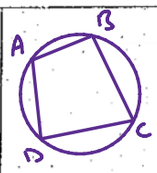
بسمه تعالی

نام و نام خانوادگی :	سازمان آموزش و پرورش استان مازندران	تاریخ آزمون : 1402/10/2
آزمون هندسه 2	اداره آموزش و پرورش شهرستان ساری ناحیه2	ساعت آزمون : 8 صبح
پایه یازدهم رشته ریاضی	متوسطه دوم نمونه دولتی رفیع	مدت آزمون : 80 دقیقه

ردیف	دوازده سوال در چهارصفحه	نمره
1	در عبارات زیرکلمات مناسب قرار دهید. الف) زاویه‌ای که راس آن روی دایره و یکی از اضلاع آن مماس بر دایره و ضلع دیگر آن شامل وتری از دایره باشد، را زاویه ظلی گویند. ب) دو دایره $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ مماس درون باشند، آنگاه $d=R-R'$ است. ج) مرکز دایره محاطی هر مثلث نقطه همرسی نیمسازها است. د) تبدیل هایی که طول پاره خط را حفظ می‌کند تبدیل طولپا گویند. ه) در هر تبدیل ، نقطه‌ای را که تبدیل یافته آن بر خود آن نقطه منطبق می‌شود را نقطه ثابت تبدیل می‌نامند.	2/5
2	**قضیه :** اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه. ۱- O روی یکی از ضلع های زاویه ABC باشد: از C به O وصل می‌کنیم $\hat{C}=\hat{B}=x$, $\hat{O}_2=\hat{C}+\hat{B}=2x=\overset{\frown}{AC} \Rightarrow \hat{B}=\frac{\overset{\frown}{AC}}{2}$ ۲- O درون زاویه ABC باشد: از B به O وصل می‌کنیم و امتدادمی دهیم تا دایره را در D قطع کند $\hat{B}_1=\frac{\overset{\frown}{DC}}{2}$, $\hat{B}_2=\frac{\overset{\frown}{AD}}{2}$ ← طبق حالت ۱ $\hat{B}=\hat{B}_1+\hat{B}_2=\frac{\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{DC}}{2}=\frac{\overset{\frown}{AC}}{2}$ $\hat{B}_1=\frac{\overset{\frown}{AD}}{2}$, $\hat{B}=\frac{\overset{\frown}{CD}}{2}$ ← طبق حالت ۱ $\hat{B}_2=\frac{\overset{\frown}{CD}-\overset{\frown}{AD}}{2}=\frac{\overset{\frown}{AC}}{2}$ ۳- O بیرون زاویه ABC باشد: از B به O وصل می‌کنیم و امتداد می دهیم تا دایره را در D قطع کند	2
3	**قضیه :** در هر بازتاب ، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند. (در حالتی که پاره خط با خط بازتاب نه موازی و نه متقاطع باشد را اثبات کنید.) $BH=B'H$, MH مشترک , $\hat{H}_1=\hat{H}_2=90^\circ$ ← (فرض) $\Rightarrow M\hat{B}H\cong M\hat{B}'H \Rightarrow MB=MB'$ به طریق مشابه $\Rightarrow MA=MA'$ $AB=MB-MA$, $A'B'=MB'-MA'$, $MB=MB', MA=MA' \Rightarrow AB=A'B'$	1

www.konoun.ir

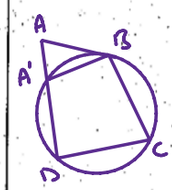
4	قضیه : یک چهارضلعی محاطی است ، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.	2

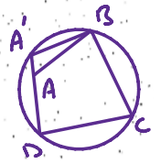


$\hat{A}=\frac{\overset{\frown}{BCD}}{2}$ ، $\hat{C}=\frac{\overset{\frown}{BAD}}{2}$ $\Rightarrow \hat{A}+\hat{C}=\frac{360^\circ}{2}=180^\circ$ در چهارضلعی محاطی دو زاویه مقابل مکمل اند

از سه نقطه B ، C ، D همواره یک دایره می گذرد زیرا عمودمنصف اضلاع مثلث همرسند و مرکز دایره محیطی هرچندضلعی نقطه همرسی عمودمنصف ها ست. برهان خلف می زنیم و فرض می کنیم A روی دایره نباشد پس خط AD دایره را در نقطه دیگری (A') قطع می کند.

$(D, A$ بین $A')$ $\quad (D, A'$ بین $A)$



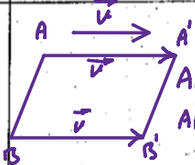


چهارضلعی $A'BCD$ محاطی ست پس $\hat{C}+B\hat{A}'D=180^\circ$

و می دانیم $\hat{C}+\hat{A}=180^\circ$ در نتیجه $B\hat{A}'D=\hat{A}$ که تناقض است

پس A' همان A است.

5	قضیه : در هر انتقال، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند.	2



حالت ۱ : چهارضلعی $AA'B'B$ متوازی الاضلاع $\Rightarrow AB=A'B'$

$AA'=BB'=|\vec{v}|$ ، $AA' \parallel BB'$

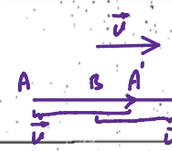


حالت ۲ : $AB \geq |\vec{v}|$ ، $AB \parallel \vec{v}$

$AB=AA'+A'B \Rightarrow AB=A'B'$

$A'B'=A'B+BB'$

$AA'=BB'=|\vec{v}|$



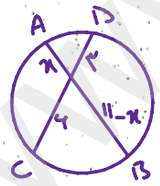
حالت ۳ : $AB < |\vec{v}|$ ، $AB \parallel \vec{v}$

$AB=AA'-BA' \Rightarrow AB=A'B'$

$A'B'=BB'-BA'$

$AA'=BB'=|\vec{v}|$

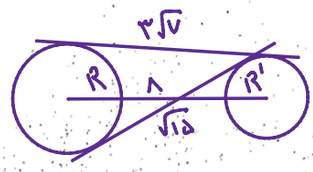
6	در دایره $C(O,R)$ وتر AB ، وتر CD به طول 9 سانتی متر را به نسبت 1 به 2 تقسیم کرده است. اگر $AB=11cm$ ، آن‌گاه وتر CD وتر AB را به چه نسبتی قطع می‌کند.	2



$x(11-x)=3\times 6 \rightarrow x=2$ ، $11-x=9 \rightarrow$ نسبت ۲ به ۹

www.kanoon.ir

7	طول شعاع های دو دایره متخارج که طول مماس مشترک خارجی آنها $3\sqrt{7}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{15}$ و طول خط المرکزین آن ها 8 واحد است ، را بدست آورید.	1/5
8	در شکل زیر اندازه زاویه α را بدست آورید.	1/5
9	در شکل زیر دو کمان AC و BD با هم برابرند ثابت کنید دو وتر AB و CD با هم موازیند.	1



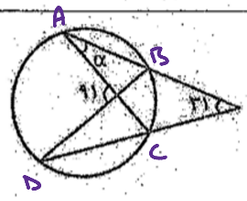
$3\sqrt{7}\cdot\sqrt{93}\cdot\sqrt{8^2-(R-R')^2}$

$\rightarrow (R-R')^2=64-93=1 \rightarrow R-R'=1$

$\sqrt{15}=\sqrt{8^2-(R+R')^2}$

$\rightarrow (R+R')^2=64-49=49 \rightarrow R+R'=7$

$\begin{cases} R-R'=1 \\ R+R'=7 \end{cases} \rightarrow R=4, R'=3$

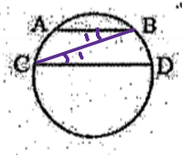


$91^\circ=\frac{\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC}}{2}$

$31^\circ=\frac{\overset{\frown}{AD}-\overset{\frown}{BC}}{2}$

$\rightarrow \overset{\frown}{AD}=122^\circ, \overset{\frown}{BC}=60^\circ$

$\alpha=\frac{\overset{\frown}{BC}}{2}=\frac{60^\circ}{2}=30^\circ$



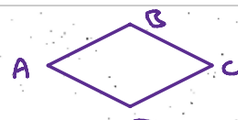
$\hat{C}_1=\frac{\overset{\frown}{BD}}{2}$

$\hat{B}_1=\frac{\overset{\frown}{AC}}{2}$

$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{AC}$

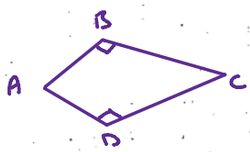
$\hat{B}_1=\hat{C}_1 \Rightarrow AB \parallel CD$

www.kanoon.ir



لوزی محاطی نیست زیرا مجموع زوایای مقابل ۱۸۰ نیست.

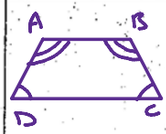
لوزی محیطی است زیرا اضلاع با هم برابرند. $AB+CD=AD+BC$



کایت در حالت کلی محاطی نیست ولی اگر دو زاویه مقابل آن قائم باشند محاطی است.

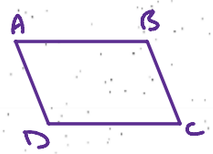
کایت محیطی است. $AB+CD=AD+BC$

10	چهار ضلعی‌های ذوزنقه ، متوازی الاضلاع ، لوزی و کایت را در نظر بگیرید با بیان دلیل کدام محاطی و کدام محیطی است.	2



ذوزنقه در حالت کلی محاطی نیست زیرا زوایای مقابل آن مکمل نیستند ولی اگر ذوزنقه متساوی الساقین باشد، محاطی است. $\hat{A}+\hat{D}=180 \xrightarrow{\hat{C}=\hat{D}} \hat{A}+\hat{C}=180$

ذوزنقه در حالت کلی محیطی نیست ولی اگر نیمسازهای داخلی آن همرس باشند محیطی است.

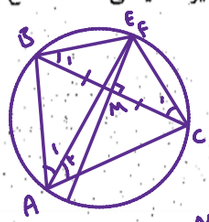


متوازی الاضلاع در حالت کلی محاطی نیست. $\hat{A}+\hat{C}<180^\circ$ ، $\hat{B}+\hat{D}>180^\circ$

متوازی الاضلاع در حالت کلی محیطی نیست زیرا اضلاع مقابل دو به دو برابرند.

$AB+CD>AD+BC$

11	ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می‌کنند.	1



نیمساز زاویه A دایره محیطی را در E قطع می‌کند.

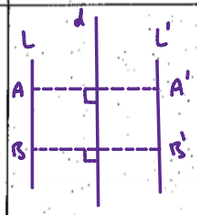
$\hat{A}_1=\frac{\overset{\frown}{BE}}{2}$ ، $\hat{A}_2=\frac{\overset{\frown}{CE}}{2}$ ، $\hat{A}_1=\hat{A}_2 \rightarrow \overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{CE} \rightarrow$ E وسط کمان BC

عمود منصف BC دایره محیطی را در F قطع می‌کند.

$M\hat{F}B \cong M\hat{F}C \rightarrow \hat{B}_1=\hat{C}_1 \rightarrow \overset{\frown}{CF}=\overset{\frown}{BF} \rightarrow$ F وسط کمان BC

E و F منطبق هستند پس عمود منصف و نیمساز زاویه A رو دایره محیطی قطع می‌کنند.

12	آیا بازتاب شیب خط را حفظ می‌کنند؟ با رسم شکل حالت‌های مختلف را نشان دهید.	1/5



حالت ۱ : اگر خط l با خط بازتاب d موازی باشد:

اگر A و B دو نقطه از خط l باشند آنگاه A' و B' بازتاب آن دو نسبت به d هستند که روی خط l' قرار دارند.

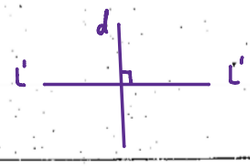
$AH=BH'$ ، $AH=A'H$ ، $BH'=B'H' \rightarrow AH+A'H=BH'+B'H \rightarrow AA'=BB'$

$AA' \perp d$ ، $BB' \perp d \rightarrow AA' \parallel BB'$

$AA' \parallel BB'$ ، $AA'=BB' \rightarrow ABB'A'$ متوازی الاضلاع $\rightarrow AB \parallel A'B' \rightarrow L \parallel L'$

حالت ۲ : اگر خط l بر خط بازتاب d عمود باشد:

تصویر l بر خودش منطبق بوده و موازی l است.



20	جمع بارم	"موفق و پیروز باشید" رستم نژاد

حالت ۳ : خط l با خط بازتاب d متقاطع باشد:

تصویر l و l' و d در نقطه‌ای مانند M متقاطع هستند

پس l و l' موازی نیستند.

