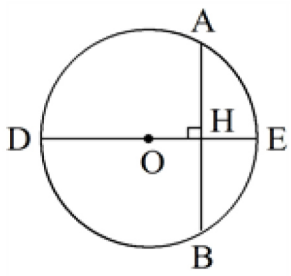
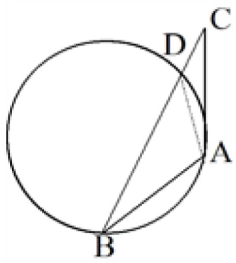
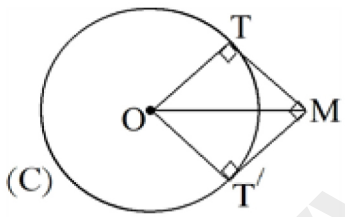
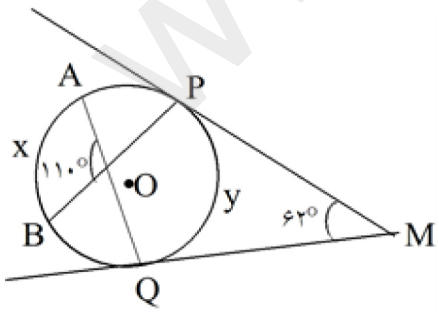
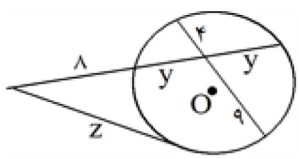
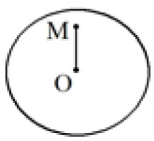
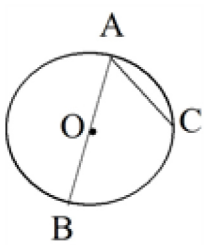
سوالات امتحان درس : هندسه ۲	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۷:۱۵	مدت امتحان: ۸۰
نام و نام خانوادگی:	پایه: یازدهم	تاریخ امتحان:۱۴۰۳/۰۸/۲۶	تعداد صفحات: ۳
دانش آموزان روزانه میان نوبت اول ۱۴۰۳	آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران		نام واحد آموزشی: دبیرستان تلاش

۷	قضیه: ثابت کنید در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند. 	۱.۵
۸	در دایره $C(O,R)$ مماس AC و وتر AB با یکدیگر مساوی‌اند خط BC دایره را در نقطه‌ی D قطع کرده‌است. ثابت کنید مثلث ADC متساوی‌الساقین است. 	۱.۵
۹	از نقطه‌ی M خارج دایره‌ی $C(O,۷)$ دو مماس عمود بر هم بر دایره‌ی (C) رسم کرده‌ایم. (مطابق شکل) اگر T و T' نقاط تماس دو مماس با دایره باشند، اندازه‌ی MT را بیابید. 	۱.۵
۱۰	در شکل زیر، مقادیر x و y را به دست آورید. $\overset{\frown}{AB}=x$ و $\overset{\frown}{PQ}=y$ 	۱.۵
۱۱	در شکل زیر y و z را بیابید. 	۱.۵

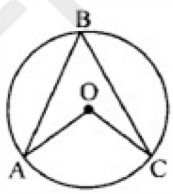
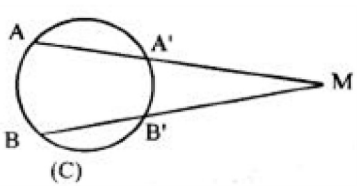
www-kanoon-ir

سوالات امتحان درس : هندسه ۲	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۷:۱۵	مدت امتحان: ۸۰
نام و نام خانوادگی:	پایه: یازدهم	تاریخ امتحان:۱۴۰۳/۰۸/۲۶	تعداد صفحات: ۳
دانش آموزان روزانه میان نوبت اول ۱۴۰۳	آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران		نام واحد آموزشی: دبیرستان تلاش

۱۲	در شکل مقابل $\mathrm{OM}=۳$ و $C(O,۵)$، اندازه‌ی کوتاه‌ترین وتری که از نقطه‌ی M می‌گذرد را بیابید. 	۱.۵
۱۳	در شکل مقابل ثابت کنید: اندازه‌ی زاویه‌ی محاطی $\widehat{\mathrm{BAC}}$ برابر با نصف کمان مقابل است. (O مرکز دایره است) یعنی: $\widehat{A}=\frac{\overset{\frown}{\mathrm{BC}}}{۲}$ 	۱.۵
۱۴	در مورد همرسی مماس مشترکهای خارجی دو دایره و خط المرکزین آن‌ها چه می‌توان گفت؟	۰.۵
۱۵	«چند ضلعی محاطی» را تعریف کنید:	۱
۱۶	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید: در دو دایره‌ی مماس برون، فاصله‌ی مرکزهای دو دایره برابر مجموع اندازه‌ی شعاع‌های دو دایره است.	۰.۵

www-kanoon.ir

سوالات امتحان درس : هندسه ۲	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۷:۱۵	مدت امتحان: ۸۰
نام و نام خانوادگی:	پایه: یازدهم	تاریخ امتحان:۱۴۰۳/۰۸/۲۶	تعداد صفحات: ۳
دانش آموزان روزانه میان نوبت اول ۱۴۰۳	آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران		نام واحد آموزشی: دبیرستان تلاش

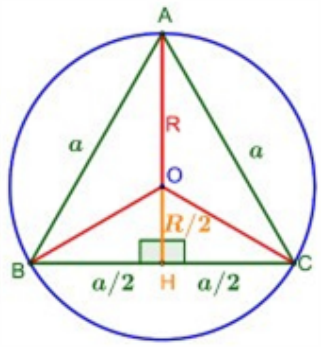
ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	مساحت مثلث متساوی‌الاضلاعی را به دست آورید که در دایره‌ای به شعاع R محاط شده باشد.	۱.۵
۲	طول خط المرکزین دو دایره‌ی مماس درونی ۲ سانتی‌متر و مساحت ناحیه‌ی محدود بین آن‌ها 16π سانتی‌متر مربع است. طول شعاع‌های دو دایره را به دست آورید.	۱.۵
۳	دو دایره به شعاع ۱ و ۴ سانتی‌متر، مماس برون هستند. مقدار x را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک خارجی آن‌ها برابر $3x+1$ باشد.	۱
۴	در دایره به مرکز O ، اگر $A\hat{O}C=(3\alpha+12)^\circ$ و $A\hat{B}C=(\alpha+16)^\circ$ باشد، مقدار α و اندازه زاویه مرکزی AOC و محاطی ABC را محاسبه کنید. 	۱
۵	در سوالات زیر گزینه درست را انتخاب کنید: الف) مرکز دایره محاطی داخلی هر مثلث، محل برخورد ..... آن مثلث است. ۱) ارتفاع‌های اضلاع ۲) عمود منصف‌های اضلاع ۳) نیم‌سازهای زاویه‌های درونی ۴) میانه‌های اضلاع ب) مرکز دایره محیطی هر مثلث، محل برخورد ..... آن مثلث است. ۱) ارتفاع‌های اضلاع ۲) عمودمنصف‌های اضلاع ۳) نیم‌سازهای زاویه‌های درونی ۴) میانه‌های اضلاع	۱
۶	ثابت کنید اگر امتداد وترهای AA' و BB' از دایره‌ی (C) یکدیگر را در نقطه‌ی M قطع کنند. آن‌گاه: $MA\times MA'=MB\times MB'$ 	۱.۵

www-kanoon-ir

۱ مرکز دایره‌ی محیطی نقطه‌ی O محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع مثلث است و چون مثلث متساوی‌الاضلاع است نقطه‌ی O محل برخورد میانه‌ها هم هست. بنابراین:

راه اول:

$$AB = BC = AC = a \ , BH = CH = \frac{a}{۲}$$

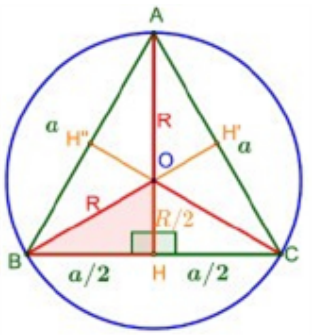


$$\left.\begin{array}{c} OH = \frac{OA}{۲} \Rightarrow OH = \frac{R}{۲} \Rightarrow AH = R + \frac{R}{۲} = \frac{۳}{۲}R \\ \overset{\triangle}{ACH} : H = ۹۰^\circ \Rightarrow AH = \sqrt{AC^۲ + CH^۲} \\ \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}a = \frac{۳}{۲}R \Rightarrow a = \frac{۳R}{\sqrt{۳}} \Rightarrow a = R\sqrt{۳}$$

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲ \Rightarrow S_{ABC} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}(R\sqrt{۳})^۲ \Rightarrow S_{ABC} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۴}R^۲$$

راه دوم: با توجه به شکل مثلث ABC از شش مثلث هم‌نهشت ساخته شده است. این مثلث‌های به حالت (ض ز ض) هم‌نهشت هستند.

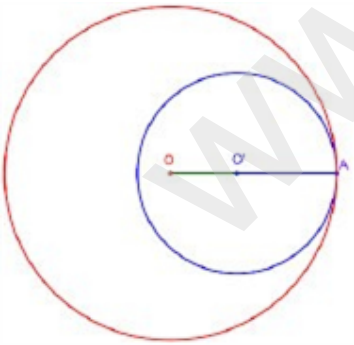


$$\overset{\triangle}{OBH} : H = ۹۰^\circ \Rightarrow BH = \sqrt{R^۲ - \left(\frac{R}{۲}\right)^۲} = \frac{R}{۲}\sqrt{۳}$$

$$S_{ABC} = ۶S_{OBH} \Rightarrow S_{ABC} = ۶ \times \frac{۱}{۲} \times \frac{R}{۲} \times \frac{R}{۲}\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۴}R^۲$$

۲ با توجه به شکل $OA = R$ و $O'A = R'$ در نتیجه:



$$\text{مساحت ناحیه محدود بین دو دایره} = \pi R^۲ - \pi R'^۲ = ۱۶\pi$$

$$\Rightarrow R^۲ - R'^۲ = ۱۶ \Rightarrow (R - R')(R + R') = ۱۶$$

$$\xrightarrow{OO' = R - R' = ۲} ۲(R + R') = ۱۶ \Rightarrow R + R' = ۸$$

$$\begin{cases} R + R' = ۸ \\ R - R' = ۲ \end{cases} \Rightarrow ۲R = ۱۰ \Rightarrow R = ۵, R' = ۳$$

www-kanoon-ir

۳

$R=۴$
$R'=۱$ $\Rightarrow d=۵$ (۰/۲۵) $\quad TT'=\sqrt{d^۲-(R-R')^۲}$ (۰/۲۵)

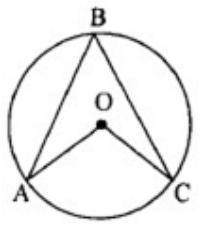
$۳x+۱=\sqrt{۵^۲-(۴-۱)^۲}$

$۳x+۱=\sqrt{۲۵-۹}=\sqrt{۱۶}=۴$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow x=۱$ (۰/۲۵)

ص ۸۲

۴



$$\begin{cases} A\hat{B}C=\frac{\overset{\frown}{AC}}{۲} \\ A\hat{O}C=\overset{\frown}{AC} \end{cases} (۰/۵) \Rightarrow \alpha+۱۶=\frac{۳\alpha+۱۲}{۲} \Rightarrow \alpha=۲۰ (۰/۲۵)$$

$\Rightarrow \begin{matrix} A\hat{B}C=۳۶^\circ \\ A\hat{O}C=۷۲^\circ \end{matrix}$ (۰/۲۵)

ص ۶۷

۵

الف) گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۰/۲۵) ص ۵۳

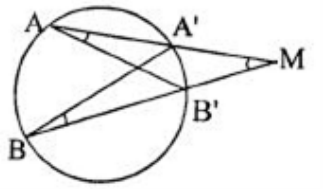
ب) گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۰/۲۵) ص ۵۹

۶

ابتدا A را به B' و B را به A' وصل می‌کنیم. دو مثلث AMB' و $A'MB$ متشابه‌اند (۰/۲۵) زیرا:

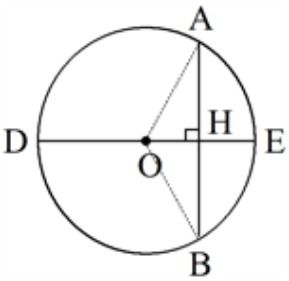
$$\begin{cases} \text{زاویه ی محاطی } \hat{A}=\hat{B}=\frac{\overset{\frown}{AB}}{۲} (۰/۵) \\ \text{مشترک } \hat{M} \end{cases} \Rightarrow \frac{MA}{MB}=\frac{MB'}{MA'} (۰/۲۵)$$

$\Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$



۷

برهان: از مرکز دایره به نقاط A و B وصل می‌کنیم، (۰/۲۵) در مثلث متساوی‌الساقین $\overset{\triangle}{OAB}$ می‌دانیم ارتفاع OH نیمساز رأس $\hat{O}$ (۰/۲۵) و میانه‌ی ضلع AB نیز است. (۰/۲۵) بنابراین: $AH=HB$ و $A\hat{O}E=B\hat{O}E$ بنابراین $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{BE}$ (۰/۲۵).



www-kanoon-ir

۸

$$\begin{cases} AC = AB \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} \ (۰/۲۵) \\ \widehat{B} = D\widehat{A}C = \frac{AD}{۲} \ (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow D\widehat{A}C = \widehat{C} \Rightarrow DC = DA \ (۰/۲۵)$$

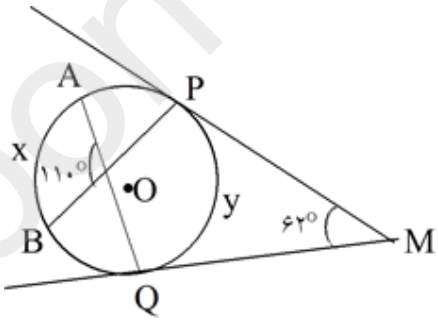
ظلی محاطی

۹ چون از M دو مماس عمود بر هم بر دایره رسم شده است پس OT عمود بر MT بوده (۰/۲۵) بنابراین چهارضلعی $OTMT'$ مربع است (۰/۲۵) پس $MT = R = ۷$ (۰/۲۵).

۱۰

$$\begin{cases} \overset{\frown}{AP} + \widehat{x} + \overset{\frown}{BQ} - \widehat{y} = ۱۲۴ \ (۰/۲۵) \\ \overset{\frown}{AP} + \overset{\frown}{BQ} = ۱۴۰ \ (۰/۲۵) \\ \widehat{x} + \widehat{y} = ۲۲۰ \ (۰/۲۵) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{x} - \widehat{y} = -۱۶ \\ \widehat{x} + \widehat{y} = ۲۲۰ \end{cases} (۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} \widehat{x} = ۱۰۲^\circ \\ \widehat{y} = ۱۱۸^\circ \end{cases}$$



۱۱

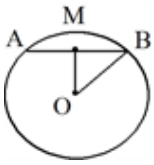
$$y \times y = ۴ \times ۹ \rightarrow y^۲ = ۳۶ \rightarrow y = ۶ \quad ۸(۸ + ۲y) = z^۲ \rightarrow z = ۴\sqrt{۱۰}$$

۱۲ کوتاه‌ترین وتری که از نقطه‌ی M می‌گذرد وتر AB است که بر OM عمود شده است.

$$\widehat{M} = ۹۰^\circ$$

رابطه فیثاغورس : $MB^۲ = OB^۲ - OM^۲ \Rightarrow MB^۲ = ۲۵ - ۹ \Rightarrow MB^۲ = ۱۶ \rightarrow MB = ۴$

اگر یک شعاع بر وتری عمود باشد، وتر و کمان روبه‌رویش را نصف می‌کند. $AB = ۲ \times MB \rightarrow AB = ۸$



www-kanoon-ir

۱۳ فرض: $\widehat{A}$ زاویه‌ی محاطی است.

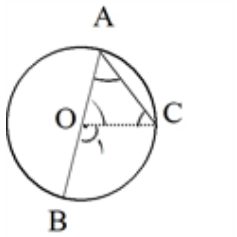
حکم: $\widehat{A}=\frac{\overset{\frown}{\mathrm{BC}}}{۲}$

اثبات: C را به مرکز دایره وصل می‌کنیم. شعاع دایره: $\mathrm{OA}=\mathrm{OC}$ مثلث $\overset{\triangle}{\mathrm{OAC}}$ متساوی‌الساقین است. پس: $\widehat{A}=\widehat{C}$ زاویه‌ی $\widehat{O}_{۱}$ زاویه‌ی خارجی مثلث $\overset{\triangle}{\mathrm{OAC}}$ است.

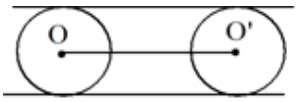
پس: $\widehat{O}_{۱}=\widehat{A}+\widehat{C}$ $\widehat{O}_{۱}=\overset{\frown}{۲\mathrm{A}}\,(۱)$

زاویه‌ی $\widehat{O}_{۱}$ زاویه‌ی مرکزی دایره است پس اندازه‌ی آن باکمان روبه‌رویش برابراست. $\widehat{O}_{۱}=\overset{\frown}{\mathrm{BC}}(۲)$

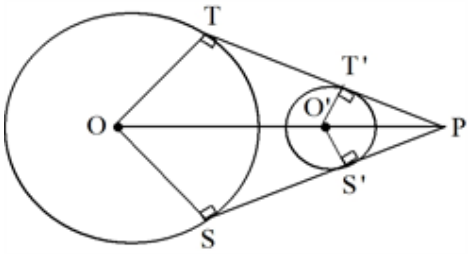
از رابطه‌ی (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم: $\overset{\frown}{۲\mathrm{A}}=\overset{\frown}{\mathrm{BC}}\,,\widehat{A}=\frac{\overset{\frown}{\mathrm{BC}}}{۲}$



۱۴ اگر دو دایره مساوی باشند مماس مشترکهای خارجی آنها با خط المرکزین موازی است.



اگر دو دایره مساوی نباشند، مماس مشترکهای خارجی آنها با خط المرکزین همرسند. زیرا اگر مماس مشترکهای خارجی دو دایره‌ی O و O' همدیگر را در نقطه‌ی P قطع کنند. از O و O' به نقطه‌ی P وصل می‌کنیم.



$\mathrm{OT}=\mathrm{OS}\rightarrow$ است. P نیمساز زاویه OP

$O'T'=O'S'\rightarrow$ است. P نیمساز زاویه $O'P$

پس نقاط P,O',O در یک راستا قرار دارند. بنابراین خط المرکزین OO' از نقطه‌ی P می‌گذرد.

۱۵ اگر همه‌ی رأس‌های یک چند ضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند، آن چند ضلعی محاطی نامیده می‌شود. (۰/۲۵)

۱۶ درست (۰/۲۵)