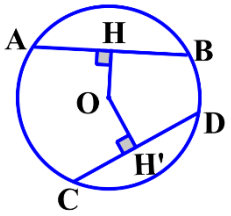
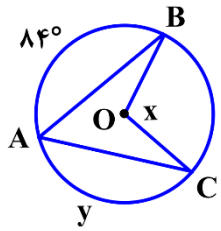
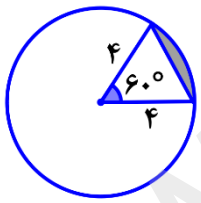
نام :	❊ به نام خدا ❊	نام درس : هندسه (۲)
نام خانوادگی :	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۳ اصفهان	مدت امتحان : ۱۱۰ دقیقه
نام پدر :	کارشناسی سنجش	تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۱۰/۲۳
نام کلاس : یازدهم ریاضی	دبیرستان غیردولتی خرد متوسطه دوم	تعداد صفحه : ۳ صفحه
نام دبیر : امید نورانی – دکتر زهرا غفارزاد قویدل	آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲	تعداد سوالات : ۱۴ سوال

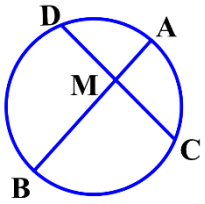
❊ دانش، نابود کننده‌ی نادانی است. امام علی (ع) ❊

ردیف	سوالات صفحه : ۱	بارم
۱	در دایره‌ی $C(O,R)$ نشان دهید $AB > CD$ اگر و تنها اگر $OH < OH'$ (OH و OH' فاصله‌ی O از دو وتر AB و CD هستند.) 	۱/۵
۲	الف) اگر $\hat{y} = ۱۴۰^\circ$ ، آنگاه اندازه‌ی زاویه‌ی x را به‌دست آورید.  ب) اگر $\hat{x} = ۱۶۵^\circ$ ، آنگاه اندازه‌ی کمان y را به‌دست آورید.	۱
۳	در دایره‌ی روبه‌رو به شعاع ۴، مساحت ناحیه‌ی سایه‌زده را محاسبه کنید. (این ناحیه، یک قطعه دایره نام دارد) 	۱
۴	طول خط‌المرکزین دو دایره‌ی مماس درون ۲ سانتی‌متر و مساحت ناحیه‌ی محدود بین آنها ۱۶π سانتی‌متر مربع است. طول شعاع‌های دو دایره را به‌دست آورید.	۱/۵
	ادامه سوالات در صفحه دوم	

www-kanoon-ir

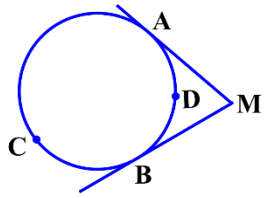
۵ طول شعاع‌های دو دایره‌ی متخارج را به‌دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $۳\sqrt{۷}$ و طل مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{۱۵}$ و طول خط‌المرکزین آنها مساوی ۸ واحد است. — بارم: ۱/۵

۶ در دایره‌ی $C(O,R)$ وتر AB، وتر CD به طول ۹ سانتی‌متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر $AB = ۱۱cm$ ، آنگاه وتر CD وتر AB را به چه نسبتی قطع می‌کند؟ — بارم: ۱/۵

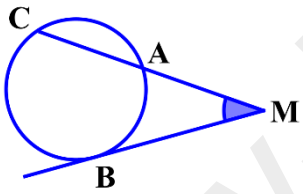


۷ در شکل‌های زیر ثابت کنید:

(راهنمایی: از نقطه‌ی تماس ضلع زاویه بر دایره، خطی موازی ضلع دیگر زاویه رسم کنید.) — بارم: ۱/۵

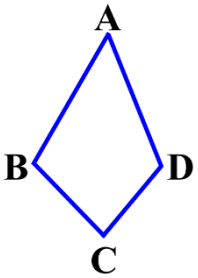


الف) $\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{ACB} - \overset{\frown}{ADB}}{۲}$



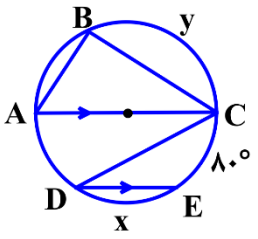
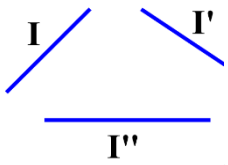
ب) $M = \frac{\overset{\frown}{CB} - \overset{\frown}{AB}}{۲}$

۸ در چهارضلعی $ABCD$، $AB + CD = AD + BC$ است. ثابت کنید که این چهارضلعی محیطی است. — بارم: ۱/۵



ادامه سوالات در صفحه سوم

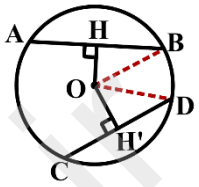
www-kanoon-ir

۹	قضیه‌ی زیر را ثابت کنید. « طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه‌ی خارج آن با هم برابرند. »	۱/۵
۱۰	در شکل مقابل DE موازی قطر AC بوده و $BC = CD$ است. مقادیر مجهول x و y چند درجه است؟ 	۱/۵
۱۱	دایره‌ی $C(O,R)$ و نقطه‌ی M خارج این دایره مفروض است. مجانس این دایره را نسبت به نقطه‌ی M در هر حالت رسم کنید. الف) $k = ۲$ ب) $k = -۲$ پ) $k = \frac{۱}{۲}$	۱/۵
۱۲	سه خط دوبه‌دو ناموازی I و I' و I'' در صفحه مفروض‌اند. پاره‌خطی به طول ۵ سانتی‌متر رسم کنید که دو سر آن روی I و I' ، و موازی I'' باشد. 	۱/۵
۱۳	در تجانسی با نسبت $k < ۰$ و مرکز تجانس O نشان دهید: الف) تجانس شیب خط را حفظ می‌کند. ب) تجانس زاویه‌ی بین خطوط را حفظ می‌کند.	۱/۵
۱۴	در حالتی که پاره‌خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد، ثابت کنید که اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، AB و $A'B'$ هم‌اندازه‌اند.	۱/۵
جمع	* فردایا چنان کن سرانجام کار تو خشنود باشی و ما رستگار *	۲۰

www-kanoon-ir

راهنمای تصحیح	﷽ به نام خدا	نام درس : هندسه (۲)
نام کلاس : یازدهم ریاضی	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۳ اصفهان	مدت امتحان : ۱۱۰ دقیقه
نام دبیر : امید نورانی – دکتر زهرا غفارزاد قویدل	کارشناسی سنجش	تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۱۰/۲۳
	دبیرستان غیردولتی خرد متوسطه دوم	تعداد صفحه : ۳ صفحه
	آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲	تعداد سوالات : ۱۴ سوال

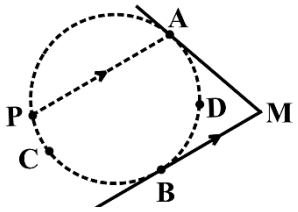
﷽ دانش، نابود کننده‌ی نادانی است. امام علی (ع) ﷽

ردیف	پاسخنامه — صفحه : ۱	بارم
۱	$\begin{cases} OH \perp AB \Rightarrow AH = BH = \frac{AB}{۲} \\ OH' \perp CD \Rightarrow CH' = DH' = \frac{CD}{۲} \\ OB = OD = R \end{cases}$  اگر : $AB > CD \Rightarrow \frac{AB}{۲} > \frac{CD}{۲} \Rightarrow BH > DH'$ $\begin{cases} \overset{\Delta}{OBH} : BH^۲ = R^۲ - OH^۲ \\ \overset{\Delta}{ODH'} : DH'^۲ = R^۲ - OH'^۲ \end{cases} \Rightarrow R^۲ - OH^۲ > R^۲ - OH'^۲ \Rightarrow OH < OH'$ $OH < OH' \Rightarrow R^۲ - OH^۲ > R^۲ - OH'^۲ \Rightarrow BH^۲ > DH'^۲ \Rightarrow \frac{AB^۲}{۴} > \frac{CD^۲}{۴} \Rightarrow AB > CD$	۱/۵
۲	الف) $۸۴^\circ + y + \overset{\frown}{BC} = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = ۳۶۰^\circ - ۸۴^\circ - ۱۴۰^\circ = ۱۳۶^\circ$ $\hat{x} = \overset{\frown}{BC} = ۱۳۶^\circ$ ب) $\hat{x} = ۱۶۵^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = ۱۶۵^\circ \Rightarrow ۸۴^\circ + ۱۶۵^\circ + \hat{y} = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \hat{y} = ۱۱۱^\circ$	۱
۳	S (مثلث) $- S$ (قطاع ۶۰°) $= S'$ (هاشور زده) $S = \frac{۶۰^\circ}{۳۶۰^\circ} \times \pi \times ۴^۲ - \frac{\sqrt{۳}}{۴} \times ۴^۲ = \frac{۸}{۳}\pi - ۳\sqrt{۳}$	۱
۴	طول خط‌المرکزین $= ۲ = R - R'$ (۱) مساحت ناحیه بین دو دایره $= \pi R^۲ - \pi R'^۲ = ۱۶\pi \Rightarrow R^۲ - R'^۲ = ۱۶ \Rightarrow \underbrace{(R - R')}_{۲}(R + R') = ۱۶$ $\Rightarrow R + R' = ۸$ (۲) (۱) , (۲) $\Rightarrow R = ۵$, $R' = ۳$	۱/۵
۵	$\begin{cases} \text{مماس مشترک داخلی} = \sqrt{۱۵} = \sqrt{d^۲ - (R + R')^۲} = \sqrt{۶۴ - (R + R')^۲} \\ \text{مماس مشترک خارجی} = ۳\sqrt{۷} = \sqrt{d^۲ - (R - R')^۲} = \sqrt{۶۴ - (R - R')^۲} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (R + R') = ۷ \\ (R - R') = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = ۴ \\ R' = ۳ \end{cases}$	۱/۵
۶	$DC = ۹$ و $CM = ۲DM \Rightarrow DM = ۳$ و $CM = ۶$ روابط طولی : $DM \times MC = AM \times MB \Rightarrow \begin{cases} AM \times MB = ۳ \times ۶ = ۱۸ \\ AM + MB = ۱۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM = ۲ \\ BM = ۹ \end{cases} \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{۲}{۹}$	۱/۵
	ادامه پاسخنامه در صفحه دوم	

www-kanoon-ir

۷

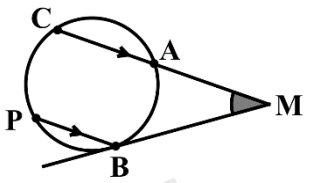
الف)



$$\begin{cases} AP \parallel MB \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{PCB} \quad , \quad \hat{M} = PAT \\ \text{ظلّی} \quad P\hat{A}T = \dfrac{PA}{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{M} = \frac{\overset{\frown}{PA}}{۲} = \frac{\overset{\frown}{ACB} - \overset{\frown}{PCB}}{۲} = \frac{\overset{\frown}{ACB} - \overset{\frown}{ADB}}{۲}$$

ب) ۱/۵

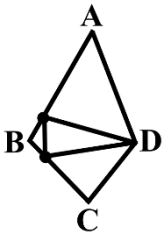


$$\begin{cases} PB \parallel MC \Rightarrow \hat{M} = \hat{B} \quad , \quad \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{PC} \\ \text{ظلّی} \quad \hat{B} = \dfrac{PB}{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{M} = \frac{\overset{\frown}{PB}}{۲} = \frac{\overset{\frown}{BPC} - \overset{\frown}{CP}}{۲} = \frac{\overset{\frown}{BC} - \overset{\frown}{AB}}{۲}$$

۸

اگر روی ضلع AB نقطهٔ M را طوری انتخاب کنیم که $AM = AD$ و اگر روی ضلع BC نقطه N را طوری انتخاب کنیم که $DC = CN$ باشد. در این‌صورت مثلث‌های DCN و ADM متساوی‌الساقین هستند.



ضمناً با توجه به فرض مسأله داریم:

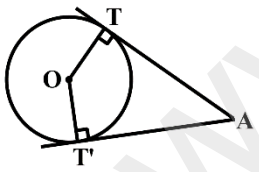
$$AB + CD = AD + BC \Rightarrow AM + MB + CD = AD + BN + CN$$

چون $AM = AD$ و $DC = CN$ می‌باشد. پس $MB = BN$ می‌باشد. بنابراین مثلث BMN نیز متساوی‌الساقین است. ۱/۵

اگر عمودمنصف‌های مثلث DMN را رسم کنیم، همدیگر را در نقطه‌ای مانند I قطع می‌کنند. از طرفی عمودمنصف‌های اضلاع DM و MN و DN نقش نیمسازهای زوایای $\hat{A}$ و $\hat{B}$ و $\hat{C}$ را نیز دارند. پس طبق ویژگی مکان هندسی نیمساز، فاصلهٔ نقطهٔ I از همهٔ اضلاع AD و AB و BC و DC مساوی است. بنابراین نقطه I مرکز دایره محاطی این چهارضلعی است. پس این چهارضلعی محیطی است.

۹

از مرکز دایره به نقاط تماس T' و T رسم می‌کنیم. چون شعاع در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است، زوایای ایجاد شده ۹۰° می‌شوند.



$$\begin{cases} OT = OT' = R \\ OA = OA \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع قائمه}} \overset{\Delta}{OTA} \cong \overset{\Delta}{OT'A} \Rightarrow AT = AT'$$

۱/۵

۱۰

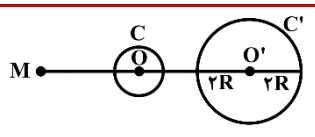
$$DE \parallel AC \Rightarrow CE = AD = ۸۰^\circ \xrightarrow{AC \text{ قطر دایره}} x = ۱۸۰^\circ - (۸۰^\circ + ۸۰^\circ) = ۲۰^\circ$$

از طرفی : $BC = CD \Rightarrow BC = CD = ۸۰^\circ + ۲۰^\circ + ۱۰۰^\circ \Rightarrow \hat{y} = ۱۰۰^\circ$

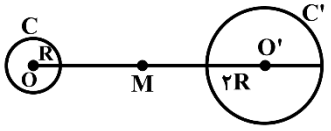
۱/۵

۱۱

الف) $k = ۲ \Rightarrow MO' = ۲OM \quad , \quad R' = ۲R$



ب) $k = -۲ \Rightarrow MO' = ۲OM \quad , \quad R' = ۲R$

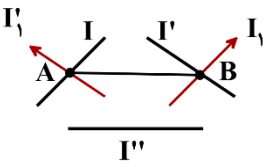
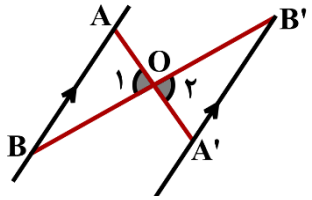
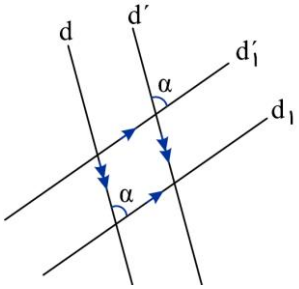
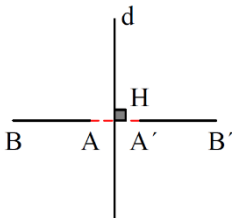


پ) $k = \frac{۱}{۲}$

۱/۵

ادامه پاسخنامه در صفحه سوم

www-kanoon-ir

ردیف	نوبت اول – هندسه (۲)	ادامه پاسخنامه	صفحه : ۳	بارم
۱۲	برای این کار، ابتدا خط I را با برداری به طول $5cm$ و موازی با I'' می‌دهیم تا خط I_1 به‌دست آید.  I_1 ، I' را در B قطع می‌کند. به همین ترتیب، I' را با برداری به طول $5cm$ موازی با I'' انتقال می‌دهیم تا I'_1 به‌دست آید. I و I'_1 در A متقاطع هستند. پاره‌خط $AB = 5cm$ جواب مسأله است.			۱/۵
۱۳	**الف)** چون $k < 0$ است، پس به شکل زیر می‌باشد.  $OA' = k \times OA$ و $OB' = k \times OB$ $\Rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{OA'}{OB'}$ و $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ $\overset{\Delta}{AOB} \sim \overset{\Delta}{A'OB'} \Rightarrow \hat{B}' = \hat{B}$, $\hat{A}' = A \Rightarrow AB \parallel A'B'$: تناسب دو ضلع و تساوی زاویهٔ بین  **ب)** اگر زاویهٔ بین دو خط متقاطع برابر با α باشد، از آنجا که مجانس خط با آن خط موازی می‌باشد، پس زاویهٔ بین مجانس‌های دو خط همان زاویه بین دو خط (α) می‌باشد.			۱/۵
۱۴	 $AB \perp d$, $\hat{H} = 90^\circ$ $AH = A'H$, $BH = B'H$ $\begin{cases} AB = BH - AH \\ A'B' = B'H - A'H \end{cases} \Rightarrow AB = A'B'$			۱/۵
جمع	* خسته نباشید *			۲۰

www-kanoon-ir