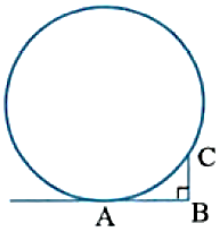
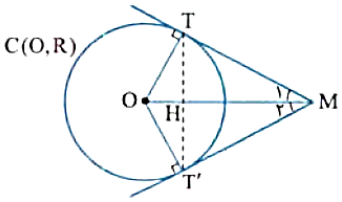
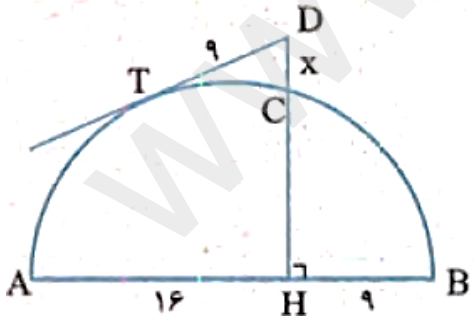
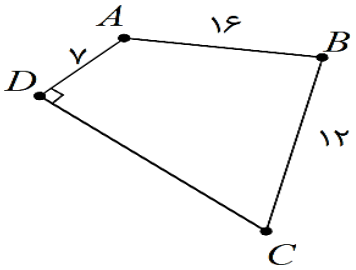
سؤال امتحانی : نوبت اول درس : هندسه ۲ پایه : یازدهم رشته : ریاضی نام و نام خانوادگی : کلاس : ۱۱/۱	وزارت آموزش و پرورش اداره‌ی کل آموزش و پرورش استان مازندران مدیریت آموزش و پرورش شهرستان بابل دبیرستان فرزانگان متوسطه دوم طراح : زهرا علی زاده	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۱۰/۰۹ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه ساعت امتحان : ۸ صبح تعداد صفحات : ۲ صفحه نمره : محل مهر آموزشگاه

سوال	شرح سوال	بارم
۱	ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه.	۱
۲	در شکل مقابل، AB در نقطه A بر دایره مماس است. اگر $CB \perp AB$. $AB = a$. $BC = b$ و شعاع دایره r باشد، ثابت کنید $r = \frac{a^2+b^2}{2b}$ 	۱/۵
۳	اگر از نقطه M بیرون دایره $C(O.R)$ دو مماس MT و MT' را بر دایره رسم کنیم و H نقطه برخورد TT' با خط OM باشد، ثابت کنید : $TT' \cdot OM = 2R \cdot MT$ 	۱/۵
۴	نحوه محاسبه زاویه حاصل از برخورد دو وتر در خارج دایره را با رسم شکل و اثبات کامل، بیان کنید.	۱/۵
۵	در شکل روبرو، DT در نقطه T بر نیم دایره به قطر AB مماس و DH بر AB عمود است. با توجه به اندازه های روی آن، مقدار x را بدست آورید. 	۱
۶	روش رسم مماس بر دایره از نقطه ای خارج دایره را با رسم شکل، (کوتاه در حد کفایت) بیان کنید.	۱
۷	با استفاده از دستور محاسبه طول مماس مشترک خارجی، فرمول خاص در حالتی که دو دایره مماس خارجند را بیان و اثبات کنید.	۲
۸	شعاع های دو دایره واقع در یک صفحه که مماس درونی اند، به ترتیب برابر $2x$ و $x+1$ و 3 و طول خط المرکزین آنها برابر $2x-1$ است. اندازه شعاع هر دایره را بدست آورید.	۱/۵

www.kanoon.ir

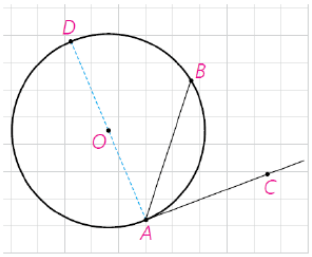
۹	در دایرهٔ $C(O,۵)$، اگر $A\hat{O}C=(۳\alpha+۱۲)^\circ$ و $A\hat{B}C=(\alpha+۱۶)^\circ$ باشد، مقدار α و طول کمان روبرو به زاویهٔ $A\hat{O}C$ را بدست آورید.	۱
۱۰	اگر در یک مثلث با مساحت S و محیط $۲p$ شعاع دایره محاطی برابر r باشد، نشان دهید: $S=rp$	۱/۵
۱۱	چهارضلعی $ABCD$ یک چهارضلعی محاطی است و در آن زاویه‌ی D قائمه است. اندازه‌ی ضلع DC را به دست آورید. 	۱
۱۲	یک چهار ضلعی محاطی است اگر و تنها اگر : ۱-..... ۲-.....	۱/۵
۱۳	الف) ویژگی ایزومتری در تبدیلات هندسی را تشریح کنید. ب) ۴مورد از ویژگی های تبدیل هندسی " بازتاب محوری " را بسیار کوتاه بیان کنید.	۲
۱۴	نقطه A به فاصله $۲\sqrt{۶}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d ، نقطه A' می نامیم. نقطه A را حول نقطه A' به اندازه ۱۲۰ درجه دوران می دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' را محاسبه کنید.	۲

www-kanoon.ir

ω موفق باشی عزیزم ω

سؤال امتحانی : نوبت اول درس : هندسه ۲ پایه : یازدهم رشته : ریاضی نام و نام خانوادگی : کلاس : ۱۱/۱	وزارت آموزش و پرورش اداره‌ی کل آموزش و پرورش استان مازندران مدیریت آموزش و پرورش شهرستان بابل دبیرستان فرزانگان متوسطه دوم طراح : زهرا علی زاده	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۱۰/۰۹ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه ساعت امتحان : ۸ صبح تعداد صفحات : ۴ صفحه نمره : محل مهر آموزشگاه

سوال	کلید سوال	بارم
۱.	ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه.	۱



الف) $\widehat{DAC}=۹۰^\circ$ و بنابراین : $\widehat{DAC}=\frac{۱}{۲}\widehat{AD}$

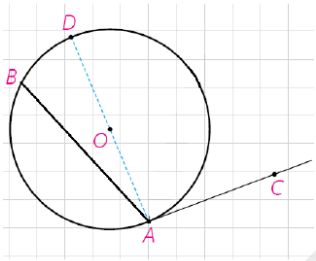
ب) زاویهٔ DAB یک زاویهٔ محاطی است.

بنابراین : $\widehat{DAB}=\frac{۱}{۲}\widehat{DB}$

پ) از (الف) و (ب) داریم : $\widehat{DAC}-\widehat{DAB}=\frac{۱}{۲}(\widehat{DA}-\widehat{DB})$

و بنابراین $\widehat{BAC}=\frac{۱}{۲}\widehat{AB}$

ت) نشان دهید نتیجه قسمت (پ) برای یک زاویه ظلی منفرجه نیز برقرار است.



الف) $\widehat{DAC}=۹۰^\circ$ و بنابراین : $\widehat{DAC}=\frac{۱}{۲}\widehat{AD}$

ب) زاویهٔ DAB یک زاویهٔ محاطی است.

بنابراین : $\widehat{DAB}=\frac{۱}{۲}\widehat{DB}$

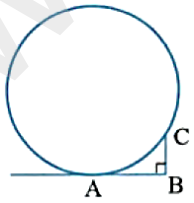
پ) از (الف) و (ب) داریم : $\widehat{DAC}+\widehat{DAB}=\frac{۱}{۲}(\widehat{DA}+\widehat{DB})$

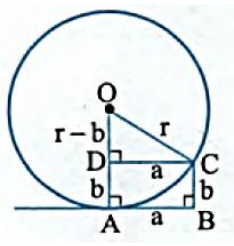
و بنابراین $\widehat{BAC}=\frac{۱}{۲}\widehat{AB}$

بنابراین :

قضیه: اندازهٔ هر زاویهٔ ظلی برابر است با ... نصف ... کمان روبه‌رو به آن زاویه.

۲.	در شکل مقابل، AB در نقطه A بر دایره مماس است. اگر $CB \perp AB$. $AB = a$. $BC = b$ و شعاع دایره r باشد، ثابت کنید $r = \frac{a^۲+b^۲}{۲b}$	۱/۵

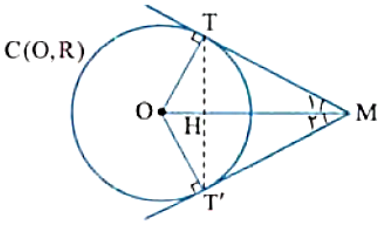
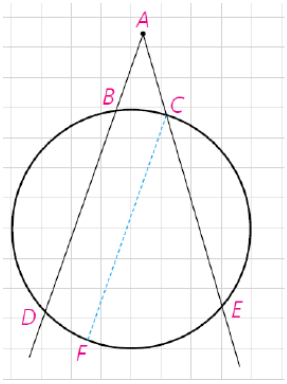
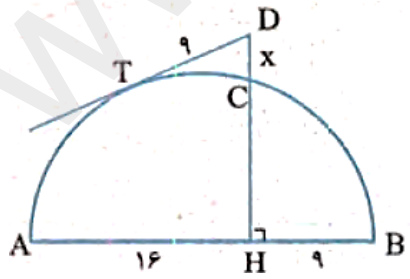




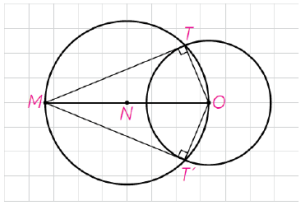
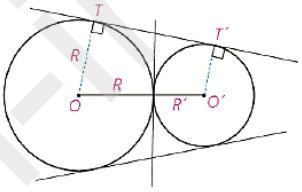
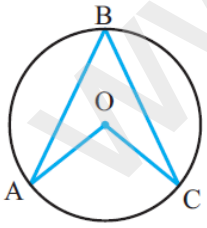
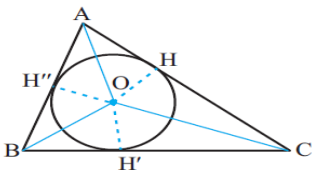
حل اگر نقطهٔ O مرکز دایره باشد، چنان‌چه از نقطهٔ O به A وصل و از C، عمودی بر OA رسم کنیم، چون شعاع گذرنده از نقطهٔ تماس، بر خط مماس عمود است، پس چهارضلعی ABCD مستطیل است، در نتیجه $CD=a$ ، $AD=b$ و $OD=r-b$. اکنون در مثلث قائم‌الزاویهٔ OCD، داریم:

$$OC^۲=OD^۲+CD^۲ \Rightarrow r^۲=(r-b)^۲+a^۲ \Rightarrow ۲r.b=a^۲+b^۲ \Rightarrow r=\frac{a^۲+b^۲}{۲b}$$

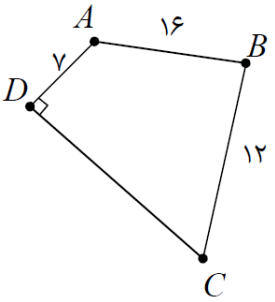
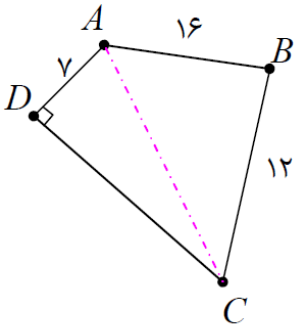
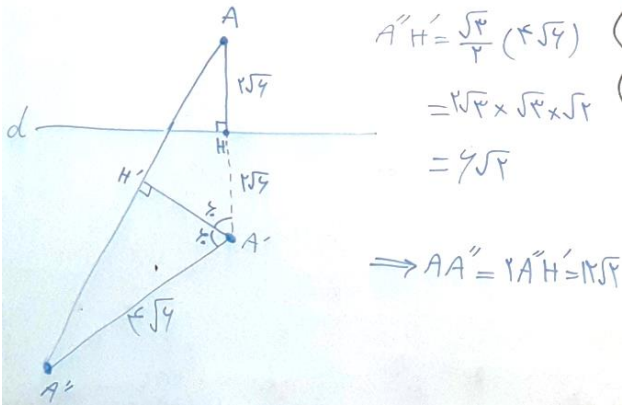
www-kanoon-ir

۳.	اگر از نقطه M بیرون دایره $C(O.R)$ دو مماس MT و MT' را بر دایره رسم کنیم و H نقطه برخورد TT' با خط OM باشد، ثابت کنید : $TT' \cdot OM = ۲R \cdot MT$  **روش اول** دو مثلث قائم‌الزاویهٔ MTH و OTM به حالت برابری سه زاویه، متشابه‌اند، پس داریم: $\frac{OT}{OM}=\frac{TH}{MT} \Rightarrow OT.MT=OM.TH \Rightarrow R.MT=OM\times\frac{۱}{۲}TT' \Rightarrow TT'.OM=۲R.MT$ **روش دوم** $S_{\Delta OTM}=\frac{TH\times OM}{۲}=\frac{OT\times MT}{۲} \Rightarrow TH\times OM=OT\times MT$ $\frac{TT'}{۲}\times OM=R\times MT \Rightarrow TT'\times OM=۲R\times MT$	۱/۵
۴.	نحوه محاسبه زاویه حاصل از برخورد دو وتر در خارج دایره را با رسم شکل و اثبات کامل، بیان کنید. ۱ــ فرض کنید رأس زاویهٔ DAE مانند شکل مقابل بیرون دایره واقع شده باشد و کمان‌های DE و BC توسط اضلاع زاویهٔ موردنظر مشخص شده باشند. ــ از نقطهٔ C خطی موازی خط BD رسم کنید تا دایره را در نقطه‌ای مانند F قطع کند. علت هرکدام از تساوی‌های زیر را مشخص کنید. $\widehat{DAE}=\widehat{FCE}=\frac{۱}{۲}\widehat{FE}=\frac{۱}{۲}(\widehat{DE}-\widehat{DF})=\frac{۱}{۲}(\widehat{DE}-\widehat{BC})$  $CF \parallel AD$ و AE مورب بنا بر قضیه خطوط موازی $D\hat{A}E = F\hat{C}E$ زاویه $F\hat{C}E$ محاطی است پس نصف کمان مقابل است یعنی $F\hat{C}E=\frac{۱}{۲}\widehat{EF}$. باتوجه به شکل $F\hat{C}E=\frac{۱}{۲}\widehat{EF}=\frac{۱}{۲}(\widehat{DE}-\widehat{BC})$ بنا بر فعالیت قبل بند (۱) می دانیم $\widehat{BC}=\widehat{DF}$ پس داریم : $D\hat{A}E=F\hat{C}E=\frac{۱}{۲}\widehat{EF}=\frac{۱}{۲}(\widehat{DE}-\widehat{BC})=\frac{۱}{۲}(\widehat{DE}-\widehat{BC})$	۱/۵
۵.	در شکل روبرو، DT در نقطه T بر نیم دایره به قطر AB مماس و DH بر AB عمود است. با توجه به اندازه های روی آن، مقدار x را بدست آورید.  **کاردانش** اگر نیم‌دایره را کامل کنیم و امتداد DH، آن را در نقطهٔ E قطع کند، چون قطر AB بر CE عمود است، پس $CH = EH$. بنا بر قضیهٔ وترها داریم: $CH\times EH=AH\times BH$ $CH\times CH=۹\times۱۶ \Rightarrow CH=۱۲ \Rightarrow CE=۲۴$ اکنون بنا بر قضیهٔ مماس و قاطع داریم: $DC\times DE=DT^{۲} \Rightarrow x(x+۲۴)=۹^{۲} \Rightarrow x^{۲}+۲۴x-۸۱=۰ \Rightarrow (x-۳)(x+۲۷)=۰$ $\Rightarrow \begin{cases} x=۳ \\ x=-۲۷ \text{ غیرقابل‌قبول} \end{cases}$	۱

www-karoon-ir

۶.	روش رسم مماس بر دایره از نقطه ای خارج دایره را با رسم شکل، (کوتاه در حد کفایت) بیان کنید.  اکنون برای رسم مماس بر دایره از نقطه M خارج دایره، ابتدا دایره‌ای به قطر OM (O مرکز دایره) رسم می کنیم. این دایره، دایره مفروض را در دو نقطه T و T′ قطع می کند. خط های MT و MT′ بر دایره مماس‌اند چرا؟ زاویه های $M\hat{T}O$ و $M\hat{T}'O$ محاطی روبه رو به قطر هستند بنا براین اندازه ی هرکدام ۹۰° است . پس شعاع نقطهٔ تماس بر پاره خط های MT و MT′ عمود است . درنتیجه MT و MT′ بر دایره مماس هستند. در صفحه یک خط و دایره بر هم مماس‌اند اگر و تنها اگر این خط بر شعاع نقطه تماس عمود باشد.	۱
۷.	با استفاده از دستور محاسبه طول مماس مشترک خارجی، فرمول خاص در حالتی که دو دایره مماس خارجند را بیان و اثبات کنید.  مماس خارج اند؛ سه مماس مشترک دارند. $OO' = R + R'$ $TT' = \sqrt{d^۲ - (R-R')^۲} \xrightarrow{d=R+R'} TT' = \sqrt{(R+R')^۲ - (R-R')^۲}$ $\Rightarrow TT' = \sqrt{R^۲ + R'^۲ + ۲RR' - (R^۲ + R'^۲ - ۲RR')} = \sqrt{R^۲ + R'^۲ + ۲RR' - R^۲ - R'^۲ + ۲RR'}$ $\Rightarrow TT' = \sqrt{۴RR'} \Rightarrow TT' = ۲\sqrt{RR'}$	۲
۸.	شعاع های دو دایره واقع در یک صفحه که مماس درونی اند، به ترتیب برابر $۲x$ و $۳x+۱$ و طول خط المرکزین آنها برابر $۲x-۱$ است. اندازه شعاع هر دایره را بدست آورید. **حل** اگر شعاع‌های دو دایره را $R_۱$ و $R_۲$ و طول خط‌المرکزین دو دایره را d بگیریم، چون دو دایره مماس درونی‌اند، با توجه به داده‌های مسئله خواهیم داشت $R_۱ = ۲x$ ، $R_۲ = ۳x+۱$ و $d = |R_۲ - R_۱| = |۳x+۱-۲x| = |x+۱|$ (۱) و در نتیجه $۲x-۱$. با توجه به این‌که طول خط‌المرکزین دو دایره عددی حقیقی و نامنفی است باید $۲x-۱ \geq ۰$، پس $x \geq \frac{۱}{۲}$، در نتیجه $x+۱ \geq \frac{۳}{۲} > ۰$، بنابراین $|x+۱| = x+۱$. با توجه به رابطهٔ (۱) داریم $۲x-۱ = x+۱$ یا $x = ۲$، پس داریم $R_۱ = ۴$ و $R_۲ = ۷$.	۱/۵
۹.	در دایرهٔ $C(O,۵)$، اگر $A\hat{O}C = (۳\alpha+۱۲)^\circ$ و $A\hat{B}C = (\alpha+۱۶)^\circ$ باشد، مقدار α و طول کمان روبرو به زاویهٔ $A\hat{O}C$ را بدست آورید.  $\left.\begin{array}{l} A\hat{O}C = \overset{\frown}{AC} \\ A\hat{B}C = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow A\hat{O}C = ۲A\hat{B}C \Rightarrow ۳\alpha+۱۲ = ۲(\alpha+۱۶)$ $\Rightarrow \alpha = ۲۰^\circ \Rightarrow A\hat{O}C = ۷۲^\circ$ $\overset{\frown}{AC} = \frac{\pi(۵)}{۱۸۰} \times ۷۲ \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = ۲\pi$	۱
۱۰.	اگر در یک مثلث با مساحت S و محیط $۲p$ شعاع دایره محاطی برابر r باشد، نشان دهید: $S = rp$ از نقطهٔ O (مرکز دایرهٔ محاطی) به رئوس A ، B و C وصل می‌کنیم. اگر محل تماس دایره با اضلاع را H ، H′ و H″ بنامیم، داریم:  $S_{\triangle AOC} = \frac{۱}{۲} \cdot OH \cdot AC$ $S_{\triangle BOC} = \frac{۱}{۲} \cdot OH' \cdot BC$ $S_{\triangle AOB} = \frac{۱}{۲} \cdot OH'' \cdot AB$ $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle AOB} = r \cdot \left(\frac{AB+BC+CA}{۲}\right) = r \cdot \frac{۲p}{۲} \Rightarrow S = rp$	۱/۵

www.kanoon.ir

۱۱.	چهارضلعی $ABCD$ یک چهارضلعی محاطی است و در آن زاویه‌ی D قائمه است. اندازه‌ی ضلع DC را به دست آورید.   بنابر اینکه در چهارضلعی محاطی، زاویه های مقابل مکمل یکدیگرند، پس زاویه‌ی B قائمه است. اکنون به کمک رابطه‌ی فیثاغورس در مثلث ABC می توان طول قطر AC را تعیین کرد. (۰/۲۵) $AC^2 = ۱۶^2 + ۱۲^2 = ۲۵۶ + ۱۴۴ = ۴۰۰ \rightarrow AC = ۲۰$ (۰/۲۵) حال در مثلث ADC نیز داریم. $DC^2 + ۷^2 = ۲۰^2 \rightarrow DC^2 = ۴۰۰ - ۴۹ = ۳۵۱ \rightarrow AC = \sqrt{۳۵۱} = ۳\sqrt{۳۹}$ (۰/۲۵)	۱
۱۲.	یک چهار ضلعی محاطی است اگر و تنها اگر : ۱- یک چند ضلعی، محاطی است اگر و فقط اگر عمود منصف‌های همه ضلع‌های آن در یک نقطه همرس باشند. ۲- **قضیه:** یک چهار ضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویهٔ مقابل آن مکمل باشند.	۱/۵
۱۳.	الف) ویژگی ایزومتری در تبدیلات هندسی را تشریح کنید. **تعریف:** تبدیل‌هایی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کنند، تبدیلات طولپا (ایزومتری) نامیده می‌شوند. ب) ۴مورد از ویژگی های تبدیل هندسی " بازتاب محوری " را بسیار کوتاه بیان کنید. طولپاست / شیب را حفظ نمیکند/ جهت را حفظ نمیکند/ زاویه، محیط، مساحت را حفظ می کند.	۲
۱۴.	نقطه A به فاصله $۲\sqrt{۶}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d ، نقطه A' می نامیم. نقطه A را حول نقطه A' به اندازه ۱۲۰ درجه دوران می دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' را محاسبه کنید.  	۲