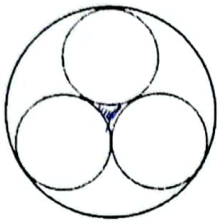
نام و نام خانودگی : نام پدر : پایه و رشته : یازدهم ریاضی نام دبیر : مدرس	آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳ – ۱۴۰۲ دبیرستان فرزانگان دوره دوم	نام درس : هندسه تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۱۰/۰۲ مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه تعداد سوالات : ۱۱ تعداد صفحه : ۳

۱	کامل کنید. الف) اگر یک ضلع زاویه ظلی قطری از دایره باشد اندازه این زاویه ..... است. ب) مساحت قطاعی که اندازه زاویه مرکزی آن ρ درجه است برابر ..... است. ج) یک زاویه داخلی چهارضلعی محاطی همواره با زاویه مقابل به آن زاویه داخلی ..... است. د) بازتاب جهت شکل را حفظ	۲
۲	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر قطری از دایره بر وتر عمود باشد آن وتر را نصف می کند. ب) در دو دایره متقاطع ، خط المرکزین ، عمود منصف وتر مشترک دو دایره است. ج) هر دو دایره دارای حداقل یک مماس مشترک هستند. د) انتقال شیب را حفظ نمی کند.	۱
۳	قضیه های زیر را اثبات کنید. (پاسخ پشت برگه نوشته شود) الف) اندازه ی هر زاویه ظلی برابر است با نصف کمان روبروی آن ب) اندازه زاویه ای که از برخورد امتداد دو وتر از یک دایره (بیرون دایره) پدید می آید برابر نصف اندازه تفاضل کمان هایی از آن دایره که به اضلاع محدودند. ج) $r_a = \frac{s}{p-a}$ د) چهارضلعی محاطی است اگر و تنها اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند. هـ) بازتاب ایزومتری است.	۱/۵ ۱ ۱ ۲ ۲
۴	دو دایره به شعاع های ۴ و ۱۰/۵ واحد مماس برون اند از مرکز دایره کوچکتر مماسی بر دایره بزرگتر رسم می کنیم طول این قطعه مماس چقدر است؟	۱

www-kanoon.ir

CamScanner

۵	درون دایره ای بر شعاع ۲ ، سه دایره مساوی ، دو به دو مماس بر هم و هر کدام مماس بر دایره اصلی رسم شده است مساحت ناحیه محصور بین این سه دایره چند برابر $(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2})$ است؟ 	۱
۶	شعاع دایره محاط خارجی مثلث متساوی الاضلاع برابر $4\sqrt{3}$ است مساحت این مثلث چقدراست.	۱
۷	مثلثی با اندازه محیط ۱۲ مفروض است. اگر اندازه ارتفاع های مثلث ۲/۴ ، ۳ و ۴ باشد اندازه مساحت مثلث چقدر است.	۱
۸	یک ذورنقه ، هم محیطی است و هم محاطی. ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آنها.	۱/۵
۹	اگر مساحت شش ضلعی منتظم محاط در یک دایره $6\sqrt{3}$ باشد مساحت شش ضلعی منتظم محیط بر این دایره چند برابر $\sqrt{3}$ است.	۱

www-kanoon-ir

CamScanner

نام و نام خانودگی : نام پدر : پایه و رشته : یازدهم ریاضی نام دبیر : مدرس	آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۹۹ – ۹۸ دبیرستان فرزانگان دوره دوم	نام درس : هندسه تاریخ آزمون : ۹۸/۱۰/۱۴ مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه تعداد سوالات : ۱۱ تعداد صفحه : ۳

۱۰	نقاط **A** و **B** در یک طرف خط **d** و به ترتیب به فاصله ۱ و ۴ واحد از این خط قرار دارند بازتاب این تقاط نسبت به خط **d** را $\acute{A}$ و $\acute{B}$ می نامیم اگر چهارضلعی $A\acute{A}B\acute{B}$ محیطی باشد مساحت آن را بدست آورید.	۱/۵
۱۱	ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند.	۱/۵

«موفق باشید»

www-kanoon-ir

CamScanner

به نام خدا

سعید خانبابایی
کارشناسی مهندسی برق

نام و نام خانوادگی : نام پدر : پایه و رشته : یازدهم ریاضی نام دبیر : مدرس	آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳ – ۱۴۰۲ دبیرستان فرزانگان دوره دوم	نام درس : هندسه تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۱۰/۰۲ مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه تعداد سوالات : ۱۱ تعداد صفحه : ۳

۱ کامل کنید. — ۲

الف) اگر یک ضلع زاویه ظلی قطری از دایره باشد اندازه این زاویه ۹۰ درجه است.

ب) مساحت قطاعی که اندازه زاویه مرکزی آن ρ درجه است برابر $\frac{\rho}{360} \times \pi r^2$ است.

ج) یک زاویه داخلی چهارضلعی محاطی همواره با زاویه مقابل به آن زاویه داخلی مکمل است.

د) بازتاب جهت شکل را حفظ نمی کند.

۲ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. — ۱

الف) اگر قطری از دایره بر وتر عمود باشد آن وتر را نصف می کند. درست

ب) در دو دایره متقاطع ، خط المرکزین ، عمود منصف وتر مشترک دو دایره است. درست

ج) هر دو دایره دارای حداقل یک مماس مشترک هستند. نادرست

د) انتقال شیب را حفظ نمی کند. نادرست

۳ قضیه های زیر را اثبات کنید. (پاسخ پشت برگه نوشته شود)

الف) اندازه ی هر زاویه ظلی برابر است با نصف کمان روبروی آن — ۱/۵

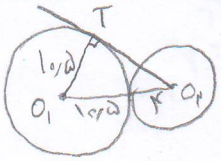
ب) اندازه زاویه ای که از برخورد امتداد دو وتر از یک دایره (بیرون دایره) پدید می آید برابر نصف اندازه تفاضل کمان هایی از آن دایره که به اضلاع محدودند. — ۱

ج) $r_a = \frac{s}{p-a}$ — ۱

د) چهارضلعی محاطی است اگر و تنها اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند. — ۲

هـ) بازتاب ایزومتری است. — ۲

۴ دو دایره به شعاع های ۴ و ۱۰/۵ واحد مماس برون اند از مرکز دایره کوچکتر مماسی بر دایره بزرگتر رسم می کنیم طول این قطعه مماس چقدر است؟ — ۱



$O_2T^2 + O_1T^2 = O_1O_2^2$

$O_2T^2 + 10/5^2 = 14/5^2 \Rightarrow O_2T^2 = 100$

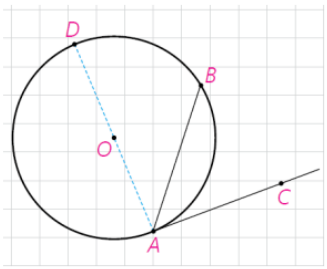
$\Rightarrow O_2T = 10$

www.kanoon.ir
CamScanner

سوال ۳

قسمت الف)

زاویه ی ظلّی حادّه باشد:

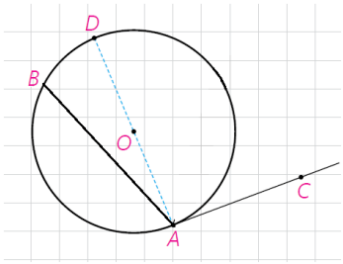


$$\hat{DAC} = 90° \Longrightarrow \hat{DAC} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}$$

$$\text{محاطی } \hat{DAB} \Longrightarrow \hat{DAB} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{DB}$$

$$\hat{DAC} - \hat{DAB} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{DB}) \Longrightarrow \hat{BAC} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}$$

زاویه ی طلّی منفرجه باشد:

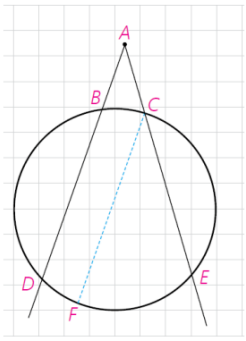


$$\hat{DAC} = 90° \Longrightarrow \hat{DAC} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}$$

$$\text{محاطی } \hat{DAB} \Longrightarrow \hat{DAB} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{DB}$$

$$\hat{DAC} + \hat{DAB} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{DB}) \Longrightarrow \hat{BAC} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}$$

قسمت ب) از نقطه ی C خطّی موازی با BD رسم می کنیم تا دایره را در نقطه ی F قطع کند:



$$CF||AD \Longrightarrow \hat{DAE} = \hat{FCE}$$

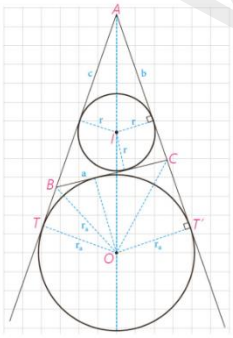
$$\text{محاطی } \hat{FCE} \Longrightarrow \hat{FCE} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{EF}$$

$$\hat{FCE} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{EF} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{DE} - \overset{\frown}{DF})$$

دو وتر از یک دایره موازی اند، اگر و تنها اگر کمان های محدود بین آن ها مساوی باشند پس: $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{DF}$

$$\hat{DAE} = \hat{FCE} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{EF} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{DE} - \overset{\frown}{DF}) = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{DE} - \overset{\frown}{BC})$$

قسمت ج) در شکل داریم:



$$S_{ABC} = S_{OAC} + S_{OAB} - S_{OBC} \Longrightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}r_a b + \frac{1}{2}r_a c - \frac{1}{2}r_a a$$

حال اگر مساحت مثلّث ABC را با S نشان دهیم:

$$S_{ABC} = S \Longrightarrow S = \frac{1}{2}r_a(b + c - a)$$

محیط مثلّث ABC را با 2p نشان می دهیم:

$$۲p = a + b + c \Longrightarrow 2p - 2a = a + b + c - 2a = b + c - a \Longrightarrow S = \frac{1}{2}r_a(p - a) \Longrightarrow r_a = \frac{S}{p - a}$$

قسمت د) اگر چهارضلعی ABCD محاطی باشد:

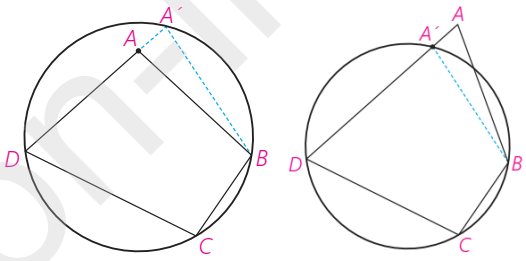
$$\hat{A}+\hat{C}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{\mathrm{BAD}}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}+\overset{\frown}{\mathrm{BAD}})=\frac{1}{2}(360°)=180°$$

$$\hat{B}+\hat{D}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{\mathrm{ADC}}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{\mathrm{ABC}}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{\mathrm{ADC}}+\overset{\frown}{\mathrm{ABC}})=\frac{1}{2}(360°)=180°$$

حال درعکس قضیه فرض می کنیم A و C مکمّل باشند. با برهان خلف ثابت خواهیم کرد ABCD محاطی است.

از نقاط B و C و D همواره یک دایره می گذرد چون عمود منصّف های مثلّث BCD همرسند و مرکز دایره ی محیطی مثلّث محلّ همرسی عمود منصّف های آن است.

فرض می کنیم حکم نادرست باشد و این دایره از A نگذرد، پس این دایره خطّ AD را در نقطه ی دیگری مانند A′ قطع خواهد کرد دو حالت پیش می آید:



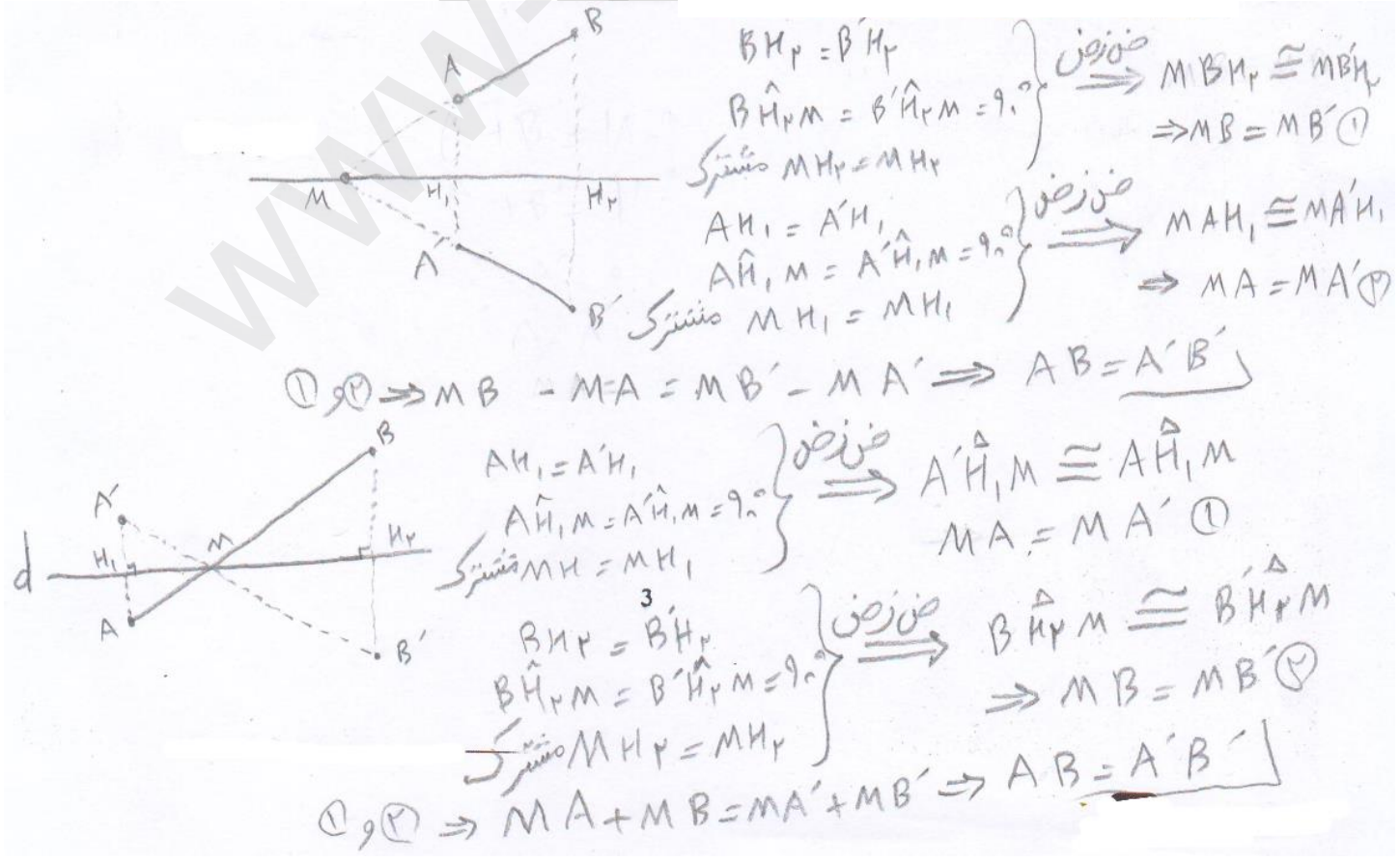
چهارضلعی A′BCD محاطی است؛ پس:

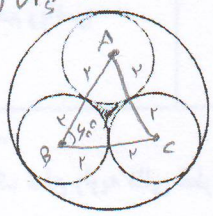
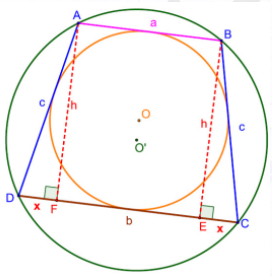
$$\hat{C}+\mathrm{B}\hat{\mathrm{A}}'D=180,\hat{C}+\hat{A}=180\Rightarrow\hat{A}=\mathrm{B}\hat{\mathrm{A}}'D$$

ولی این غیرممکن است زیرا در هر مثلّث هر زاویه ی خارجی از زاویه ی داخلی غیرمجاورش بزرگ تر است.

در نتیجه A همان A′ می باشد و حکم درست است.

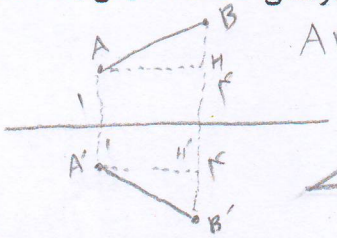
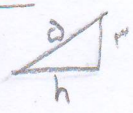
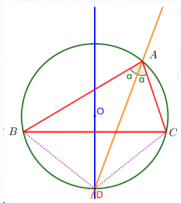
قسمت ه) اثبات طولپا بودن بازتاب:



۵	درون دایره ای بر شعاع ۲ ، سه دایره مساوی ، دو به دو مماس بر هم و هر کدام مماس بر دایره اصلی رسم شده است مساحت ناحیه محصور بین این سه دایره چند برابر $(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2})$ است؟  مثلث ABC به رئوس مراکز دایره یک مثلث متساوی الاضلاع است. $S=\frac{\sqrt{3}}{4}(2r)^2-\frac{60^\circ}{360^\circ}\times 2^2\pi\times 3$ $=\frac{\sqrt{3}}{4}(4)^2-\frac{1}{2}\times 4\pi=4\sqrt{3}-2\pi=4\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)$ چهار برابر	۱
۶	شعاع دایره محاط خارجی مثلث متساوی الاضلاع برابر $4\sqrt{3}$ است مساحت این مثلث چقدراست.  $P=\frac{2+2+2}{2}=3a$ ، $S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ $r_a=\frac{S}{P-a}\Rightarrow 4\sqrt{3}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3}{2}a-a}\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}a=4\sqrt{3}\Rightarrow a=8$	۱
۷	مثلثی با اندازه محیط ۱۲ مفروض است. اگر اندازه ارتفاع های مثلث ۲/۴ ، ۳ و ۴ باشد اندازه مساحت مثلث چقدر است. $\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{1}{r}\Rightarrow \frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2.4}=\frac{1}{r}\Rightarrow \frac{1}{r}=1\Rightarrow r=1$ $r=\frac{S}{p}\Rightarrow 1=\frac{S}{12\times\frac{1}{2}}\Rightarrow S=6$	۱
۸	یک ذورنقه ، هم محیطی است و هم محاطی. ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آنها.  چون ذوزنقهٔ ABCD محاطی است پس متساوی الساقین است و و چون محیطی است مجموع دو ضلع مقابل با مجموع دو ضلع مقابل دیگر برابر است.در نتیجه: $2c=a+b$ و مثلث ADF قائم الزاویه است. $2c=a+b\Rightarrow c=\frac{a+b}{2}$ ، $b=2x+a\Rightarrow x=\frac{b-a}{2}$ $h^2=c^2-x^2\Rightarrow h^2=(\frac{a+b}{2})^2-(\frac{b-a}{2})^2\Rightarrow h^2=\frac{4ab}{4}\Rightarrow h=\sqrt{ab}$ $S_{ABCD}=\frac{1}{2}(a+b)\times h\Rightarrow S_{ABCD}=\frac{1}{2}(a+b)\sqrt{ab}$	۱/۵
۹	اگر مساحت شش ضلعی منتظم محاط در یک دایره $6\sqrt{3}$ باشد مساحت شش ضلعی منتظم محیط بر این دایره چند برابر $\sqrt{3}$ است. $\theta=\frac{180}{n}=\frac{180}{6}=30^\circ$ ، $CD=6\sqrt{3}\Rightarrow HD=3\sqrt{3}$ $\sin 30^\circ=\frac{HD}{OD}\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{OD}\Rightarrow OD=6\sqrt{3}=r$ $\tan 30^\circ=\frac{MB}{OM}=\frac{MB}{OD}\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{MB}{6\sqrt{3}}$ $\Rightarrow MB=6\Rightarrow AB=12$ $r=\frac{S}{p}\Rightarrow 6\sqrt{3}=\frac{S}{12\times 6\times\frac{1}{2}}$ $\Rightarrow S=216\sqrt{3}$	۱

www.kanoon.ir
CamScanner

نام و نام خانوادگی : نام پدر : پایه و رشته : یازدهم ریاضی نام دبیر : مدرس	آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۹۹ – ۹۸ دبیرستان فرزانگان دوره دوم	نام درس : هندسه تاریخ آزمون : ۹۸/۱۰/۱۴ مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه تعداد سوالات : ۱۱ تعداد صفحه : ۳

۱۰	نقاط A و B در یک طرف خط d و به ترتیب به فاصله ۱ و ۴ واحد از این خط قرار دارند بازتاب این نقاط نسبت به خط d را $\acute{A}$ و $\acute{B}$ می نامیم اگر چهارضلعی $AA\acute{B}\acute{B}$ محیطی باشد مساحت آن را بدست آورید.   محیطی ⟸ $AB+A'B'=۲+۸$ $\Rightarrow ۲AB=۱۰\Rightarrow AB=۵\Rightarrow A'B'=۵$ $۳^۲+h^۲=۵^۲\Rightarrow h=۴$ $S=\frac{۱}{۲}h(a+b)=\frac{۱}{۲}\times۴(۲+۸)=۲۰$	۱/۵
۱۱	ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند.  فرض کنیم نیمساز زاویهٔ BAC دایرهٔ محیطی را در نقطهٔ D قطع کند: $\widehat{BAD}=\widehat{CAD}\xrightarrow{\text{محاطی}}\widehat{BD}=\widehat{CD}\xrightarrow{\text{ق کمان ها و وترهای مساوی}}BD=CD$ فاصلهٔ نقطهٔ D از دونقطهٔ B و C به یک اندازه است پس بنا بر خاصیت عمود منصف نقطهٔ D روی عمود منصف پاره خط BC نیز قرار دارد.	۱/۵