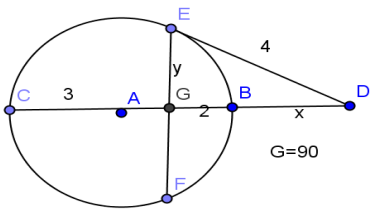
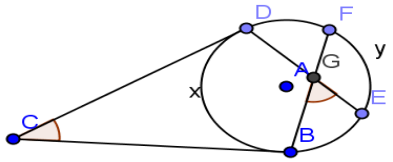
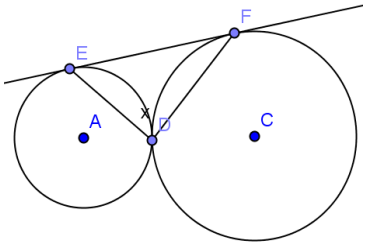
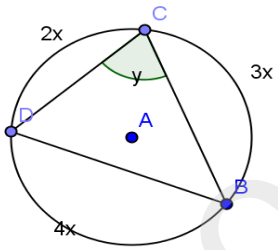
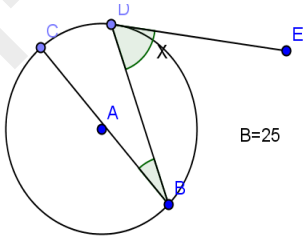
آزمون درس :هندسه۲	باسمه تعالی وزارت آموزش و پرورش اداره کل آموزش و پرورش استان کرمان مدیریت آموزش و پرورش شهرستان راور دبیرستان فضیلت	وقت آزمون: ۱۲۰ ساعت برگزاری: ۹صبح تاریخ امتحان۰۲ /۱۰/۱۴۰۲ طراح سؤال: تعداد سؤال: سؤال تعداد صفحه: برگ	مهر آموزشگاه
نام پدر:			
شماره ملی:			
پایه تحصیلی:			
شماره صندلی:			

نمره با عدد: نمره با حروف: نمره پس از تجدید نظر :

نام ونام خانوادگی دبیر و امضا

ردیف	خیام : "در ریاضیات آن چه مهم است، فکر کردن است! ریاضیات الفبایی است که خداوند جهان را بر مبنای آن خلق کرد."	بارم
1	مفاهیم زیر را تعریف کنید. زاویه محاطی ، مماس مشترک خارجی دو دایره ، دایره محیطی ، تبدیل طولپا	۳
2	ق: اندازه زاویه محاطی برابر است با نصف کمان رو به رو	۲
3	ق: هر گاه دو وتر ABو CD یکدیگر را در نقطه M درون دایره قطع کنند داریم MA.MB=MC.MD	۱
4	ق: یک چهار ضلعی محیطی است اگر و تنها اگر مجموع اندازه های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه های دو ضلع دیگر باشد.	۲
5	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) دو دایره که مماس مشترک ندارند، هم‌مرکزند ب) طول مماس مشترک داخلی همیشه از مماس مشترک خارجی کمتر است ج) دوران ایزومتری است د)هر تبدیل طولپا شیب را حفظ می‌کند	۱
6	ق: در هر بازتاب، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند	۲

www-kanoon-ir

7	در شکل های زیر مقادیر مجهول را پیدا کنید.   c=62 , G=70    	3.5
8	طول خط المرکزین دو دایره مماس درونی ۲ و مساحت محدود بین آنها 16π است. طول دو شعاع را بدست آورید	۱
9	اگر اندازه دو ضلع زاویه‌ی قائمه در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۵ و ۱۲ باشد شعاع دایره های محیطی و محاطی آن را بدست آورید مجموع معکوس شعاع های دایره های محاطی خارجی چقدر است	۲
10	بازتاب خط $3x-4y=5$ نسبت به نقطه‌ی $(2,4)$ تعیین کنید.	۱,۵
11	اگر شعاع دو دایره ۸ و ۱۰ باشد و طول مماس مشترک داخلی آنها ۲۰ باشد، فاصله‌ی بین دو مرکز چقدر است.	۱

www.kanoon.ir

هر کس به اندازه تلاش خویش بهره میبرد و پیروزی از سوی پروردگار است.

به نام او

سوال ۱:

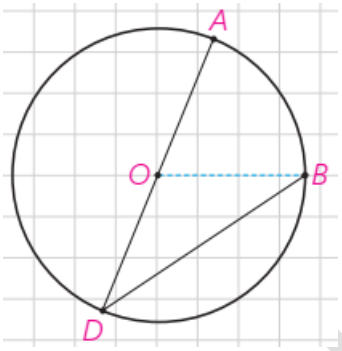
زاویه ی محاطی: زاویه ای که راس آن روی دایره و اضلاع آن شامل دو وتر از دایره باشند.

مماس مشترک خارجی دو دایره: مماس مشترک خارجی، خطّی است که بر دو دایره مماس می‌شود و امتداد خط المرکزین آن‌ها را قطع می‌کند.

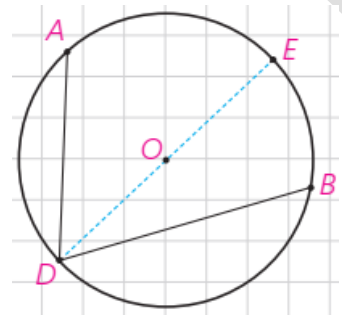
دایره ی محیطی: دایره ای که از همه ی رئوس یک چندضلعی بگذرد را دایره ی محیطی می گوییم.

تبدیل طولپا: تبدیلی که طول پاره خطّ را حفظ می کند تبدیل طولپا می گویند.

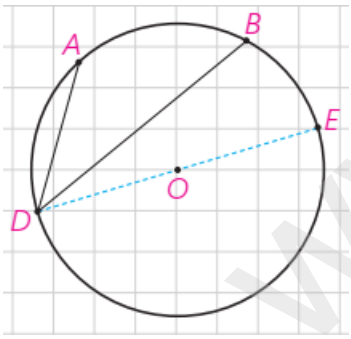
سوال ۲:



$$\widehat{AOB} = \widehat{ODB} + \widehat{OBC} \xrightarrow{\widehat{ODB}=\widehat{OBD}} \widehat{AOB} = 2\widehat{ODB} \Rightarrow \widehat{ODB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} \xrightarrow{\widehat{AOB}=\widehat{AB}} \widehat{ODB} = \frac{1}{2}\widehat{AB}$$

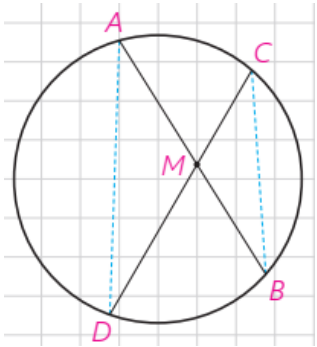


$$\left.\begin{matrix}\widehat{ADE} = \frac{1}{2}\widehat{AE} \\ \widehat{BDE} = \frac{1}{2}\widehat{BE}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \widehat{ADE} + \widehat{BDE} = \frac{1}{2}(\widehat{AE} + \widehat{BE}) \Rightarrow \widehat{ADB} = \frac{1}{2}\widehat{AB}$$



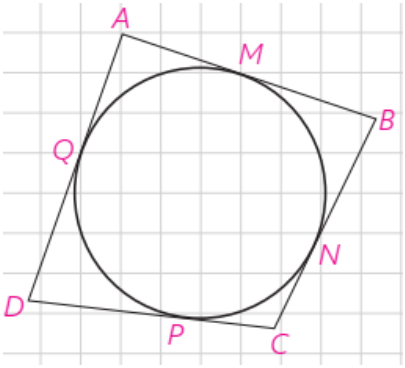
$$\left.\begin{matrix}\widehat{ADE} = \frac{1}{2}\widehat{AE} \\ \widehat{BDE} = \frac{1}{2}\widehat{BE}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \widehat{ADE} - \widehat{BDE} = \frac{1}{2}(\widehat{AE} - \widehat{BE}) \Rightarrow \widehat{ADB} = \frac{1}{2}\widehat{AB}$$

سوال ۳:



$$\left.\begin{matrix}\left.\begin{matrix}\widehat{DAB} = \frac{1}{2}\widehat{DB} \\ \widehat{DCB} = \frac{1}{2}\widehat{DB}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \widehat{DAB} = \widehat{DCB} \\ \left.\begin{matrix}\widehat{ADC} = \frac{1}{2}\widehat{AC} \\ \widehat{ABC} = \frac{1}{2}\widehat{AC}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{ABC}\end{matrix}\right\} \overset{zz}{\Rightarrow} \Delta MBC \sim \Delta MAD \Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MB} \Rightarrow MA.MB = MC.MD$$

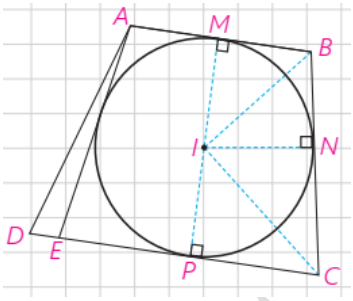
سوال ۴:



فرض می کنیم چهارضلعی $ABCD$ محیطی باشد.

می دانیم مماس های رسم شده بر یک دایره از یک نقطه با هم برابرند:

$$AB + CD = AM + MB + PC + PD = AQ + BN + CN + DQ = AD + BC$$



در عکس قضیه که با برهان خلف اثبات خواهیم کرد فرض می کنیم $AB + CD = BC + AD$

نیمساز های دو زاویه ی B و C یک دیگر را در نقطه ای مانند I قطع می کنند. با توجّه به ویژگی نیمساز نقطه ی I از سه ضلع AB و BC و CD به یک فاصله است بنابراین دایره ای به مرکز I و شعاع IM بر سه ضلع AB و BC و CD مماس است.

حال فرض می کنیم این دایره بر ضلع AD مماس نباشد پس از نقطه ی A مماسی بر دایره رسم می کنیم تا خط CD را در نقطه ی مانند E قطع کند پس:

$$AB + EC = AE + BC \xrightarrow{AB+CD=BC+AD} BC + AD - CD + EC = AE + BC \Longrightarrow AD - DE = AE \Longrightarrow AD = DE + AE$$

در فصل اوّل هندسه ی دهم یاد گرفتیم که شرط تشکیل مثلّث(قضیه ی نابرابری مثلّثی) $AD > AE + DE$ می باشد بنابراین $AD = DE + AE$ غیرممکن است و در نتیجه E همان D است و دایره بر ضلع AD نیز مماس است.

سوال ۵:

الف) نادرست

ب) درست

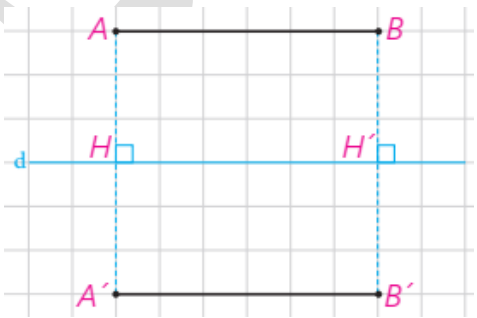
ج) درست

د) نادرست

سوال ۶:

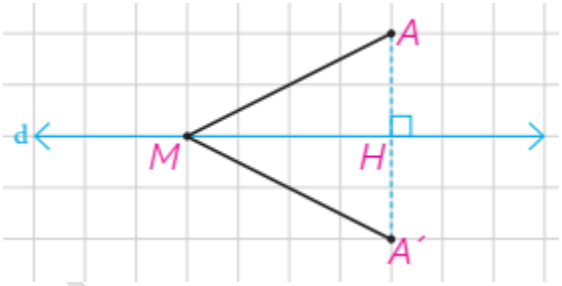
حالت اوّل: پاره خط های AB و HH' و $A'B'$ موازی اند بنابراین $\hat{A} = \hat{B} = \hat{A'} = \hat{B'} = \hat{H} = \hat{H'} = 90°$ و در نتیجه $ABA'B'$ مستطیل است پس:

$$AB = A'B'$$



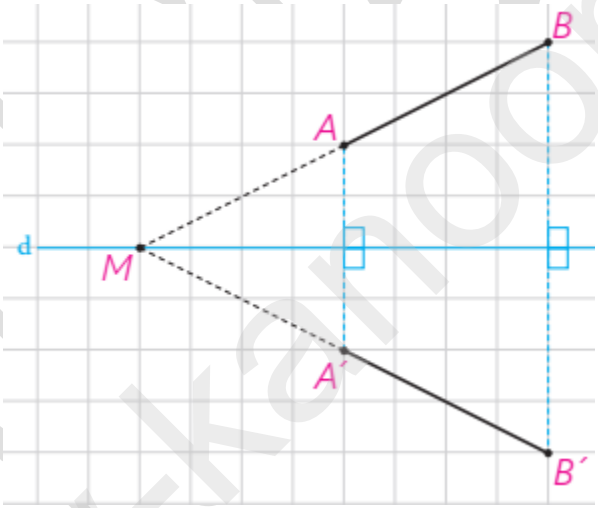
حالت دوّم: می دانیم با توجّه به ویژگی بازتاب $AH=AH'$ و زاویه ی H برابر ۹۰ درجه است در نتیجه خطّ d عمود منصّف پاره خطّ AA' است بنابراین:

$$MA = MA'$$



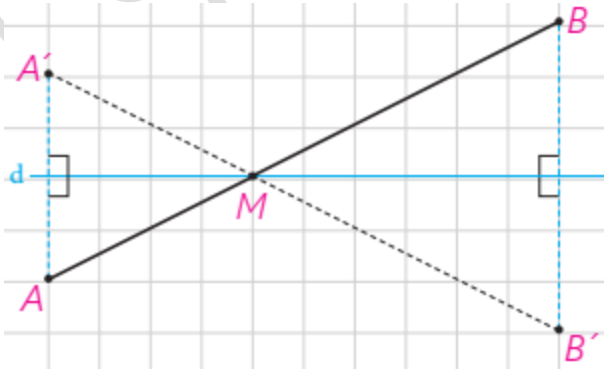
حالت سوّم: می دانیم با توجّه به ویژگی بازتاب خطّ d عمود منصّف پاره خطّ های AA' و BB' است پس:

$$\left.\begin{matrix} MA = MA' \\ MB = MB' \end{matrix}\right\} \Longrightarrow MB - MA = MB' - MA' \Longrightarrow AB = A'B'$$



حالت چهارم: می دانیم با توجّه به ویژگی بازتاب خطّ d عمود منصّف پاره خطّ های AA' و BB' است پس:

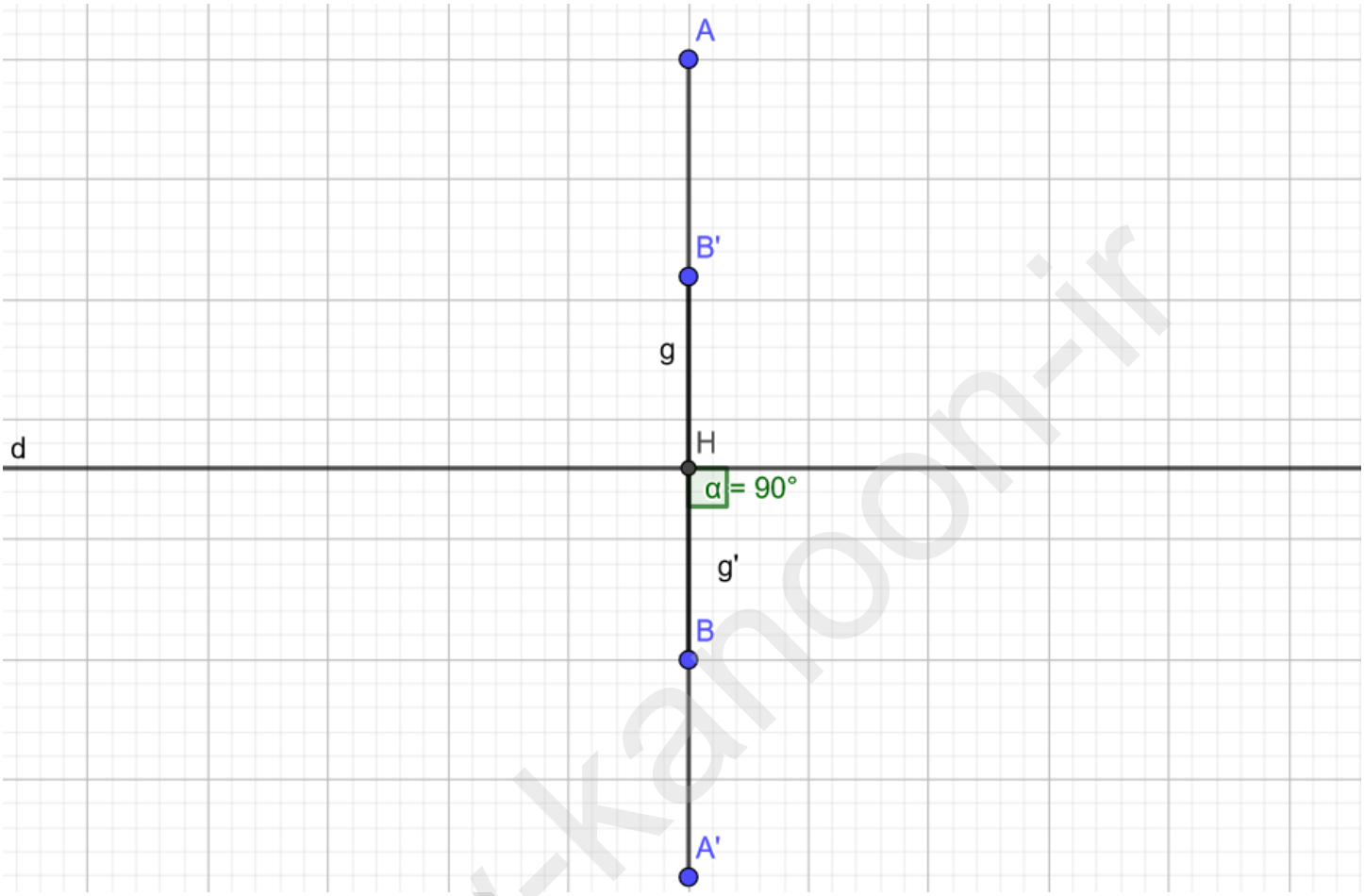
$$\left.\begin{matrix} MA = MA' \\ MB = MB' \end{matrix}\right\} \Longrightarrow MB + MA = MB' + MA' \Longrightarrow AB = A'B'$$



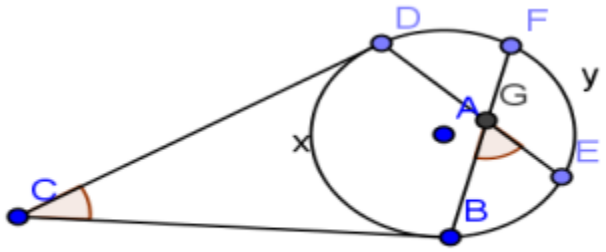
www.sanoon-ir

حالت پنجم: اگر AB بر خطّ بازتاب عمود باشد:

$$\left.\begin{matrix} AH = A'H \\ BH = B'H \end{matrix}\right\} \Longrightarrow AH + BH = A'H + B'H \Longrightarrow AB = A'B'$$



سوال ۷:

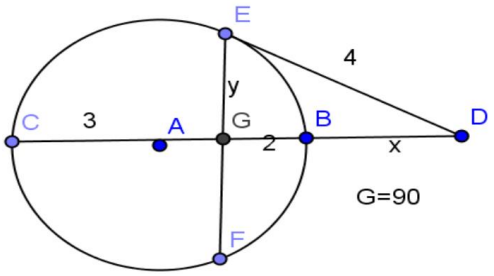


c=62 , G=70

$$\left.\begin{matrix} \hat{G} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{DF} + \overset{\frown}{BE}) = 70° \\ \overset{\frown}{DF} + \overset{\frown}{BE} + \overset{\frown}{FE} + \overset{\frown}{DB} = 360° \end{matrix}\right\} \Longrightarrow 140° + \overset{\frown}{FE} + \overset{\frown}{DB} = 360° \Longrightarrow \overset{\frown}{FE} + \overset{\frown}{DB} = 220° \Longrightarrow y + x = 220°$$

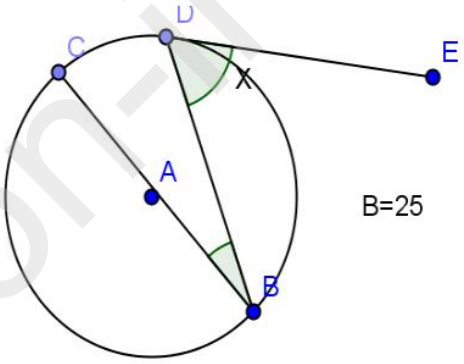
$$\left.\begin{matrix} \hat{C} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{FE} - \overset{\frown}{DB}) = 62° \Longrightarrow (\overset{\frown}{DF} + \overset{\frown}{FE} + \overset{\frown}{BE}) - \overset{\frown}{DB} = 124° \Longrightarrow (140° + y) - x = 124° \Longrightarrow x - y = 16° \end{matrix}\right\} \Longrightarrow x = 118°, y = 102°$$

www.s-kanoon.ir



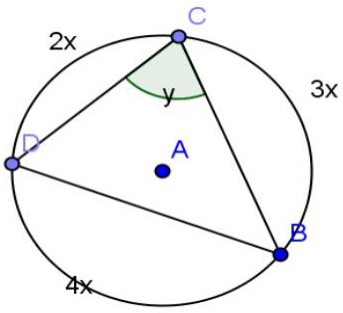
$$CG.GB = GE.GF \xrightarrow{AG=3-2=1} (3+1)2 = y \times y \Rightarrow y = 2\sqrt{2}$$

$$GE^2 + GD^2 = DE^2 \Rightarrow \left(2\sqrt{2}\right)^2 + (2+x)^2 = 4^2 \Rightarrow x + 2 = 2\sqrt{2} \Rightarrow x = 2\sqrt{2} - 2$$

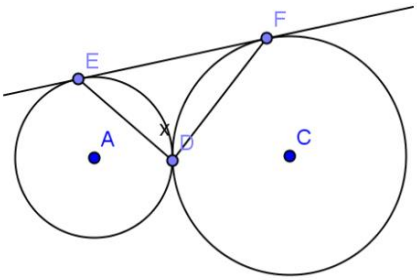


$$\hat{B} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{CD} = 25° \Rightarrow \overset{\frown}{CD} = 50°$$

$$\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{BC} - \overset{\frown}{CD} = 180° - 50° = 130° \Rightarrow X = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BD} = \frac{1}{2} \times 130° = 65°$$



$$\overset{\frown}{DC} + \overset{\frown}{CB} + \overset{\frown}{BD} = 360° \Rightarrow 2x + 3x + 4x = 360° \Rightarrow 9x = 360° \Rightarrow x = 40° \Rightarrow y = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BD} = \frac{1}{2} \times 4x = \frac{1}{2} \times 160° = 80°$$

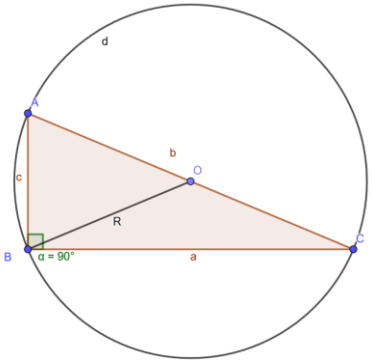


اگر میانه ی وارد بر EF را در مثلّث DEF رسم کنیم ضلع EF را در نقطه ای مانند M قطع خواهد کرد می دانیم مماس های رسم شده بر یک دایره از یک نقطه با هم برابرند بنابراین $ME = MD = ME$ در نتیجه میانه ی وارد بر ضلع EF برابر نصف ضلع EF است پس مثلّث DEF در راس D قائمه است و $x = 90°$

سوال ۸:

$$\left.\begin{array}{l} d = R - r \Rightarrow R - r = 2 \\ R^2\pi - r^2\pi = 16\pi \Rightarrow R^2 - r^2 = 16 \Rightarrow (R-r)(R+r) = 16 \xrightarrow{R-r=2} R + r = 8 \end{array}\right\} \Rightarrow R = 5, r = 3$$

سوال ۹:



$$a^2 + c^2 = b^2 \Rightarrow 12^2 + 5^2 = b^2 \Rightarrow b^2 = 169 \Rightarrow b = 13$$

محاسبه ی شعاع دایره ی محاطی:

$$P = \frac{5 + 12 + 13}{2} = 15, S = \frac{1}{2}ac = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30 \Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{30}{15} = 2$$

اگر دایره ی محیطی مثلّث را رسم کنیم مشاهده می کنیم که وتر مثلّث قطر دایره خواهد بود زیرا زاویه ی قائمه *B* به قطر دایره نگاه می کند.

$$2R = b \Rightarrow 2R = 13 \Rightarrow R = 6.5$$

سوال ۱۰: بازتاب یافته ی خطّ *3x-4y-5=0* خطّی موازی با آن خواهد بود پس معادله ی آن *3x-4y+c=0* می باشد.

فرمول فاصله ی نقطه از خطّ به شکل زیر است.

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

فاصله ی این دو خطّ را از نقطه ی *(2,4)* می یابیم و با هم برابر قرار می دهیم.

$$\frac{|3 \times 2 - 4 \times 4 - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3 \times 2 - 4 \times 4 + c|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \Rightarrow |c - 10| = 15 \Rightarrow c - 10 = \pm 15 \Rightarrow c = 10 \pm 15 \Rightarrow \begin{cases} c = 25 \\ c = -5 \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow 3x - 5y = -25$$

سوال ۱۱:

$$MN = \sqrt{d^2 - (R + r)^2} \Rightarrow 20^2 = d^2 - (10 + 8)^2 \Rightarrow d^2 = 724 \Rightarrow d = 2\sqrt{181} \approx 26.907$$