاصل دترمینان منفی شود، محاسبه قدرمطلق دترمینان الزامی است.

تذکر ۳: در صورتی که دانش‌آموز به هر شیوه صحیح دیگر مقدار دترمینان را درست محاسبه کند، نمرهٔ کامل تعلق گیرد.

تذکر ۴: در صورتی که محاسبات مربوط به دترمینان نوشته نشود، اما مقدار دترمینان به‌درستی به دست آورده شود، نمره‌ای کسر نشود.

روش دوم:

۱۸ — ۱/۲۵

نوشتار اول:

$$\vec{b} \times \vec{c} = (-18, -14, -1) \quad (0/75)$$

$$V = \left| \vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c}) \right| = \underbrace{\left| (1, -3, 4).(-18, -14, -1) \right|}_{(0/25)} = \underbrace{20}_{(0/25)}$$

نوشتار دوم:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (10, 10, 5) \quad (0/75)$$

$$V = \left| \vec{c}.(\vec{a} \times \vec{b}) \right| = \underbrace{\left| (-1, 1, 4).(10, 10, 5) \right|}_{(0/25)} = \underbrace{20}_{(0/25)}$$

نوشتار سوم:

$$\vec{a} \times \vec{c} = (-16, -8, -2) \quad (0/75)$$

$$V = \left| \vec{b}.(\vec{a} \times \vec{c}) \right| = \underbrace{\left| (3, -4, 2).(-16, -8, -2) \right|}_{(0/25)} = \underbrace{20}_{(0/25)}$$

تذکر: در سه نوشتار فوق، در صورتی که فرمول $V = \left| \vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c}) \right|$ یا $V = \left| \vec{b}.(\vec{a} \times \vec{c}) \right|$ یا $V = \left| \vec{c}.(\vec{a} \times \vec{b}) \right|$ نوشته نشود، ولی جایگذاری به درستی انجام گردد، نمره‌ای کسر نگردد.

تذکر: در هر کدام از سه نوشتار فوق، جابجایی در قسمت ضرب خارجی، برداری قرینه ایجاد می‌کند، تأثیری در جواب ندارد و قابل قبول است.

روش سوم:

نوشتار اول:

$$b\times c=\underbrace{\begin{vmatrix} i & j & k \\ ۳ & -۴ & ۲ \\ -۱ & ۱ & ۴ \end{vmatrix}=(-۱۸,-۱۴,-۱)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \text{متوازی‌الاضلاع } S=\underbrace{\sqrt{۳۲۴+۱۹۶+۱}=\sqrt{۵۲۱}}_{(۰/۲۵)}$$

$$\text{ارتفاع متوازی‌السطوح } h=\underbrace{\left|\frac{\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})}{\left|\vec{b}\times\vec{c}\right|^{۲}}(\vec{b}\times\vec{c})\right|=\left|\frac{۲۰}{(\sqrt{۵۲۱})^{۲}}\times(-۱۸,-۱۴,-۱)\right|}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{۲۰}{\sqrt{۵۲۱}}}_{(۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow V=Sh=\sqrt{۵۲۱}\times\frac{۲۰}{\sqrt{۵۲۱}}=۲۰ \quad (۰/۲۵)$$ ۱۸

نوشتار دوم:

$$\vec{a}\times\vec{c}=\underbrace{\begin{vmatrix} i & j & k \\ ۱ & -۳ & ۴ \\ -۱ & ۱ & ۴ \end{vmatrix}=(-۱۶,-۸,-۲)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \text{متوازی‌الاضلاع } S=\underbrace{\sqrt{۲۵۶+۶۴+۴}=\sqrt{۳۲۴}=۱۸}_{(۰/۲۵)}$$

$$\text{ارتفاع متوازی‌السطوح } h=\underbrace{\left|\frac{\vec{b}.(\vec{a}\times\vec{c})}{\left|\vec{a}\times\vec{c}\right|^{۲}}(\vec{a}\times\vec{c})\right|=\left|\frac{۲۰}{(۱۸)^{۲}}\times(-۱۶,-۸,-۲)\right|}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{۲۰}{۱۸}}_{(۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow V=Sh=۱۸\times\frac{۲۰}{۱۸}=۲۰ \quad (۰/۲۵)$$

باسمه تعالی

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵
رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) – شهریور۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۱۸	نوشتار سوم: $a\times b=\begin{vmatrix} i & j & k \\ ۱ & -۳ & ۴ \\ ۳ & -۴ & ۲ \end{vmatrix}=(۱۰,۱۰,۵) \Rightarrow$ متوازی‌الاضلاع $S=\sqrt{۱۰۰+۱۰۰+۲۵}=\underbrace{\sqrt{۲۲۵}=۱۵}_{(۰/۲۵)}$ $(۰/۲۵)$ ارتفاع متوازی‌السطوح $h=\underbrace{\left\|\frac{\vec{c}.(\vec{a}\times\vec{b})}{\|\vec{a}\times\vec{b}\|^{۲}}(\vec{a}\times\vec{b})\right\|=\left\|\frac{۲۰}{(۱۵)^{۲}}\times(۱۰,۱۰,۵)\right\|=\underbrace{\frac{۲۰}{۱۵}=\frac{۴}{۳}}_{(۰/۲۵)}}_{(۰/۲۵)}$ $\Rightarrow V=Sh=\frac{۴}{۳}\times۱۵=۲۰$ $(۰/۲۵)$	
	موفق باشید	جمع نمره ۲۰