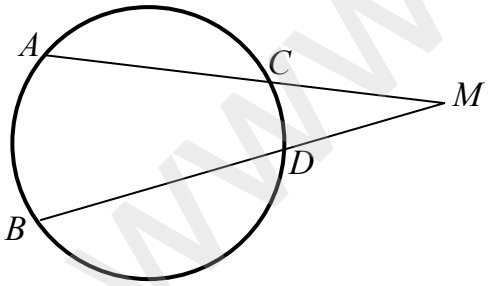
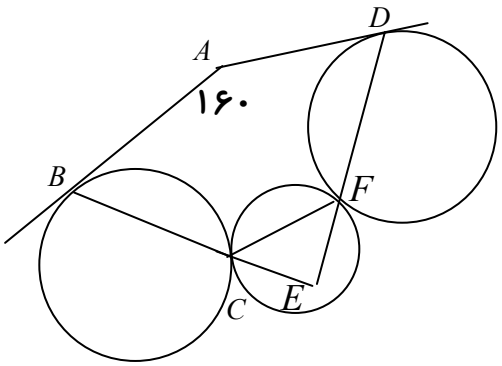
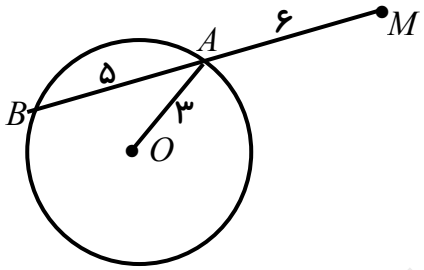
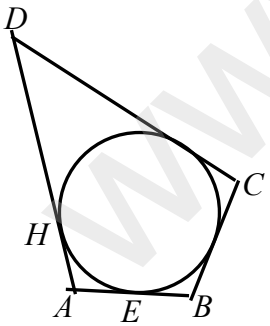
به نام خالق یکتای مهربان

شماره کلاس: ۱۱۲		**بسمه تعالی**	**طراح سوال: شیرغلامی**
پایه و رشته: یازدهم ریاضی	دبیرستان استعدادهای درخشان شهید دکتر شهریاری قم	**اداره آموزش و پرورش ناحیه ۲ قم**	**نمره به عدد:** **نمره به حروف:**
تعداد سوال: ۹ سوال		دبیرستان شهید دکتر مجید شهریاری	**نام دبیر و امضاء: شیرغلامی**

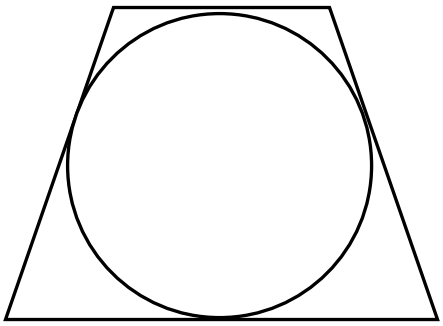
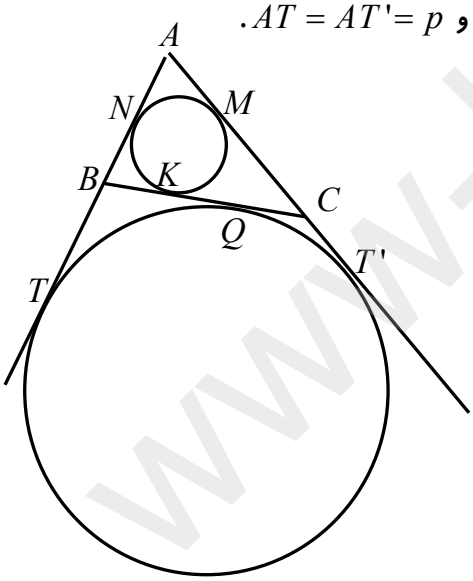
آزمون درس: هندسه یازدهم ریاضی	**نوبت دی ماه**	**تاریخ آزمون: ۹/ ۱۰ / ۱۴۰۲**
نام و نام خانوادگی:	**نیاز به پاسخ نامه دارد□ ندارد☑**	**مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه**

ردیف	سوال	بارم
۱	**جاهای خالی را پر کنید.** **الف. در دو دایره مماس خارج $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ و $R>R'$ طول مماس مشترک خارجی از رابطه ..... بدست می‌آید.** **ب. عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی .....قطع می‌کنند.** **ج. در دو دایره با شعاع‌های R و R' $(R>R')$، و خط المرکزین $d=OO'$ مماس داخل هستند هرگاه ..... .** **د. در دو دایره هم مرکز، وترهایی که از دایره بزرگ‌تر بر دایره کوچکتر مماس می‌شوند ..... هستند.** **ه. زاویه‌ای که یک راس آن روی دایره و یک ضلع آن مماس بردایره و یک ضلع آن وتری از دایره باشد، .....نام دارد.** **و. یک چند ضلعی، محیطی است اگر و تنها اگر همه ..... در یک نقطه همرس باشند.**	۳
۲	**قضیه: زاویه بین امتداد دو وتر که در نقطه‌ای خارج دایره متقاطع‌اند، برابر با نصف تفاضل کمان‌های مقابل به آن زاویه است.** 	۱/۵

www.kanoon.ir

۳	مطابق شکل، دو دایره در نقطه C و F بر دایره وسطی مماس خارج‌اند و AB و AD بر دو دایره مماس‌اند. اگر $A = ۱۶۰^\circ$، آن‌گاه نشان دهید $\lvert E - D \rvert = ۱۰^\circ$ 	۱/۵
۴	درشکل مقابل، O مرکز دایره است. فاصله دورترین نقطه دایره از نقطه M را بدست آورید. (جواب یک عدد رادیکالی است) 	۱/۵
۵	در چهار ضلعی محیطی مقابل، $A = ۱۲۰^\circ$، $AE = ۱$، $DH = ۴$ و $BC = ۳$ است. مساحت چهارضلعی کدام است؟ ۱. $۹\sqrt{۳}$ ۲. $۸\sqrt{۳}$ ۳. $۱۲\sqrt{۳}$ ۴. $۶\sqrt{۳}$ لطفا حل تشریحی 	۲

www-kanoon-ir

۶	یک ذوزنقه، هم محاطی است و هم محیطی. ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر است با میانگین هندسی دو قاعده ضربدر طول ساق آن ذوزنقه. 	۲
۷	اگر نقاط تماس دایره محاطی داخلی مثلث ABC با اضلاع آن M، N و K باشند و T و T' نقطه های تماس یک دایره محاطی خارجی با خط های شامل دو ضلع باشند نشان دهید. $AM = p - a$ و $AT = AT' = p$. 	۳

www-kanoon-ir

	ب. زاویه دلخواه xAy داده شده است. نقاط B و C را روی اضلاع این زاویه طوری بیابید که محیط مثلث ABC برابر با ۱۲ باشد.	
۲/۵	قضیه: یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.	۸

www-kanoon-ir

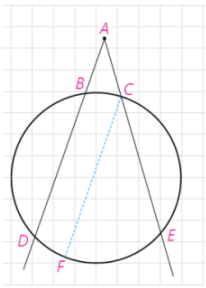
۹	**قضیه: نشان دهید تبدیل بازتاب طولپاست.(ایزومتری است)(اثبات سه حالت کافی است)**	۳
	موفق باشید	**مجموع** ۲۰

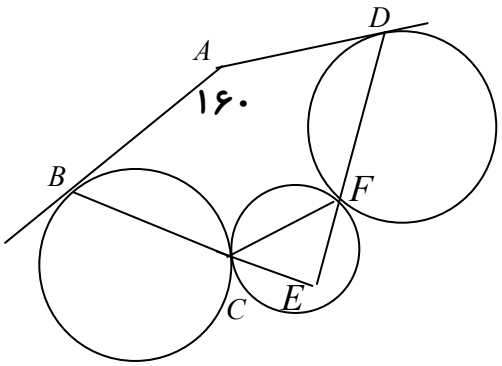
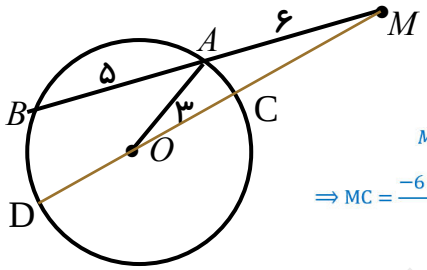
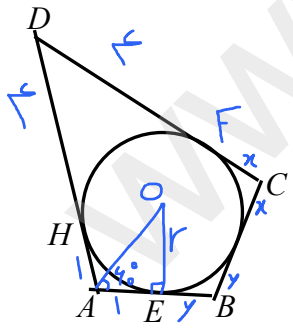
www-kanoon-ir

به نام خالق یکتای مهربان

شماره کلاس: ۱۱۲		بسمه تعالی	طراح سوال: شیرغلامی
پایه و رشته: یازدهم ریاضی	دبیرستان استعدادهای درخشان شهید دکتر شهریاری قم	اداره آموزش و پرورش ناحیه ۲ قم	نمره به عدد: نمره به حروف:
تعداد سوال: ۹ سوال		دبیرستان شهید دکتر مجید شهریاری	نام دبیر و امضاء: شیرغلامی

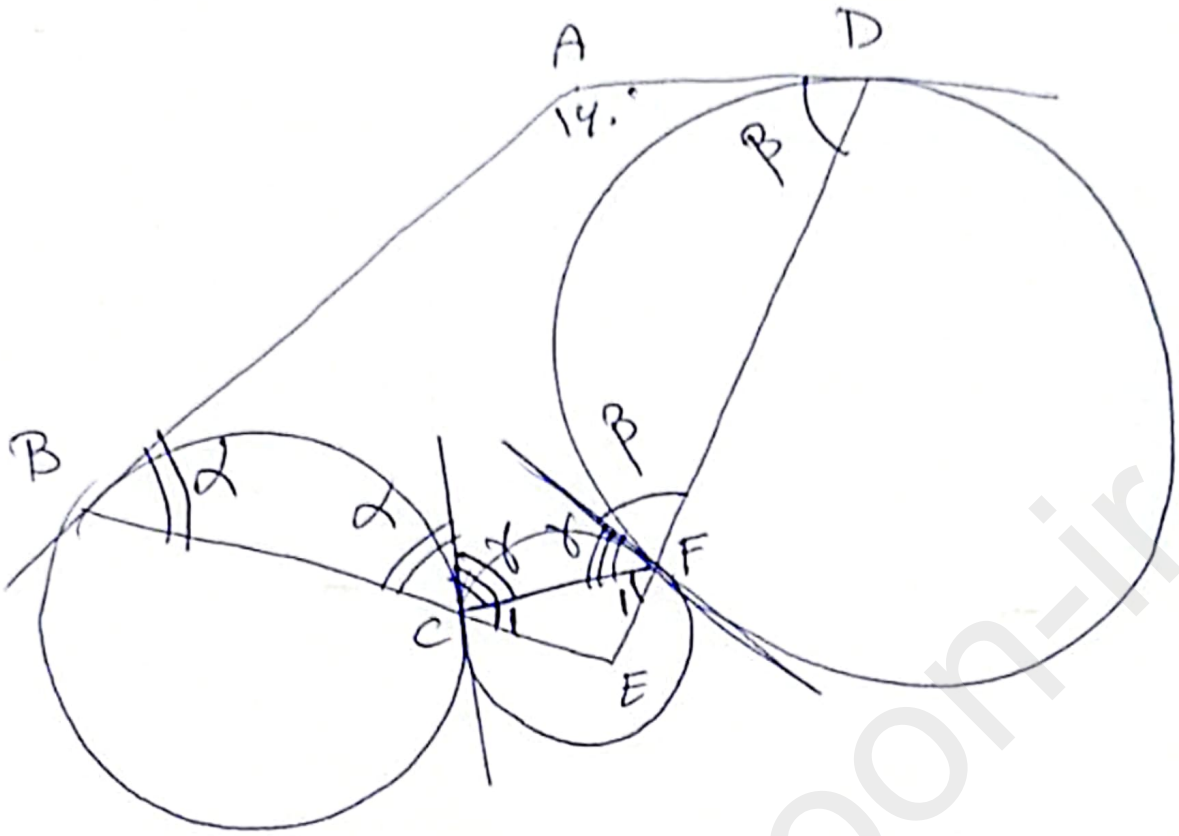
آزمون درس: هندسه یازدهم ریاضی	نوبت دی ماه	تاریخ آزمون: ۹/ ۱۰ / ۱۴۰۲
نام و نام خانوادگی:	نیاز به پاسخ نامه دارد□ ندارد☑	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

ردیف	سوال	بارم
۱	**جاهای خالی را پر کنید.** **الف. در دو دایره مماس خارج $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ و $R>R'$ طول مماس مشترک خارجی از رابطه ..... $2\sqrt{RR'}$ ..... بدست می‌آید.** **ب. عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی ..... دایره ی محیطی .....قطع می‌کنند.** **ج. در دو دایره با شعاع‌های R و R' $(R>R')$، و خط المرکزین $d=OO'$ مماس داخل هستند هرگاه ..$d=\|R-R'\|$..** **د. در دو دایره هم مرکز، وترهایی که از دایره بزرگ‌تر بر دایره کوچکتر مماس می‌شوند ..... عمود بر قطر دایره ..... هستند.** **ه. زاویه‌ای که یک راس آن روی دایره و یک ضلع آن مماس بردایره و یک ضلع آن وتری از دایره باشد، .....ظلّی.....نام دارد.** **و. یک چند ضلعی، محیطی است اگر و تنها اگر همه ..... نیمساز های آن ..... در یک نقطه همرس باشند.**	۳
۲	**قضیه: زاویه بین امتداد دو وتر که در نقطه‌ای خارج دایره متقاطع‌اند، برابر با نصف تفاضل کمان‌های مقابل به آن زاویه است.**  از نقطه ی C خطّی موازی با BD رسم می کنیم تا دایره را در نقطه ی F قطع کند: $CF\|\|AD \Rightarrow \hat{DAE}=\hat{FCE}$ $\hat{FCE}$ محاطی $\Rightarrow \hat{FCE}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{EF}$ $\hat{FCE}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{EF}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{DE}-\overset{\frown}{DF})$ دو وتر از یک دایره موازی اند، اگر و تنها اگر کمان های محدود بین آن ها مساوی باشند پس: $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{DF}$ $\hat{DAE}=\hat{FCE}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{EF}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{DE}-\overset{\frown}{DF})=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{DE}-\overset{\frown}{BC})$	۱/۵

۳	مطابق شکل، دو دایره در نقطه C و F بر دایره وسطی مماس خارج‌اند و AB و AD بر دو دایره مماس‌اند. اگر $A=۱۶۰^\circ$، آن‌گاه نشان دهید $\lvert E-D\rvert=۱۰^\circ$  صفحه ی بعد	۱/۵
۴	درشکل مقابل، O مرکز دایره است. فاصله دورترین نقطه دایره از نقطه M را بدست آورید. (جواب یک عدد رادیکالی است)  دور ترین نقطه زمانی اتّفاق می افتد که خط MD از مرکز دایره بگذرد. $MC.MD=MA.MB\Rightarrow MC(MC+6)=6\times 11\Rightarrow \mathrm{MC}^2+6\mathrm{MC}-66=0$ $\Rightarrow \mathrm{MC}=\frac{-6+\sqrt{6^2-4(-66)}}{2}=-3\pm 5\sqrt{3}\overset{MC>0}{\Longrightarrow} MC=-3+5\sqrt{3}\Rightarrow MD=MC+6=3+5\sqrt{3}$	۱/۵
۵	در چهار ضلعی محیطی مقابل، $A=۱۲۰^\circ$، $AE=۱$، $DH=۴$ و $BC=۳$ است. مساحت چهارضلعی کدام است؟ ۱. $۹\sqrt{۳}$ ۲. $۸\sqrt{۳}$ ۳. $۱۲\sqrt{۳}$ ۴. $۶\sqrt{۳}$ لطفا حل تشریحی  می دانیم دو مماسی که از یک نقطه بر دایره رسم می شوند هم اندازه اند می دانیم مرکز دایره روی نیمساز زاویه A قرار دارد پس: $\widehat{OAE}=60°$ $tan(60°)=\frac{OE}{AE}\Rightarrow\sqrt{3}=\frac{r}{1}\Rightarrow r=\sqrt{3}$ محیط $=4+4+1+1+x+x+y+y=10+2(x+y)=10+2BC=10+2\times 3=16\Rightarrow 2P=16\Rightarrow P=8$ $r=\frac{S}{P}\Rightarrow\sqrt{3}=\frac{S}{8}\Rightarrow S=8\sqrt{3}$	۲

www-ka-com-ir

پاسخ سوال 3



$$ABCFD: 14^\circ + \alpha + (\alpha+\gamma) + (\gamma+\beta) + \beta = 180^\circ \quad (5-2)$$

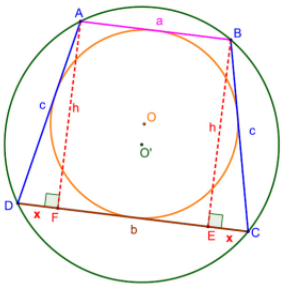
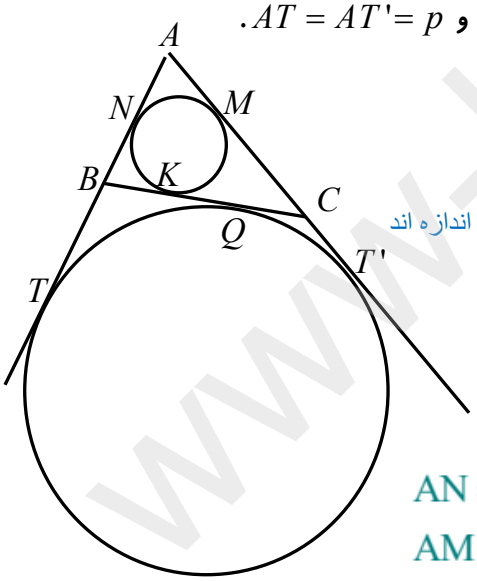
$$14^\circ + 2(\alpha+\beta+\gamma) = 360^\circ \Rightarrow \alpha+\beta+\gamma = 190^\circ$$

$$\triangle CEF: \begin{cases} \hat{C}_1 = 180^\circ - (\alpha+\gamma) = \beta - 10^\circ \\ \hat{F}_1 = 180^\circ - (\beta+\gamma) = \alpha - 10^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{E} + \hat{C}_1 + \hat{F}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{E} + 2\alpha + \beta - 20^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{E} = \gamma + 10^\circ$$

www.kanoon.ir

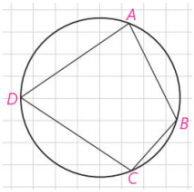
۲	**یک ذوزنقه، هم محاطی است و هم محیطی. ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر است با میانگین هندسی دو قاعده ضربدر طول ساق آن ذوزنقه.**  چون ذوزنقهٔ $ABCD$ محاطی است پس متساوی الساقین است و و چون محیطی است مجموع دو ضلع مقابل با مجموع دو ضلع مقابل دیگر برابر است.در نتیجه: $۲c = a + b$ و مثلث ADF قائم الزاویه است. $۲c = a + b \Rightarrow c = \frac{a+b}{۲} \quad , \quad b = ۲x + a \Rightarrow x = \frac{b-a}{۲}$ $h^۲ = c^۲ - x^۲ \Rightarrow h^۲ = (\frac{a+b}{۲})^۲ - (\frac{b-a}{۲})^۲ \Rightarrow h^۲ = \frac{۴ab}{۴} \Rightarrow h = \sqrt{ab}$ $S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}(a+b)\times h \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}(a+b)\sqrt{ab}$	۶
۳	**اگر نقاط تماس دایره محاطی داخلی مثلث ABC با اضلاع آن M، N و K باشند و T و T' نقطه های تماس یک دایره محاطی خارجی با خط های شامل دو ضلع باشند نشان دهید. $AM = p - a$ و $AT = AT' = p$.**  می دانیم از نقطه ی خارج دایره دو مماس بر دایره رسم می شود که این دو مماس هم اندازه اند $\left.\begin{array}{l} AN = c - BN \\ AM = b - CM \end{array}\right\} \Rightarrow AM + AN = b + c - (BN + CM)$ $\xrightarrow[CM=CP,\,BN=BP]{AM=AN} ۲AM = b + c - \underbrace{(BP + CP)}_{a} = b + c - a$ $۲AM = ۲p - ۲a \Rightarrow AM = AN = p - a$ $AT + AT' = c + BT + b + CT' \xrightarrow[BT=BQ,\,CT'=CQ]{AT=AT'} ۲AT = c + b + \underbrace{BQ + CQ}_{a} = c + b + a = ۲p$ $\Rightarrow ۲AT = ۲p \Rightarrow AT = AT' = p$	۷

www-kanoon-ir

ب. زاویه دلخواه xAy داده شده است. نقاط B و C را روی اضلاع این زاویه طوری بیابید که محیط مثلث ABC برابر با ۱۲ باشد.

پاسخ در صفحه ی بعد

قضیه: یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.



اگر چهارضلعی ABCD محاطی باشد:

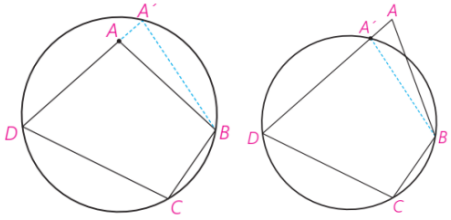
$$\hat{A}+\hat{C}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{\mathrm{BAD}}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}+\overset{\frown}{\mathrm{BAD}})=\frac{1}{2}(360°)=180°$$

$$\hat{B}+\hat{D}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{\mathrm{ADC}}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{\mathrm{ABC}}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{\mathrm{ADC}}+\overset{\frown}{\mathrm{ABC}})=\frac{1}{2}(360°)=180°$$

حال درعکس قضیه فرض می کنیم A و C مکمّل باشند. با برهان خلف ثابت خواهیم کرد ABCD محاطی است.

از نقاط B و C و D همواره یک دایره می گذرد چون عمود منصّف های مثلّث BCD همرسند و مرکز دایره ی محیطی مثلّث محلّ همرسی عمود منصّف های آن است.

فرض می کنیم حکم نادرست باشد و این دایره از A نگذرد، پس این دایره خطّ AD را در نقطه ی دیگری مانند A′ قطع خواهد کرد دو حالت پیش می آید:



چهارضلعی A′BCD محاطی است؛ پس:

$$\hat{C}+\mathrm{B}\hat{\mathrm{A}}'D=180, \hat{C}+\hat{A}=180\Rightarrow\hat{A}=\mathrm{B}\hat{\mathrm{A}}'D$$

ولی این غیرممکن است زیرا در هر مثلّث هر زاویه ی خارجی از زاویه ی داخلی غیرمجاورش بزرگ تر است.

۲/۵

۸

اگر محیط برابر ۱۲ باشد:

$$2P = 12 \Longrightarrow P = 6 \Longrightarrow r = 6$$

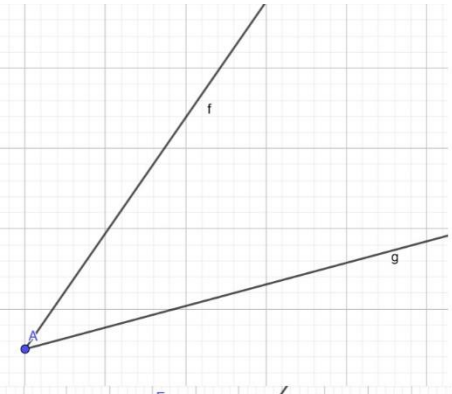
۱) به مرکز A کمانی به شعاع $r = 6$ می زنیم تا اضلاع زاویه را در نقاط G و F قطع کند.

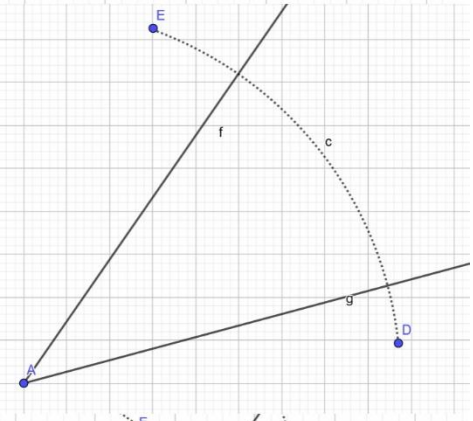
۲) عمود هایی بر اضلاع زاویه که از نقاط F و G عبور کنند رسم می کنیم تا همدیگر را در نقطه ی H قطع کنند

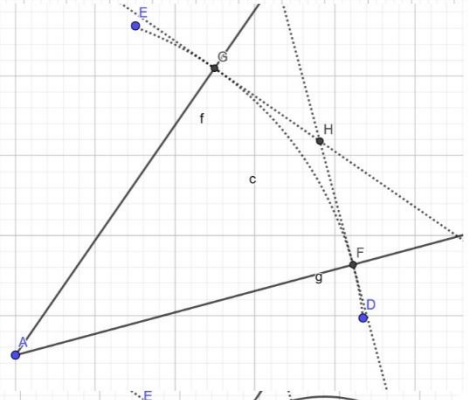
۳) به مرکز نقطه ی H دایره ای رسم می کنیم که بر اضلاع زاویه مماس باشد.

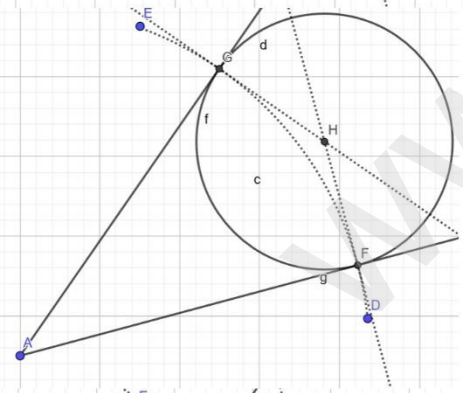
۴) در نهایت نقطه ی دلخواه B را روی ضلع زاویه انتخاب کرده و از آن مماسی بر دایره ی مذکور کشیده و آن را امتداد می دهیم تا ضلع دیگر زاویه را در نقطه ی C قطع کند.

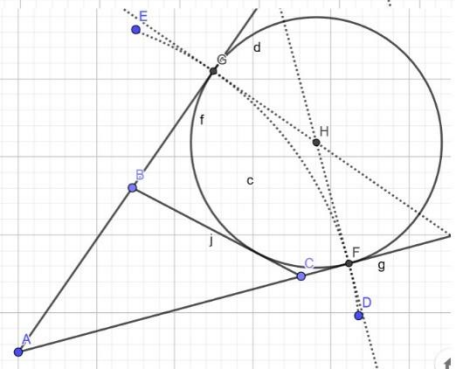
مثلّث ABC همان مثلّث مطلوب سوال بوده و محیطی برابر ۱۲ خواهد داشت.



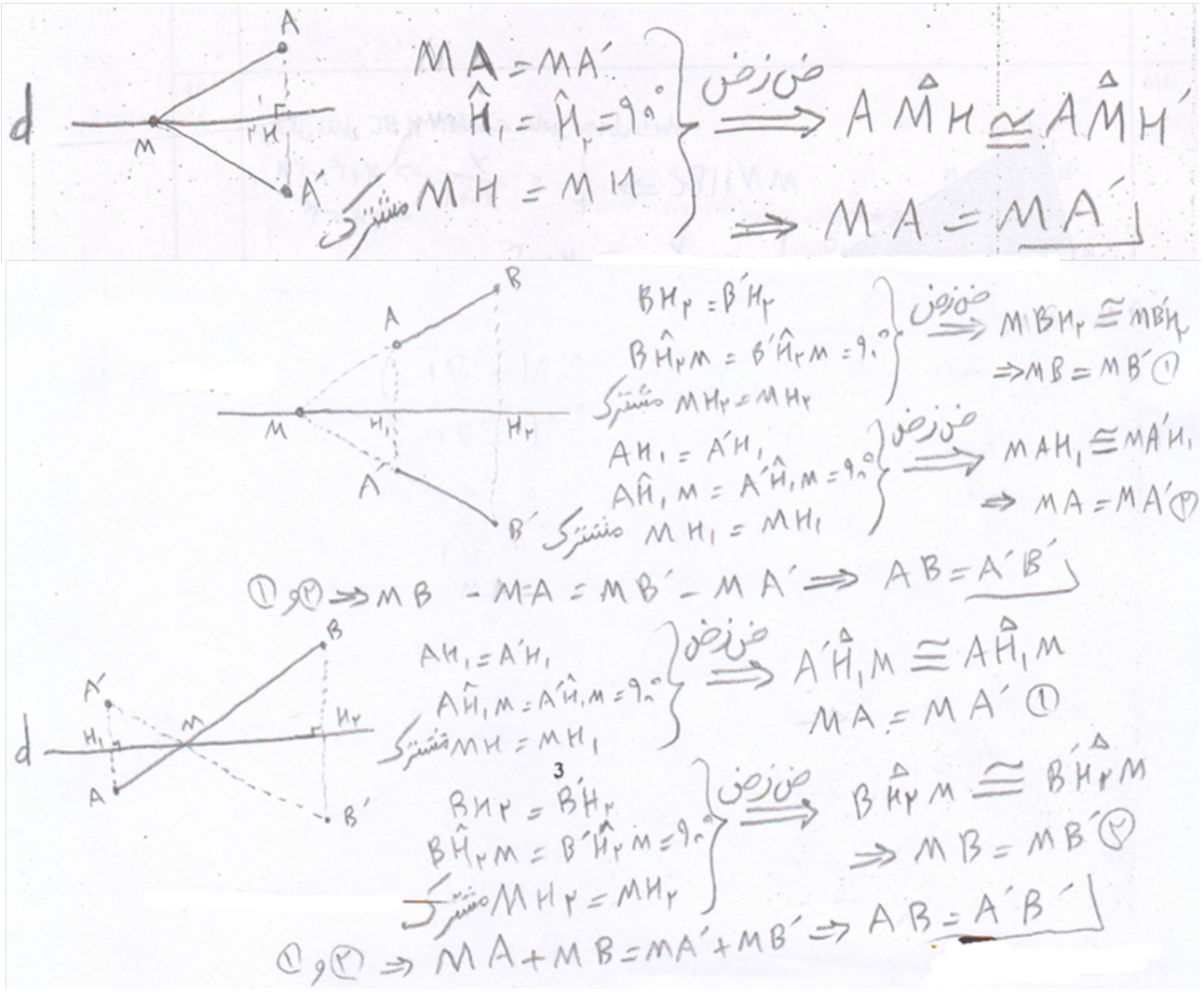








www-kanoon-ir

	قضیه: نشان دهید تبدیل بازتاب طولپاست.(ایزومتری است)(اثبات سه حالت کافی است)	
		
۳		۹
۲۰	**مجموع**	**موفق باشید**