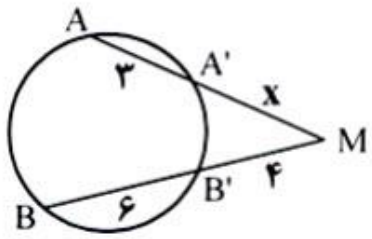
سوالات هندسه **نام:** **پایه:یازدهم ریاضی** **نام خانوادگی:**	**«باسمه تعالی»** **مدیریت آموزش وپرورش شهرستان کبودراهنگ** **سال تحصیلی ۰۳-۰۲** **دبیرستان نمونه دولتی اینده سازان**	**تاریخ آزمون ۱۴۰۲/۱۰/ ۱۰** **وقت آزمون: ۱۰۰ دقیقه** **دبیـــــــــــــــر:محمد جمال ترابی**

ردیف | سـوالات | صفحه اول

با یاد خدا است که دلها ارام میگیرد

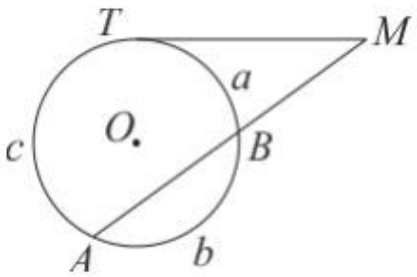
۱ در شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید.



۲ قضیه: ثابت کنید اندازهٔ زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود، برابر نصف مجموع اندازهٔ دو کمانی از دایره است که به ضلع ها و امتداد ضلع های آن زاویه محدودند.

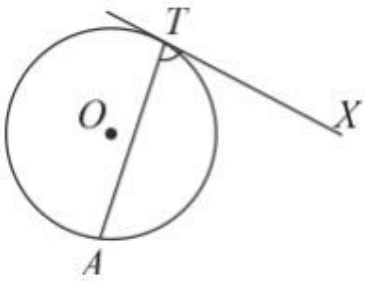
۳ دو دایره به شعاع ۱ و ۴ سانتی متر، مماس برون هستند. مقدار x را چنان بیابید که اندازهٔ مماس مشترک خارجی آن‌ها برابر $۳x+۱$ باشد.

۴ خط مماس بر دایره در نقطهٔ T و امتداد وتر AB در نقطهٔ M متقاطع‌اند. با فرض $\overset{\frown}{AT}=c, \overset{\frown}{BA}=b, \overset{\frown}{TB}=a$ و $\frac{a}{۱}=\frac{b}{۴}=\frac{c}{۵}$، اندازهٔ زاویهٔ M را تعیین کنید.

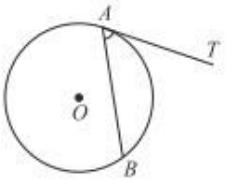


www.kanoon.ir

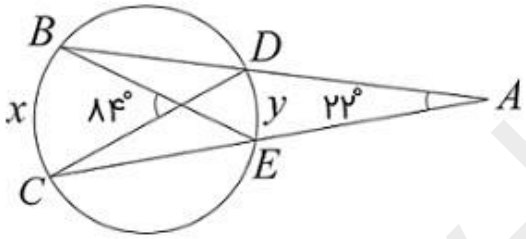
۵ اگر اندازهٔ زاویهٔ ظلی ATX مساوی $(۲\alpha - ۶)^\circ$ و اندازهٔ کمان $\overset{\frown}{AT}$ برابر $(۳\alpha + ۳۳)^\circ$ باشد، مقدار α و اندازهٔ زاویهٔ ATX را بیابید.



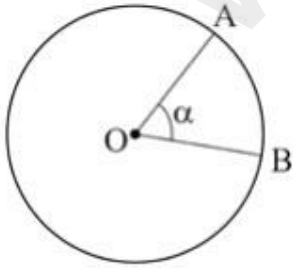
۶ قضیه: باتوجه‌به شکل ثابت کنید در دایرهٔ (O) اندازهٔ هر زاویهٔ ظلی برابر با نصف کمان روبه‌روی آن است.



۷ در شکل زیر مقدار x و y را به دست آورید.

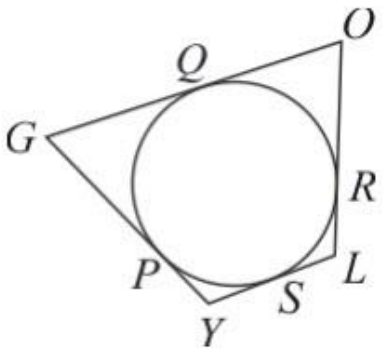


۸ اگر زاویهٔ مرکزی قطاعی از دایرهٔ $C(O, R)$ برحسب درجه مساوی با α باشد، نشان دهید طول کمان AB برابر است با $L = \frac{\pi R}{۱۸۰}\alpha$ و مساحت قطاع برابر است با: $S = \frac{\pi R^۲ \alpha}{۳۶۰}$



www-kanoon-ir

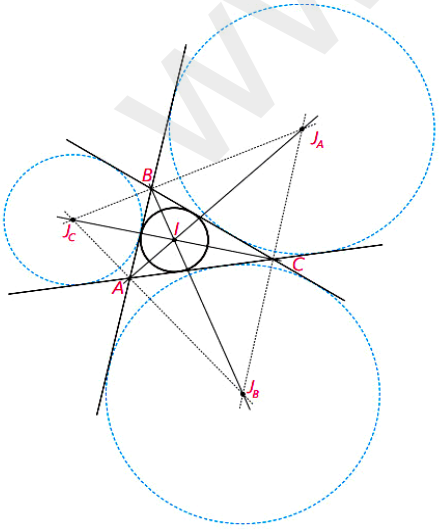
۹ ضلع‌های چهار ضلعی محیطی GOLY بر دایره مماسند، ثابت کنید: $GO + LY = OL + GY$



۱۰- اثبات کنید قضیه : یک چهار ضلعی محاطی است اگر وفقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.

۱۱- اگر r_a, r_b, r_c شعا ع های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعا ع دایره محاطی داخلی باشد نشان دهید

$$\frac{۱}{r_a}+\frac{۱}{r_b}+\frac{۱}{r_c}=\frac{۱}{r}$$



www-kanoon-ir

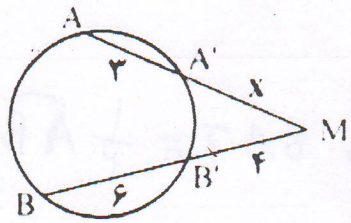
سعید خانبابا تاری
کارشناسی مهندسی برق

سوالات هندسه نام: پایه:یازدهم ریاضی نام خانوادگی:	«باسمه تعالی» مدیریت آموزش وپرورش شهرستان کبودراهنگ سال تحصیلی ۰۳-۰۲ دبیرستان نمونه دولتی اینده سازان	تاریخ آزمون ۱۴۰۲/۱۰/۱۰ وقت آزمون: ۱۰۰ دقیقه دبیر: محمد جمال ترابی

ردیف | سوالات | صفحه اول

با یاد خداست که دلها ارام میگیرد

۱ در شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید

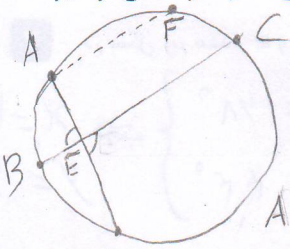


$MA' \cdot MA = MB' \cdot MB$

$\Rightarrow x(x+۳) = ۴ \times ۱۰ \Rightarrow x^۲ + ۳x - ۴۰ = ۰$

$\Rightarrow (x-۵)(x+۸) = ۰ \begin{cases} x = -۸ \text{ غ ق ق} \\ \boxed{x = ۵} \end{cases}$

۲ قضیه: ثابت کنید اندازهٔ زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود، برابر نصف مجموع اندازهٔ دو کمانی از دایره است که به ضلع ها و امتداد ضلع های آن زاویه محدودند.



وتر AF را موازی BC رسم می کنیم می دانیم کمان های محدود بین دو وتر موازی با هم برابرند پس: ① $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CF}$

$AF \parallel BC \Rightarrow C\hat{E}D = F\hat{A}D$ ②

$F\hat{A}D = \frac{۱}{۲}(\overset{\frown}{FC} + \overset{\frown}{CD}) \overset{①}{=} \frac{۱}{۲}(\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}) \overset{②}{\Rightarrow} C\hat{E}D = \frac{۱}{۲}(\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD})$ محاطی

۳ دو دایره به شعاع ۱ و ۴ سانتی متر، مماس برون هستند. مقدار x را چنان بیابید که اندازهٔ مماس مشترک خارجی آن‌ها برابر $۳x+۱$ باشد.

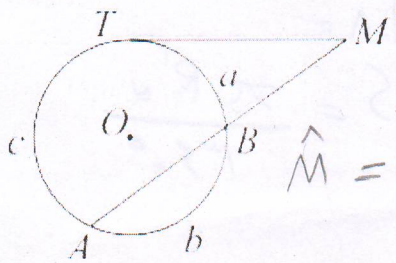
مماس برون $\Rightarrow TT' = ۲\sqrt{RR'} \Rightarrow ۳x+۱ = ۲\sqrt{۴ \times ۱} = ۴ \Rightarrow ۳x = ۳ \Rightarrow x = ۱$

۴ خط مماس بر دایره در نقطهٔ T و امتداد وتر AB در نقطهٔ M متقاطع‌اند. با فرض $AT = c, BA = b, TB = a$ و $\frac{a}{۱} = \frac{b}{۴} = \frac{c}{۵}$، اندازهٔ زاویهٔ M را تعیین کنید.

$\frac{a}{۱} = \frac{b}{۴} = \frac{c}{۵} = k \Rightarrow a = k, b = ۴k, c = ۵k$

$a + b + c = ۳۶۰^\circ \Rightarrow k + ۴k + ۵k = ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۱۰k = ۳۶۰^\circ$

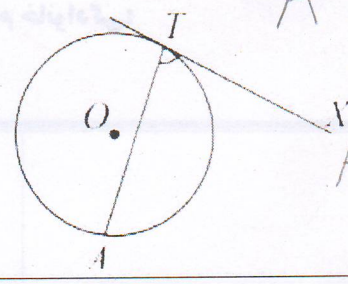
$\Rightarrow k = ۳۶^\circ \Rightarrow a = ۳۶^\circ, b = ۱۴۴^\circ, c = ۱۸۰^\circ$



$\hat{M} = \frac{۱}{۲}(\overset{\frown}{AT} - \overset{\frown}{TB}) = \frac{۱}{۲}(c-a) = \frac{۱}{۲}(۱۸۰^\circ - ۳۶^\circ) = ۷۲^\circ$

www.kanoon.ir

۵ اگر اندازهٔ زاویهٔ ظلی ATX مساوی $(۲\alpha - ۶)$ و اندازهٔ کمان $\overset{\frown}{AT}$ برابر $(۳\alpha + ۳۳)$ باشد، مقدار α و اندازهٔ زاویهٔ ATX را بیابید.

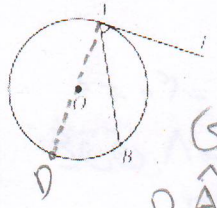


$$A\hat{T}X = \frac{\overset{\frown}{AT}}{۲} \Rightarrow ۲\alpha - ۶^\circ = \frac{۳\alpha + ۳۳^\circ}{۲}$$

$$\Rightarrow ۴\alpha - ۱۲^\circ = ۳\alpha + ۳۳^\circ \Rightarrow \alpha = ۴۵^\circ$$

$$A\hat{T}X = ۲\alpha - ۶^\circ = ۲ \times ۴۵^\circ - ۶^\circ = ۸۴^\circ$$

۶ قضیه: باتوجه‌به شکل ثابت کنید در دایره (O) اندازهٔ هر زاویهٔ ظلی برابر با نصف کمان روبه‌روی آن است.

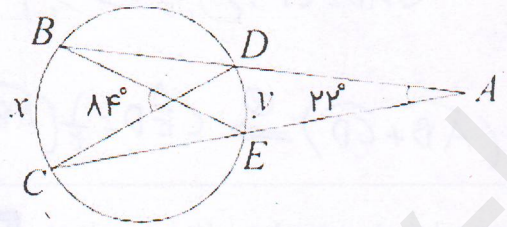


$$D\hat{A}T = ۹۰^\circ \Rightarrow D\hat{A}T = \frac{۱}{۲}\overset{\frown}{AD}$$

محاطی $D\hat{A}B \Rightarrow D\hat{A}B = \frac{۱}{۲}DB$

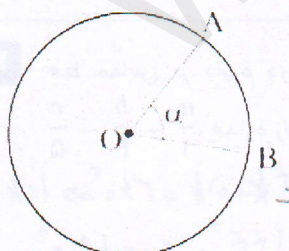
$$D\hat{A}T - D\hat{A}B = \frac{۱}{۲}(\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BD}) \Rightarrow B\hat{A}T = \frac{۱}{۲}\overset{\frown}{AB}$$

۷ در شکل زیر مقدار x و y را به دست آورید.



$$\left.\begin{array}{l} \frac{x+y}{۲} = ۱۸۴^\circ \Rightarrow x+y = ۱۶۸^\circ \\ \frac{x-y}{۲} = ۲۲^\circ \Rightarrow x-y = ۴۴^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = ۱۰۶^\circ \\ y = ۶۲^\circ \end{array}$$

۸ اگر زاویهٔ مرکزی قطاعی از دایرهٔ $C(O,R)$ برحسب درجه مساوی با α باشد، نشان دهید طول کمان AB برابر است با $L = \frac{\pi R}{۱۸۰}\alpha$ و مساحت قطاع برابر است با: $S = \frac{\pi R^۲ \alpha}{۳۶۰}$



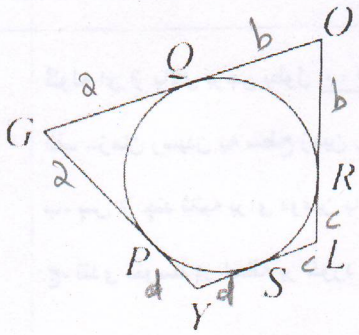
$$\frac{\overset{\frown}{AB}}{۳۶۰^\circ} = \frac{L}{\text{محیط دایره}} \Rightarrow \frac{\alpha}{۳۶۰} = \frac{L}{۲\pi R}$$

$$\Rightarrow L = ۲\pi R \times \frac{\alpha}{۳۶۰} = \frac{\pi R}{۱۸۰}\alpha$$

$$\frac{\overset{\frown}{AB}}{۳۶۰^\circ} = \frac{S}{\text{مساحت دایره}} \Rightarrow \frac{\alpha}{۳۶۰} = \frac{S}{R^۲\pi} \Rightarrow S = \frac{\pi R^۲ \alpha}{۳۶۰^\circ}$$

www-kanoon.ir

۹ ضلع‌های چهار ضلعی محیطی GOLY بر دایره مماسند. ثابت کنید $GO + LY = OL + GY$



می دانیم دو مماسی که از یک نقطه بر دایره رسم می شوند هم اندازه اند

$GP = GQ = a$ ، $OQ = OR = b$

$LR = LS = c$ ، $YS = YP = d$

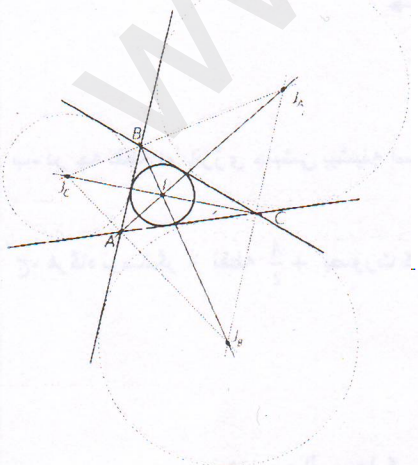
$$\left.\begin{aligned} GO + LY &= a+b+c+d \\ OL + GY &= b+c+a+d \end{aligned}\right\} \Rightarrow GO + LY = OL + GY$$

۱۰- اثبات کنید قضیه : یک چهار ضلعی محاطی است اگر وفقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.

صفحه ی بعد

۱۱- اگر r_a, r_b, r_c شعاع های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد نشان دهید

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$



$$S = rp \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{p}{S}$$

$$r_a = \frac{S}{p-a} \Rightarrow \frac{1}{r_a} = \frac{p-a}{S}$$

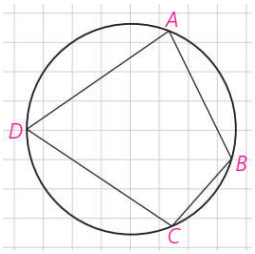
$$r_b = \frac{S}{p-b} \Rightarrow \frac{1}{r_b} = \frac{p-b}{S}$$

$$r_c = \frac{S}{p-c} \Rightarrow \frac{1}{r_c} = \frac{p-c}{S}$$

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a}{S} + \frac{p-b}{S} + \frac{p-c}{S} = \frac{3p-(a+b+c)}{S} = \frac{3p-2p}{S} = \frac{p}{S} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$

www.kanoon.ir



اگر چهارضلعی ABCD محاطی باشد:

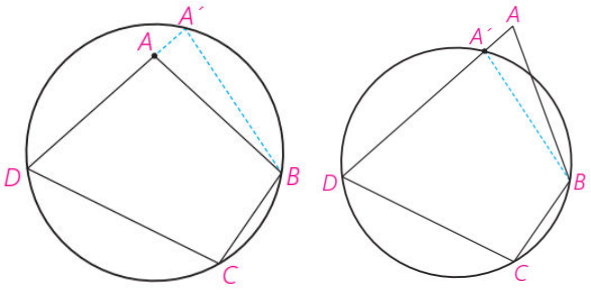
$$\hat{A}+\hat{C}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{\mathrm{BAD}}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}+\overset{\frown}{\mathrm{BAD}})=\frac{1}{2}(360°)=180°$$

$$\hat{B}+\hat{D}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{\mathrm{ADC}}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{\mathrm{ABC}}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{\mathrm{ADC}}+\overset{\frown}{\mathrm{ABC}})=\frac{1}{2}(360°)=180°$$

حال درعکس قضیه فرض می کنیم A و C مکمّل باشند. با برهان خلف ثابت خواهیم کرد ABCD محاطی است.

از نقاط B و C و D همواره یک دایره می گذرد چون عمود منصّف های مثلّث BCD همرسند و مرکز دایره ی محیطی مثلّث محلّ همرسی عمود منصّف های آن است.

فرض می کنیم حکم نادرست باشد و این دایره از A نگذرد، پس این دایره خطّ AD را در نقطه ی دیگری مانند A′ قطع خواهد کرد دو حالت پیش می آید:



چهارضلعی A′BCD محاطی است؛ پس:

$$\hat{C}+\mathrm{B}\hat{\mathrm{A}}'D=180,\hat{C}+\hat{A}=180\Longrightarrow\hat{A}=\mathrm{B}\hat{\mathrm{A}}'D$$

ولی این غیرممکن است زیرا در هر مثلّث هر زاویه ی خارجی از زاویه ی داخلی غیرمجاورش بزرگ تر است.

در نتیجه A همان A′ می باشد و حکم درست است.