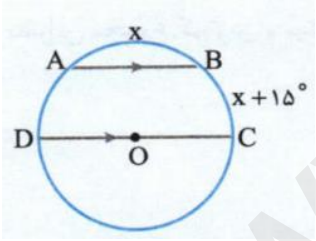
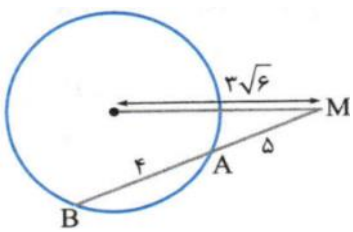
اداره کل آموزش و پرورش استان البرز
مدیریت آموزش و پرورش شهرستان ساوجبلاغ
دبیرستان استعدادهای درخشان فرزانگان۵(دوره دوم)
سال تحصیلی۱۴۰۴-۱۴۰۳

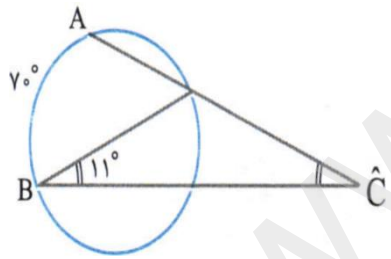
نام و نام خانوادگی:
آزمون: هندسه۲
پایه و رشته: یازدهم ریاضی
نام دبیر: خانم جعفری

تعداد صفحات: ۳ صفحه
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/ ۲
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پاسخنامه ◯ دارد ● ندارد

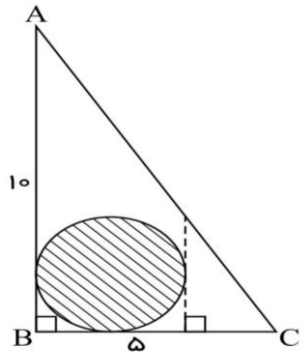
نمره با حروف: نمره با رقم: امضا دبیر

ردیف	خدایا من بر تو توکل کردم و کارم را به تو سپردم و هیچ پناهی جز تو نیست.	بارم
۱	عبارت های درست را با ص و عبارت های نادرست را با غ مشخص کنید. الف) در یک دایره اندازه زاویه محاطی مساوی اندازه کمان مقابل به آن زاویه است. ب) مرکز دایره محاطی یک چند ضلعی، محل همرسی عمود منصف های اضلاع چند ضلعی می باشد. ج) دو دایره مماس درون، یک مماس مشترک داخلی دارند. د) لوزی یک چهار ضلعی محاطی نیست .	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر فاصله خط از مرکز دایره از شعاع ..... باشد، خط و دایره ..... نقطه اشتراک دارند یعنی متقاطع اند. ب) در دایره ای به شعاع ۸ سانتی متر قطاعی به اندازه ۱۵ درجه رسم می کنیم. مساحت قطاع برابر ..... است. ج) خط المرکزین دو دایره مماس برون برابر است با	۲
۳	در شکل مقابل اندازه کمان AD را به دست آورید. 	۱
۴	طول خط المرکزین دو دایره مماس داخل 5 سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین این دو دایره 85π است. محیط هر دو دایره را حساب کنید.	۱/۵
۵	در شکل روبه رو شعاع دایره را بیابید. 	۱/۵

www-kanoon-ir

ردیف	ادامه سوالات	بارم
۶	اگر r_a و r_b و r_c شعاع های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد نشان دهید: $\frac{1}{ra}+\frac{1}{rb}+\frac{1}{rc}=\frac{1}{r}$	۱/۵
۷	ثابت کنید (یک ذوزنقه، محاطی است، اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد.)	۱/۵
۸	جدول زیر را کامل کنید. | | کایت | مستطیل | متوازی الاضلاع | ذوزنقه متساوی الساقین | | محاطی | | | | | | محیطی | | | | |	۲
۹	مقدار زاویه C را به دست آورید. 	۱
۱۰	طول شعاع دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $3\sqrt{7}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{15}$ و طول خط المرکزین آنها مساوی 8 واحد است.	۲
۱۱	مساحت مثلث متساوی الاضلاعی را به دست آورید که در دایره ای به شعاع R محاط شده باشد.	۱/۵

www-kamoon-ir

ردیف	ادامه سوالات	بارم
۱۲	اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث ABC ، 5 و 10 باشد، مساحت ناحیه هاشور خورده را به دست آورید.  	۲
۱۳	ثابت کنید اگردر یک چهار ضلعی دو زاویه مقابل به هم مکمل باشند آنگاه آن چهار ضلعی محاطی است.	۱/۵
	مجموع بارم	۲۰

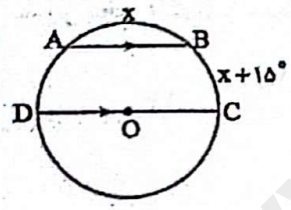
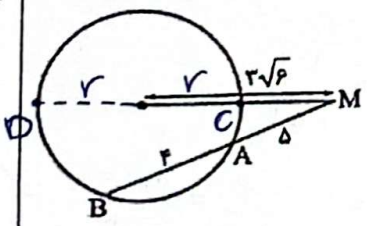
www-kanoon-ir

اداره کل آموزش و پرورش استان البرز
مدیریت آموزش و پرورش شهرستان سارجهلاغ
دبیرستان استعدادهای درخشان فرزانگان ۵ (دوره دوم)
سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

نام و نام خانوادگی:
آزمون: هندسه۲
پایه و رشته: یازدهم ریاضی
نام دبیر: خانم جعفری

تعداد صفحات: ۳ صفحه
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۲
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پاسخنامه ○ دارد ● ندارد

نمره با حروف:	نمره با رقم:	امضا دبیر

ردیف	خدایا من بر تو توکل کردم و کارم را به تو سپردم و هیچ پناهی جز تو نیست.	بارم
۱	عبارت های درست را با ص و عبارت های نادرست را با غ مشخص کنید. الف) در یک دایره اندازه زاویه محاطی مساوی اندازه کمان مقابل به آن زاویه است. غ ب) مرکز دایره محاطی یک چند ضلعی، محل همرسی عمود منصف های اضلاع چند ضلعی می باشد. غ ج) دو دایره مماس درون، یک مماس مشترک داخلی دارند. غ د) لوزی یک چهار ضلعی محاطی نیست . ص	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر فاصله خط از مرکز دایره از شعاع ..کمتر..... باشد، خط و دایره .....۲..... نقطه اشتراک دارند یعنی متقاطع اند. ب) در دایره ای به شعاع ۸ سانتی متر قطاعی به اندازه ۱۵ درجه رسم می کنیم. مساحت قطاع برابر $\frac{۸}{۳}\pi$ است. ج) خط المرکزین دو دایره مماس برون برابر است با مجموع شعاع دو دایره	۲
۳	در شکل مقابل اندازه کمان AD را به دست آورید.  $AB \parallel DC \rightarrow \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BC} = x+۱۵^\circ$ $\overset{\frown}{BC}+\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{AB}=۱۸۰^\circ \rightarrow x+۱۵^\circ+x+۱۵^\circ+x=۱۸۰^\circ$ $۳x+۳۰^\circ=۱۸۰^\circ \rightarrow ۳x=۱۵۰^\circ \rightarrow x=۵۰^\circ$ $\overset{\frown}{AD}=۵۰^\circ+۱۵^\circ=۶۵^\circ$ ✓	۱
۴	طول خط المرکزین دو دایره مماس داخل 5 سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین این دو دایره 85π است. محیط هر دو دایره را حساب کنید. $S_{\text{ناحیه محدود}} = S_{\text{دایره ب}} - S_{\text{دایره ک}} = \pi R^۲ - \pi r^۲ = ۸۵\pi$ $(R^۲-r^۲)=۸۵ \xrightarrow{(R-r)=۵} (R-r)(R+r)=۸۵ \rightarrow R+r=۱۷$ $R-r=۵$ $\Rightarrow R=۱۱ , r=۶$ محیط دایره ب $= ۲\pi R = ۲۲\pi$ ✓ محیط دایره ک $= ۲\pi r = ۱۲\pi$ ✓	۱/۵
۵	در شکل روبه رو شعاع دایره را بیابید.  $MC \cdot MD = MA \cdot MB$ $(۳\sqrt{۶}-r)(۳\sqrt{۶}+r)=(۵)(۹)$ $۵۴-r^۲=۴۵$ $r^۲=۹ \rightarrow r=۳$ ✓	۱/۵

www.kanoon.ir

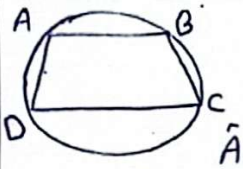
ردیف	ادامه سوالات	بارم

۶ اگر r_a و r_b و r_c شعاع های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد نشان دهید:

$$\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{1}{r} \qquad S=pr \longrightarrow \frac{1}{r}=\frac{p}{S} \qquad r_a=\frac{S}{p-a}\ ,\ r_b=\frac{S}{p-b}\ ,\ r_c=\frac{S}{p-c}$$

$$\longrightarrow \frac{p-a}{S}+\frac{p-b}{S}+\frac{p-c}{S}=\frac{3p-(a+b+c)}{S}=\frac{2p}{S}=\frac{1}{r}$$ ✓

۷ ثابت کنید (یک ذوزنقه، محاطی است، اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد.) — ۱/۵



فرض : $AD=BC \Rightarrow \hat{A}=\hat{B}\ ,\ \hat{D}=\hat{C}$ *

می دانیم $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}=360^\circ$

$$\xrightarrow{*} 2\hat{A}+2\hat{C}=360^\circ$$
$$\hat{A}+\hat{C}=180^\circ$$ ✓

$$\xrightarrow{*} 2\hat{B}+2\hat{D}=360^\circ$$
$$\hat{B}+\hat{D}=180^\circ$$ ✓

حکم دیگر: ذوزنقه متساوی الساقین : $\hat{A}+\hat{D}=180^\circ$ *

فرض : $\hat{A}+\hat{C}=\hat{B}+\hat{D}=180^\circ \Leftarrow$

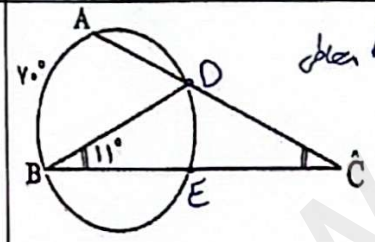
$\hat{D}=\hat{C}$ ✓ فرض *

به طریق مشابه ثابت می شود $\hat{B}=\hat{A}$ ✓

۸ جدول زیر را کامل کنید. — ۲

	کایت	مستطیل	متوازی الاضلاع	ذوزنقه متساوی الساقین
محاطی	X	✓	X	✓
محیطی	✓	X	X	X

۹ مقدار زاویه C را به دست آورید. — ۱



محاطی $\hat{B}=11^\circ=\frac{\overset{\frown}{DE}}{2} \longrightarrow \overset{\frown}{DE}=22^\circ$

$$\hat{C}=\frac{\overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{DE}}{2}=\frac{70^\circ-22^\circ}{2}=24^\circ$$ ✓

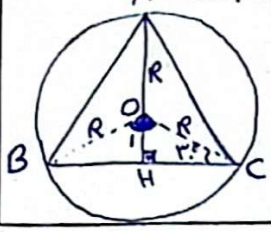
۱۰ طول شعاع دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $3\sqrt{7}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{15}$ و طول خط المرکزین آنها مساوی 8 واحد است. — ۲

مماس مشترک خارجی $= TT' = \sqrt{d^2-(R-R')^2} = \sqrt{64-(R-R')^2} = 3\sqrt{7} \longrightarrow 64-63=(R-R')^2=1$

مماس مشترک داخلی $= TT' = \sqrt{d^2-(R+R')^2} = \sqrt{64-(R+R')^2} = \sqrt{15} \longrightarrow 64-15=(R+R')^2=49$

$$R-R'=1\ ,\ R+R'=7 \Longrightarrow R=4\ ,\ R'=3$$ ✓

۱۱ مساحت مثلث متساوی الاضلاعی را به دست آورید که در دایره ای به شعاع R محاط شده باشد. — ۱/۵



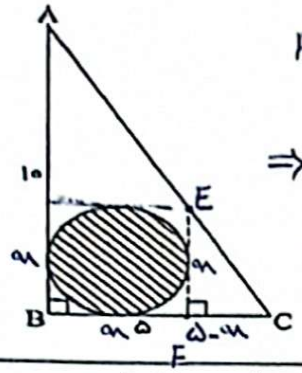
$$\hat{O}_1=120^\circ=\frac{360^\circ}{3}$$

$$S_{B\hat{O}C}=\frac{1}{2}\sin 120^\circ \times R^2=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times R^2=\frac{\sqrt{3}R^2}{4}$$

$$S_{A\hat{B}C}=S_{A\hat{O}B}+S_{B\hat{O}C}+S_{A\hat{O}C}=3S_{B\hat{O}C}=\frac{3\sqrt{3}R^2}{4}$$ ✓

www.kanoon.ir

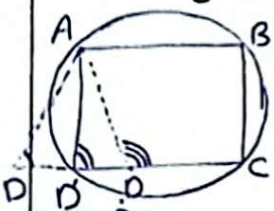
ردیف	ادامه سوالات	بارم
۱۲	اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث ABC ، 5 و 10 باشد، مساحت ناحیه هاشور خورده را به دست آورید.	۲
۱۳	ثابت کنید اگردر یک چهار ضلعی دو زاویه مقابل به هم مکمل باشند آنگاه آن چهار ضلعی محاطی است.	۱/۵
	مجموع بارم	۲۰



$FE \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CE}{AC} = \frac{CF}{BC} = \frac{EF}{AB}$

$\Rightarrow \frac{۵-x}{۵} = \frac{x}{۱۰} \Rightarrow ۱۰-۲x = x \Rightarrow x = \frac{۱۰}{۳}$ = قطر

$\pi r^۲ = \pi \times \frac{۵}{۳} \times \frac{۵}{۳} = \frac{۲۵\pi}{۹}$ ✓



فرض: $\hat{A}+\hat{C} = ۱۸۰^\circ$ ، $\hat{B}+\hat{D} = ۱۸۰^\circ$ حکم: هر ۴ رأس A,B,C,D روی دایره O

بابرهان خلف ثابت میکنیم. می دانیم از ۳ نقطه ناهم راستا حتماً یک دایره عبور خواهد کرد که مرکز آن محل همرسی عمودمنصف های پاره خط های تشکیل دهنده همان نقطه هاست نقطه باید ثابت کنیم رأس چهارم (D) نیز روی دایره قرار دارد بابرهان خلف فرض میکنیم D روی دایره نباشد. پس D یا داخل دایره است و یا خارج آن. و نقطه ای مانند D' روی دایره قرار دارد و چهارضلعی محاطی ABCD' را تشکیل می دهد $\Rightarrow \hat{B}+\hat{D}' = ۱۸۰^\circ \xleftarrow{\text{طبق فرض}} \hat{B}+\hat{D} = ۱۸۰^\circ$

$* \hat{D} = \hat{D}'$ ✓

* D داخل دایره : $\hat{D}$ زاویه خارجی مثلث $AD\hat{D}'$: $\hat{D}' + \hat{A} = \hat{D}$ * ← به تناقض رسیدیم

* D خارج دایره : $\hat{D}'$ زاویه خارجی مثلث $AD\hat{D}'$ داخلی : $\hat{A} + \hat{D} = \hat{D}'$ * ← به تناقض رسیدیم

پس حکم درست است و D روی دایره قرار دارد ✓