آزمون ترم اول- سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آزمون : هندسه | پایه :یازدهم | رشته: ریاضی | تاریخ : ۱۴۰۲/۱۰/۰۷

نام و نام‌خانوادگی: | کلاس: | نام دبیر :آقای حاجیلو | تعدادصفحات:۳ | زمان: ۱۲۰دقیقه

۱- ابتدا درستی یا نادرستی هرگزاره رامشخص کنید ، سپس برای گزاره های درست دلیل و برای گزاره های نادرست مثال نقض ارائه کنید. (۳ نمره)

الف) اگرطول وتری $2\sqrt{2}$ برابرشعاع دایره باشد ، کمان متناظر آن به اندازهٔ ۹۰° است.

ب) تبدیلهای طولپا ، جهت شکلها راحفظ میکنند.

پ) دوزنقه های متساوی الساقین متحاطی اند.

ت) دربارتاب ، تبدیل یافتهٔ یک خط ، نمی‌تواند با آن موازی باشد.

۲- جاهای خالی را باعبارت مناسب پرکنید. (۲ نمره)

الف) شعاع دایرهٔ محیطی مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع ۵ برابر با ..... است.

ب) مرکز دایرهٔ محاطی یک چند ضلعی محیطی ..... است.

پ) نتیجهٔ دو بارتاب بامحورهای موازی یک ..... است.

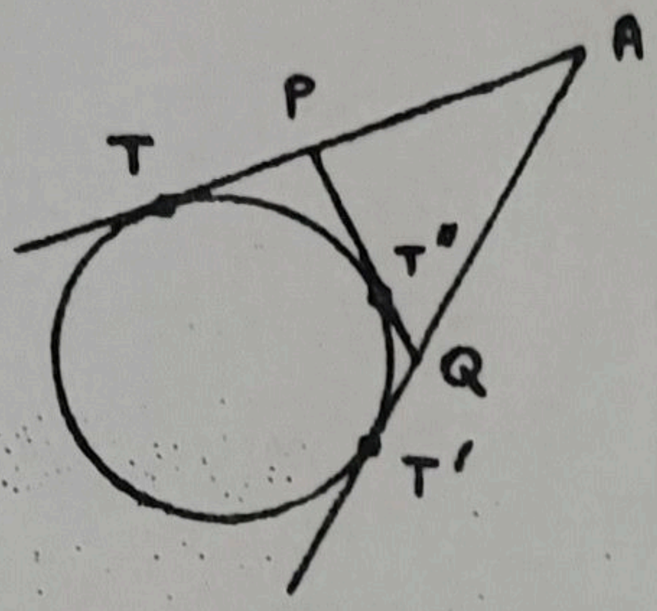
ت) عمودمنصفهای پاره خطهایی که هرنقطه را به تصویرش دریک دوران وصل میکنند ..... .

۳- نشان دهید درچهارضلعی محیطی ، مجموع اضلاع روبرو باهم برابراست. (۱٫۵ نمره)

۴- نشان دهید تبدیل طولپا اندازهٔ زاویه را حفظ میکند. (۱ نمره)

۵- خط مماس بر دایرهٔ محیطی مثلث ABC درنقطهٔ A ، امتداد ضلع BC را در D قطع می‌کند به طوری که $DB = 2BC$. حاصل $\frac{AC}{AB}$ را محاسبه کنید. (۱٫۵ نمره)

۶- مطابق شکل، T، T'، T'' نقاط تماس خطها با دایره اند. اگر $AP=12$، $AQ=13$ و $PT''=3$، آنگاه: (۲٫۲۵ نمره)

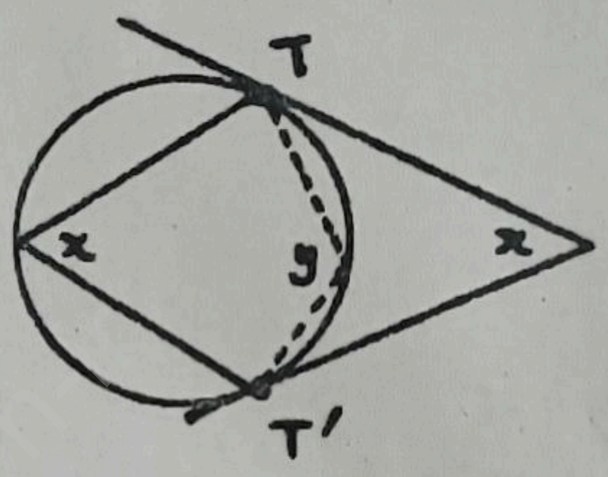


الف) شعاع دایره را محاسبه کنید.

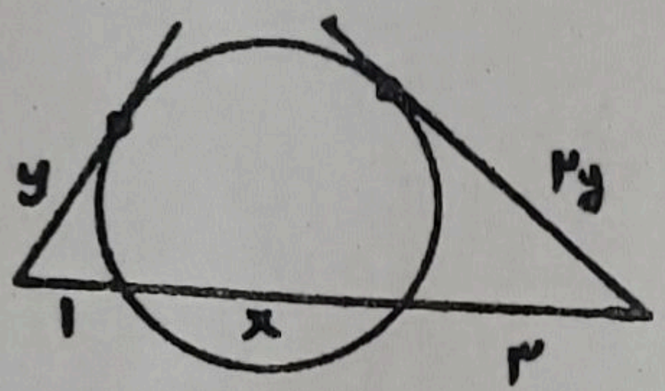
ب) طول ضلع شش ضلعی منتظم محیطی دایره را محاسبه کنید.

۷- مقادیر x و y را در هر شکل محاسبه کنید. (۲٫۲۵ نمره)

الف)



ب)



۸- دو دایره به شعاعهای r و R مماس داخل اند. از نقاط واقع بر دایرهٔ بزرگ، مماسهایی بر دایرهٔ کوچک رسم میکنیم: (۱٫۵ نمره)

الف) بلندترین این مماسها از چه نقطه ای رسم میشود؟ چرا؟

ب) طول بلندترین مماس را برحسب r و R بدست آورید.

۹- دایرهٔ $C(O,r)$ را نسبت به خطی که کمترین فاصلهٔ آن از نقاط واقع بر دایرهٔ C برابر r است بازتاب میدهیم تا دایرهٔ C' بدست آید. طول مماس مشترک داخلی دو دایرهٔ C و C' را برحسب r بدست آورید. (۱٫۵ نمره)

Scanned with CamScanner

۱۰- مثلثی را نسبت به خطی که وسطهای دو ضلع آن را بهم وصل میکند بازتاب میدهیم. نشان دهید سطح محصور به این مثلث و تصویرش، نصف مساحت مثلث اولیه است.
(۱٫۵ نمره)

۱۱- نقطهٔ O به فاصلهٔ a از خط d مفروض است. d را حول O به اندازهٔ θ دوران میدهیم تا خط حاصل، d را در A قطع کند. طول OA را برحسب a و θ بدست آورید.
(۱ نمره)

۱۲- نقطهٔ A را حول O به اندازهٔ ۱۸۰° دوران میدهیم تا A′ حاصل شود، سپس A′ را حول O′ به اندازهٔ ۱۸۰° دوران میدهیم تا A″ حاصل شود. تبدیلی معرفی کنید که A را مستقیماً روی A″ تصویر کند. (۱٫۵ نمره)

* برای ارفاق، مجموع بارمها ۲۰٫۵ نمره در نظر گرفته شده است.

موفق باشید

Scanned with CamScanner

* پاسخ سوال ۱)

الف) درست . از این نکته که ضلع روبه‌رو به زاویه ۴۵° ، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وتر است می‌توان استفاده کرد .

ب) نادرست . بازتاب طول‌ها است ولی جهت را حفظ نمی‌کند .

ج) درست

د) نادرست : اگر خط اولیه موازی محور بازتاب باشد امکان دارد .

* پاسخ سوال ۲)

الف) $\frac{a^3}{FS}$ S مساحت ملک

ب) محل تقاطع عمود منصف ها

ج) تبدیل همانی

د) از مرکز دوران می‌گذرد

* پاسخ سوال ۳)

برهان خلف : فرض کنیم چهارضلعی ABCD محیطی نباشد پس دایره بر سه ضلع آن مماس است ولی بر ضلع BC مماس نیست .

پس از B یک مماس بر دایره رسم می‌کنیم و در نقطه C' قطع می‌کند .

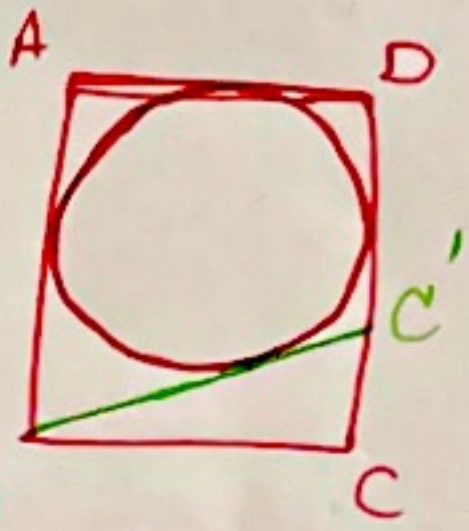
پس چهارضلعی ABC'D محیطی است و داریم :

$$\Rightarrow AD+BC' = DC'+AB$$

$$\text{فرض} = AD+BC = AB+CD$$

$$BC-BC' = DC-DC'$$

از هم کم کرده و داریم $\longrightarrow$ CC'



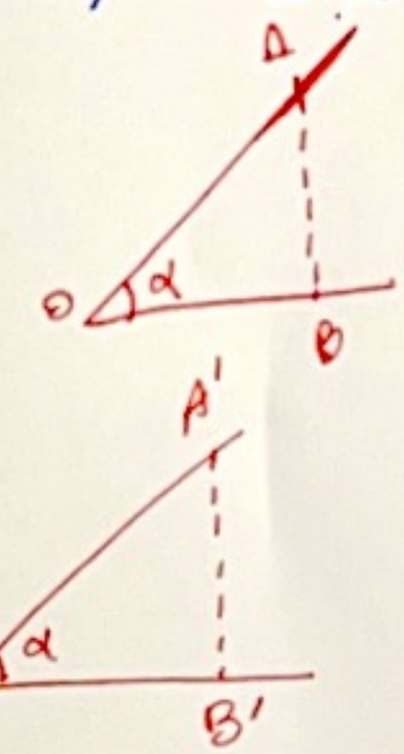
$\Longrightarrow$ $BC = BC' + CC'$ $\Longrightarrow$

این تساوی با رابطه نامساوی مثلث $CC' + BC'' > BC'$ در تناقض است پس حکم برقرار است ■

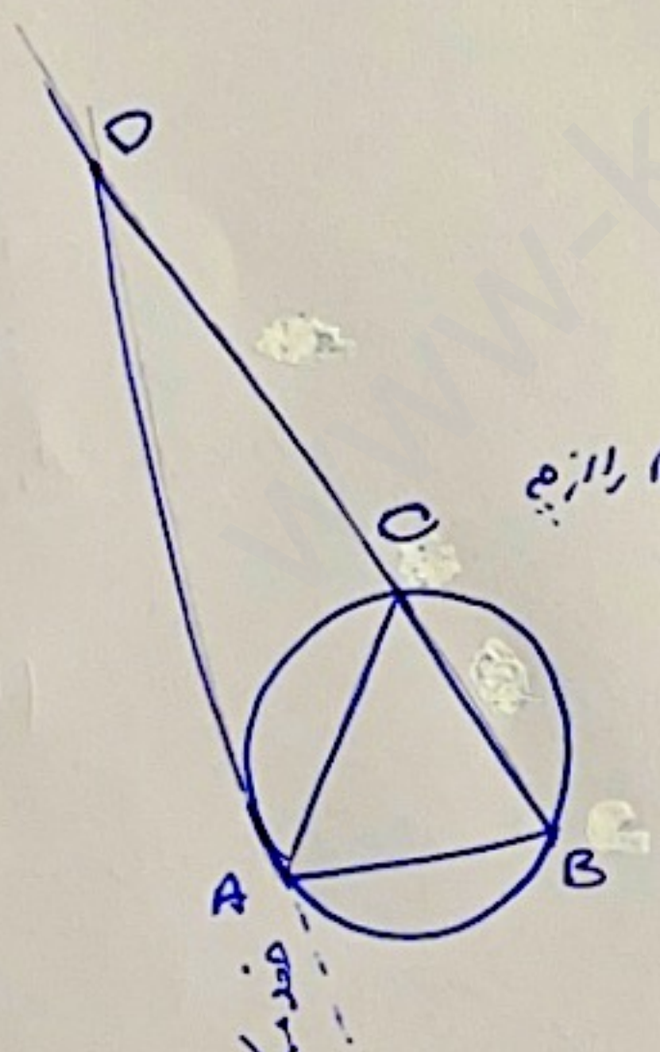
* پاسخ سوال ۴)

اثبات: فرض کنیم T تبدیل طویلی باشد در این صورت داریم:

$T(A) = A'$ $\quad T(B) = B'$ $\quad T(C) = C'$



$\Rightarrow$ $\left.\begin{matrix} AB = A'B' \\ AO = A'O' \\ BO = B'O' \end{matrix}\right\}$ ض ض ض $\longrightarrow$ $\overset{\Delta}{AB}O \cong \overset{\Delta}{A'B'}O'$



پاسخ سوال ۵)

از آنجایی که مرسوال مطرح شده 0° خط مماس ابتدا ضلع BC را زده سپس متقاطع می شد (ابتدا یا سمت راست B یا راست C)

لذا قدر واضح است که حل سوال می کنیم:

فرض: $BD = 2BC$ ، $\frac{AC}{AB} = ?$

حکم: مماس

$BD = 2BC$

$BC + DC = 2BC \longrightarrow DC = BC$ (۱)

$\hat{D} = \hat{D}$

$A\hat{B}C = C\hat{A}D = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2}$ $\Longrightarrow$ $\overset{\Delta}{ADC} \sim \overset{\Delta}{ABC}$ $\xrightarrow{\text{نسبت}}$ $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{BD} = \frac{DC}{AD}$

ادامه پاسخ سوال ۱۵

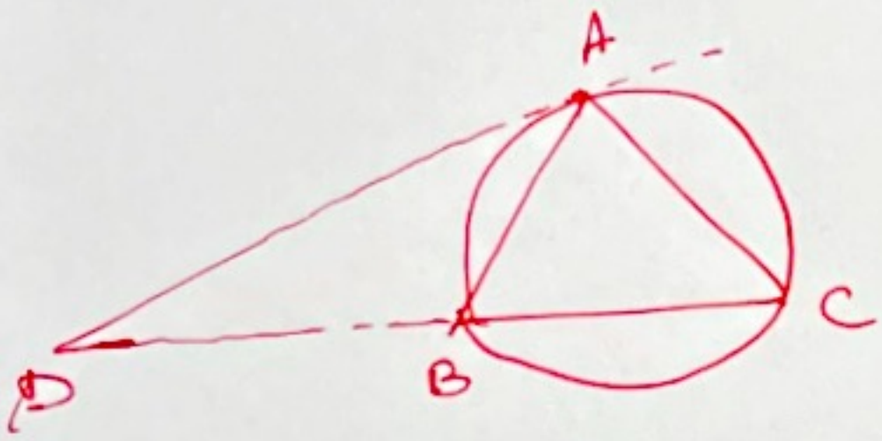
$$\frac{AD}{BD} = \frac{DC}{AD} \longrightarrow AD^2 = BD \cdot DC$$

$$\xrightarrow{①} AD^2 = 2DC \cdot DC = 2DC^2$$

$$\longrightarrow AD = \sqrt{2}\, DC \quad (2)$$

$$\longrightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{BD} \cdot \frac{DC}{AD} \xrightarrow{②} \frac{AC}{AB} = \frac{DC}{AD} = \frac{DC}{\sqrt{2}DC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Longrightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



حالت دوم

$BD = 2BC \Rightarrow DC = \frac{1}{2} BD$ ①

$\hat{D} = \hat{D}$

$A\hat{C}B = D\hat{A}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} \longrightarrow \overset{\Delta}{ABD} \sim \overset{\Delta}{ACD}$

نسبت تشابه: $\longrightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{BD} = \frac{DC}{AD}$

$\frac{AD}{BD} = \frac{DC}{AD} \Rightarrow AD^2 = BD \times DC \xrightarrow{①}$

$AD^2 = BD\left(\frac{1}{2} BD\right) = \frac{1}{2} BD^2$

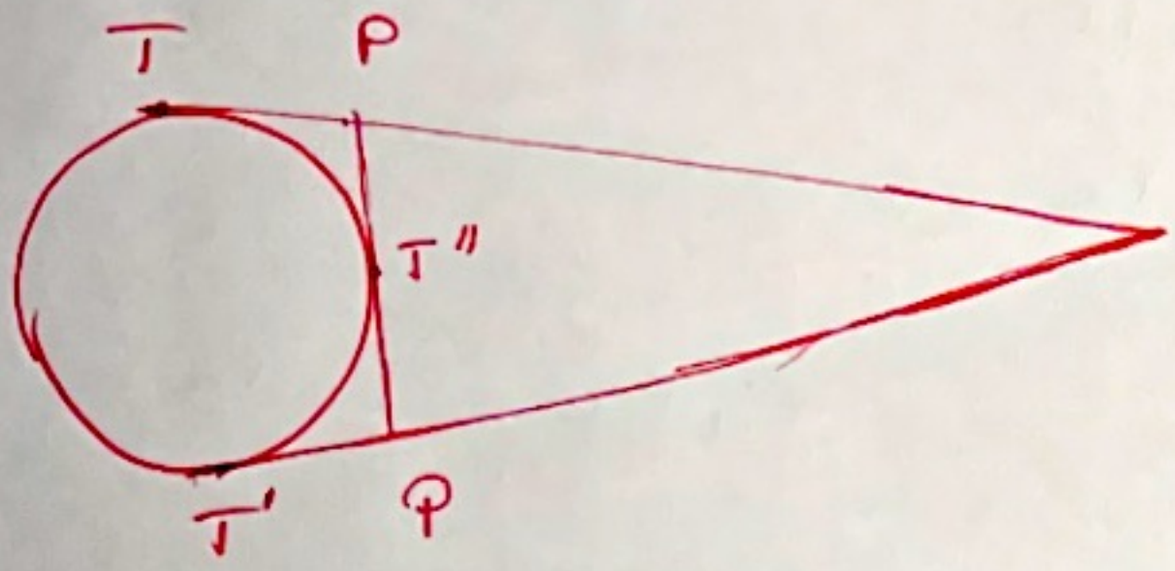
$AD = \sqrt{\frac{1}{2}}\, BD$ (۲)

$\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{BD} \xrightarrow{②} \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}\, BD}{BD} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{4}}{2}$

$\longrightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{4}}{2}$

www-kanoon-ir

پاسخ سوال ۶)



$AP=12$

$AQ=۱۳$

$PT''=۳$

$AP=12$, $PT''=PT=۳$ $\Rightarrow$ $\underline{AT=AT'=۱۵}$

$P(APQ) = 2\times 15 = ۳۰$ (محیط مثلث)

$\Rightarrow AQ=۱۴$

$\frac{S}{P-a} = ۲a$ (شعاع دایره محاطی خارجی ضلع a)

P: نصف محیط

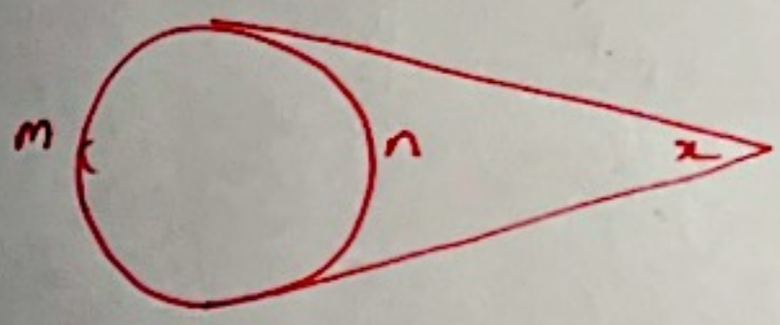
S: مساحت

a: ضلع PQ

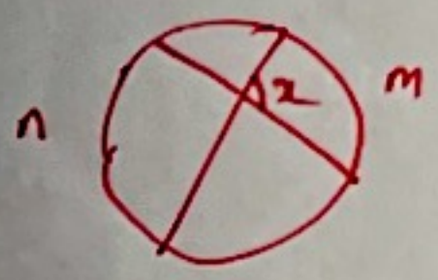
با جایگزاری جواب به دست آمده S

پاسخ سوال ۷)

الف)



$x=\frac{m-n}{۲}$



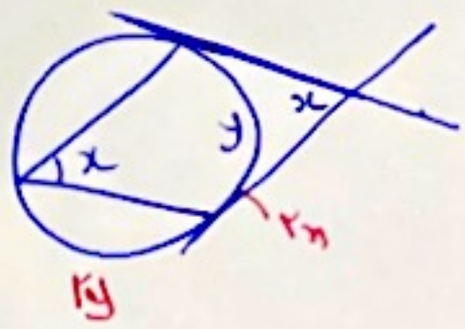
$x=\frac{m+n}{۲}$

$x+y=90^\circ$

$x=\frac{۲y-۵۲x}{۲}=$

$x=\frac{y}{۲} \Rightarrow y=40$

$x=۲۰$



پاسخ سوال ۷

ب)

$$4y^2 = 3(x+3)$$

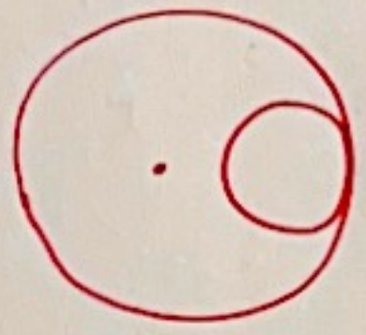
$$4y^2 = 9 + 3x$$

$$y^2 = 1 + x \quad \Rightarrow \quad 4 + 4x = 9 + 3x$$

$$x = 5$$

$$y = \sqrt{6}$$

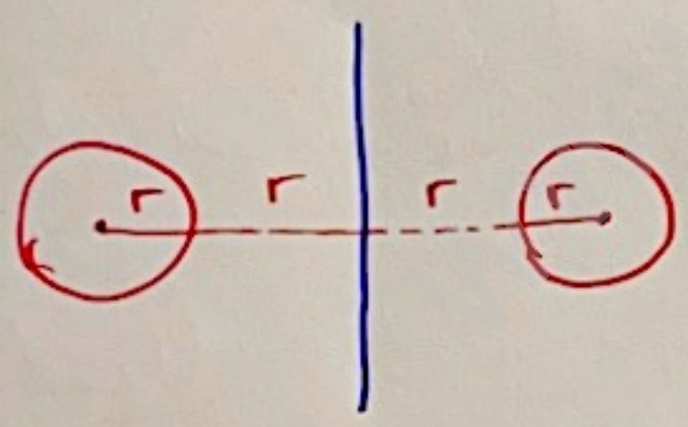
پاسخ سوال ۸)



الف) از مرکز دایره چون مقطر فوق وتر است .

ب)

پاسخ سوال ۹)

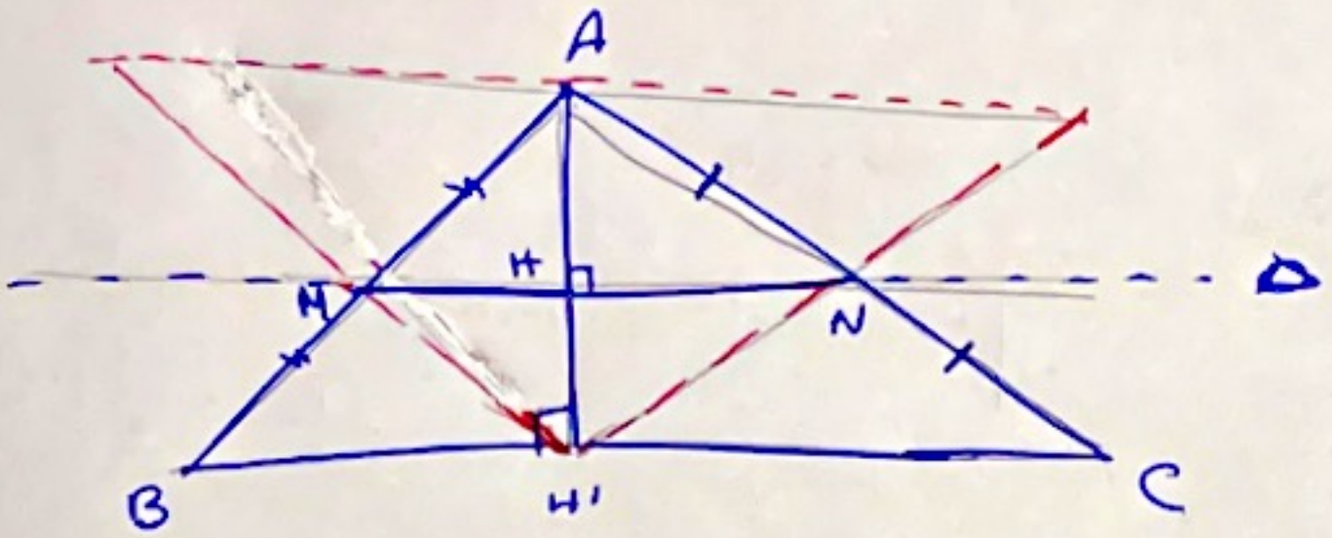


$$d = 4r$$

$$\sqrt{d^2 - (R-R')^2}$$

$$= \sqrt{16r^2 - 4r^2} = \sqrt{12r^2} = 2\sqrt{3}r$$

(طراحی سوال ۱۵)



$\hat{AMN} = \hat{MNH}$ (I) وارون دورانی

می دانیم

$$\begin{cases} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{NC} = \frac{1}{2} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{cases} \rightarrow AMN \sim ABC$$

$\rightarrow k = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{1}{4}$

$S_{AMN} = \frac{1}{4} S_{ABC}$ (II)

شکل ABC پس از دوران حول نقطه D ← شکل نقطه چین

$S_{\text{نقطه چین}} = S_{AMN} + S_{MNH'}$ (III)، $S_{AMN} = S_{MNH'}$ (I)

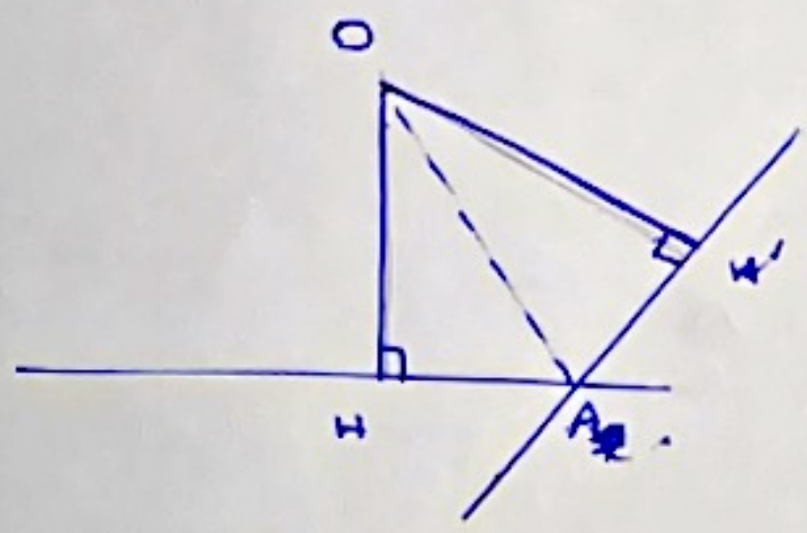
$S_{\text{نقطه چین}} = 2 S_{AMN}$

I, II, III

$$\frac{S_{\text{نقطه چین}}}{S_{ABC}} = \frac{2 S_{AMN}}{S_{ABC}} = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

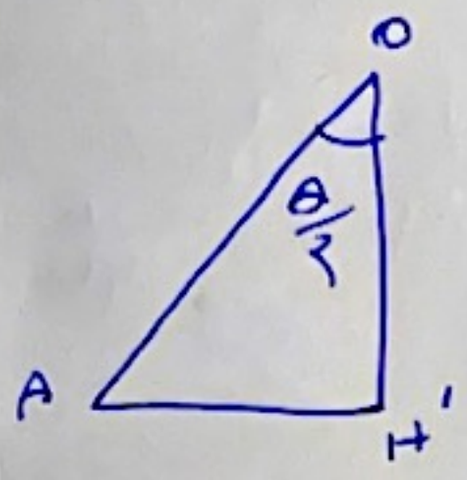
$$\frac{S_{\text{نقطه چین}}}{S_{\text{اول}}} = \frac{1}{2} \leftarrow$$

پاسخ سوال ۱۱) چون دوران داده شده



$$\begin{cases} OH = OH' \\ AH = AH' \end{cases} \longrightarrow \text{نقطه } A \text{ روی نیمساز زاویه } H\hat{O}H' \text{ قرار دارد} \quad (\text{نیمساز } OA)$$

$$H\hat{O}A = A\hat{O}H = \frac{\theta}{2}$$



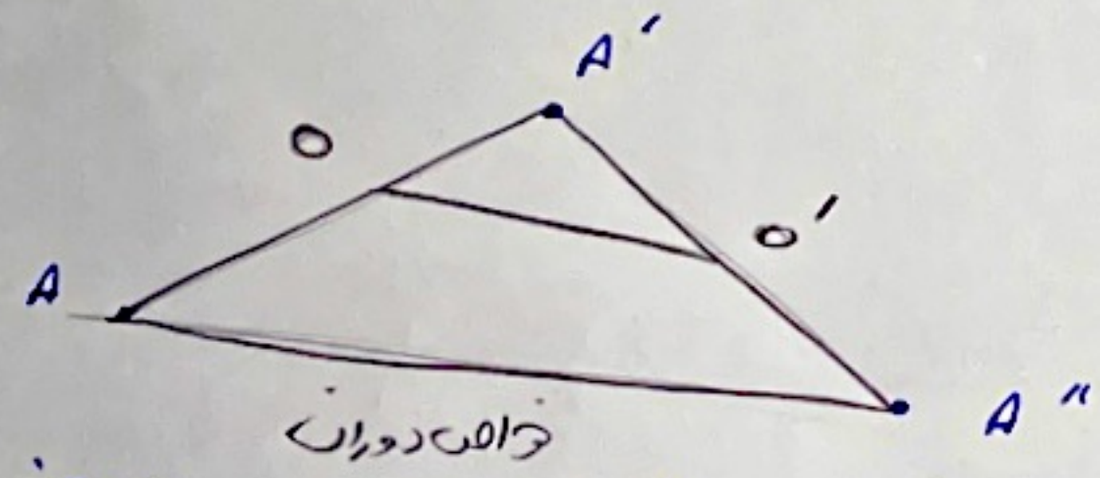
حال در مثلث قائم‌الزاویه $A\hat{O}H'$ داریم:

$$\cos(\theta/2) = \frac{OH'}{AO} \rightarrow AO = \frac{OH'}{\cos(\theta/2)}$$

$$(OH = OH' = a) \longrightarrow AO = \frac{a}{\cos\theta/2}$$

پاسخ سوال ۱۲) طرح از موقعیت نقاط O, O' ، شکل حاصل مثلث $OO'A''$ به فرم زیر را تشکیل می‌دهد

(از O به O' و از A' به A'' وصل می‌کنیم)



حل مسئله: $AO = OA' \longrightarrow \frac{A'O}{OA} = 1$

$$A'O' = A''O' = \frac{A'O'}{O'A''} = 1$$

$$\xrightarrow{AA'A''} \frac{A'O}{OA} = \frac{A'O'}{A''O'} \xrightarrow[\text{تالس}]{\text{عکس}}$$

$$\rightarrow OO' \parallel AA''$$

$$OO' \parallel AA'' \xrightarrow{\text{تالس جزء طول}} \frac{A'O}{AA'} = \frac{A'O'}{A'A''} = \frac{OO'}{AA''} = \frac{1}{2} \longrightarrow AA'' = 2OO'$$

یعنی نقطه A با انتقال در راستای OO' و اندازه $2OO'$ روی نقطه A'' تصویر می‌شود.