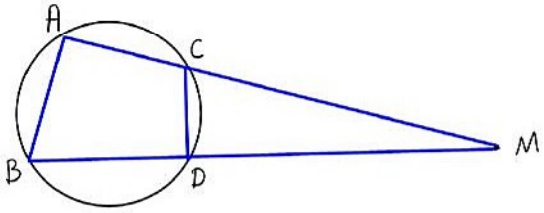
ز گهواره تا گور دانش بجوی	باسمه‌تعالی		تاریخ امتحان: ۰۳ / ۱۰ / ۱۴۰۳
نام و نام خانوادگی:	**اداره کل آموزش و پرورش قم**		مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
پایه: **یازدهم ریاضی** ردیف:	**مدیریت آموزش و پرورش ناحیه سه قم**		ساعت شروع: ۰۰ : ۰۸
نام پدر: کلاس:	**دبیرستان نمونه دولتی شهید فهمیده**		تعداد صفحات: ۴
حوزه امتحانی:	**امتحانات نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳**		تعداد سوالات: ۲۶
مهر ستاد امتحانات دبیرستان	نام درس: **هندسه دو**	استاد: **علیرضا اکبریان**	نمره به عدد: نمره به حروف: امضای دبیر:

عکس دانش‌آموز

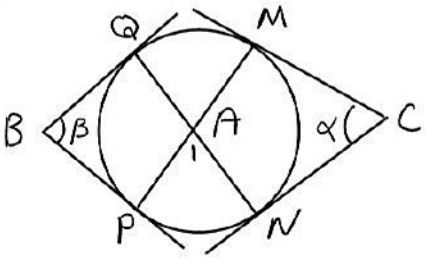
شماره صندلی

سوالات فصل اول	بارم
۱) در یک دایره، از دو وتر نامساوی، وتری که به مرکز دایره نزدیک‌تر است، بزرگتر است. (درست ..... – نادرست .....)	۰/۲۵
۲) در دو دایره با شعاع‌های متفاوت، ممکن است دو کمان، اندازه برابر داشته باشند ولی طول آنها متفاوت باشد. (درست ..... – نادرست .....)	۰/۲۵
۳) در حالت کلی، یک ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین و یک مستطیل، محاطی می‌باشند. (درست ..... – نادرست .....)	۰/۲۵
۴) یک چندضلعی منتظم، همواره محیطی می‌باشد اما ممکن است محاطی نباشد. (درست ..... – نادرست .....)	۰/۲۵
۵) در دایره $C(O\ ,\ ۶)$ طول کمان روبرو به زاویه مرکزی α برابر $۱۰\ cm$ می‌باشد. مساحت قطاع با زاویه مرکزی α را به دست آورید.	۱
۶) ثابت کنید در هر دایره، اندازه یک زاویه محاطی، برابر است با نصف کمان روبروی آن زاویه.	۱/۵
۷) در شکل مقابل، در دایره $C(O\ ,\ R)$ ، $AB = R\sqrt{۲}$ و $CD = R$ می‌باشند. اندازه زاویه M را به دست آورید. 	۱

www.kanoon.ir

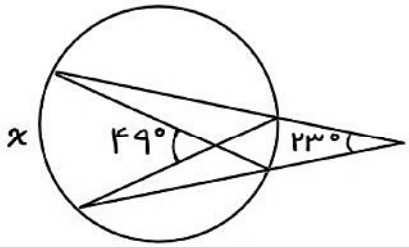
۸) در شکل، اضلاع زاویه‌های B و C بر دایره مماس‌اند. اندازه زاویه A_1 را بر حسب α و β به دست آورید.

۱/۲۵



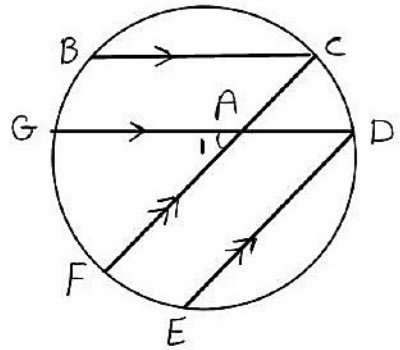
۹) در شکل روبرو، x برابر چند درجه است؟

۰/۲۵



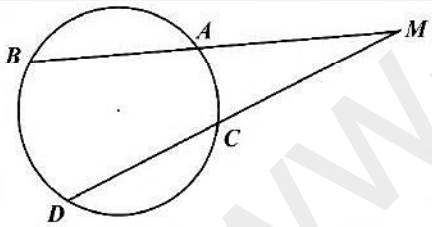
۱۰) در شکل مقابل، $BC \parallel GD$ و $FC \parallel ED$ می‌باشند. اگر $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{GF} = \overset{\frown}{ED} = 2\overset{\frown}{CD}$ باشد، اندازه زاویه A_1 را به دست آورید.

۱/۲۵



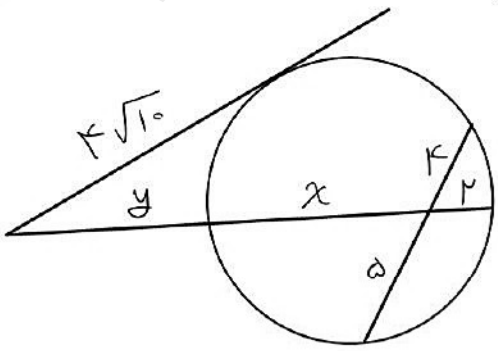
۱۱) ثابت کنید هر گاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M در بیرون دایره، یکدیگر را قطع کنند، آنگاه: $MA.MB = MC.MD$

۱/۲۵

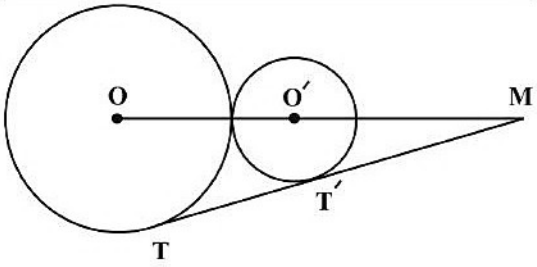


۱۲) در شکل مقابل، مقادیر x و y را به دست آورید.

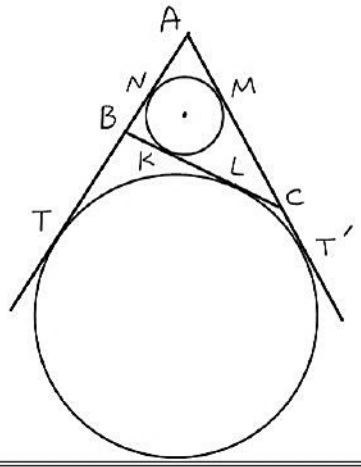
۱/۲۵



www-kanoon-ir

۱۳) دو دایره $C(O\ ,\ R)$ و $C'(O'\ ,\ R')$ را در نظر می‌گیریم. اگر $R > R'$ و $OO' = d$ (خط‌المرکزین) و TT' مماس مشترک داخلی دو دایره باشد، ثابت کنید : $TT' = \sqrt{d^۲ - (R+R')^۲}$	۱/۲۵
۱۴) در شکل روبرو، دو دایره $C(O\ ,\ ۹)$ و $C'(O'\ ,\ ۴)$ مماس برون هستند. TT' مماس مشترک خارجی دو دایره است. طول MT را به دست آورید. 	۱/۵
۱۵) ثابت کنید اگر یک چهارضلعی، محیطی باشد، آنگاه مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر چهارضلعی است.	۱/۲۵
۱۶) در مثلث قائم‌الزاویه ABC که در آن $A = ۹۰^\circ$ است، $AB = ۵$ و $AC = ۱۲$ می‌باشد. شعاع دایره محاطی داخلی را به دست آورید.	۱
۱۷) اگر $r_a = ۲$ و $r_b = ۳$ و r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و $r = ۱$ شعاع دایره محاطی داخلی باشد، اندازه r_c را به دست آورید.	۰/۵

www-kanoon.ir

۱۸) در شکل روبرو، $AN=3$ و $BK=2$ و $CM=7$ طول مماس AT برابر را به دست آورید.  	۰/۵
۱۹) طول ضلع شش ضلعی منتظم محاط در دایره‌ای به شعاع ۱۲ را به دست آورید.	۰/۷۵
سوالات فصل دوم	**بارم**
۲۰) تبدیلی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کنند، تبدیل ..... می‌نامیم.	۰/۲۵
۲۱) در هر بازتاب، تصویر هر نقطه روی محور تقارن، ..... می‌باشد.	۰/۲۵
۲۲) در بازتاب، پاره‌خط‌هایی که راس‌های نظیر شکل و تصویرش را به هم وصل می‌کنند، ..... می‌باشند.	۰/۲۵
۲۳) در بازتاب، عمودمنصف تمام پاره‌خط‌هایی که راس‌های نظیر یک شکل و تصویر آن را به هم وصل می‌کنند، ..... می‌باشند.	۰/۲۵
۲۴) در چه حالت‌هایی، بازتاب، شیب خط را حفظ می‌کند؟	۰/۵
۲۵) اگر پاره‌خط AB موازی خط بازتاب d باشد، ثابت کنید بازتاب، یک تبدیل طولپا است.	۱
۲۶) ثابت کنید در انتقال، اگر بردار انتقال، موازی پاره‌خط AB نباشد، انتقال، طولپا است و شیب پاره‌خط را حفظ می‌کند.	۱
موفق باشید.	**جمع نمرات : ۲۰**

www-karnoon-ir

ز گهواره تا گور دانش بجوی	باسمه تعالی		تاریخ امتحان: ۰۳ / ۱۰ / ۱۴۰۳
نام و نام خانوادگی:	**اداره کل آموزش و پرورش قم**		مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
پایه: یازدهم ریاضی ردیف:	**مدیریت آموزش و پرورش ناحیه سه قم**		ساعت شروع: ۰۰ : ۰۸
نام پدر: کلاس:	**دبیرستان نمونه دولتی شهید فهمیده**		تعداد صفحات: ۴
حوزه امتحانی:	**امتحانات نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳**		تعداد سوالات: ۲۶
مهر ستاد امتحانات دبیرستان	نام درس: **هندسه دو**	استاد: **علیرضا اکبریان**	نمره به عدد: / نمره به حروف: / امضای دبیر:

عکس دانش‌آموز

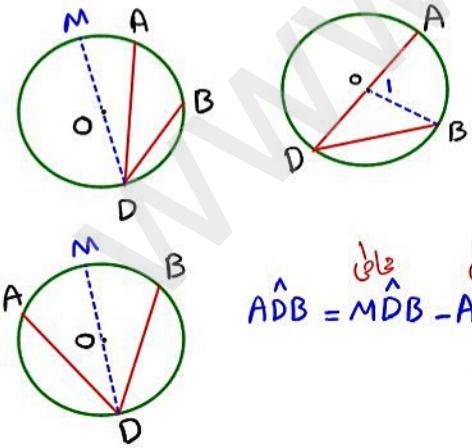
شماره صندلی

سوالات فصل اول	بارم
۱) در یک دایره، از دو وتر نامساوی، وتری که به مرکز دایره نزدیک‌تر است، بزرگتر است. (درست ✓ – نادرست)	۰/۲۵
۲) در دو دایره با شعاع‌های متفاوت، ممکن است دو کمان، اندازه برابر داشته باشند ولی طول آنها متفاوت باشد. (درست ✓ – نادرست)	۰/۲۵
۳) در حالت کلی، یک ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین و یک مستطیل، محاطی می‌باشند. (درست ✓ – نادرست)	۰/۲۵
۴) یک چندضلعی منتظم، همواره محیطی می‌باشد اما ممکن است محاطی نباشد. (درست – نادرست ✓)	۰/۲۵
۵) در دایره $C(O,r)$ طول کمان روبرو به زاویه مرکزی α برابر $10\ cm$ می‌باشد. مساحت قطاع با زاویه مرکزی α را به دست آورید.	۱

$$\frac{\pi r\alpha}{180}=10 \rightarrow \frac{\pi\alpha}{18}=10 \rightarrow \pi\alpha=300$$

$$S=\frac{\pi r^2\alpha}{360}=\frac{\pi\alpha\times 36}{360}=\frac{\pi\alpha}{10}=\frac{300}{10}=30$$

۶) ثابت کنید در هر دایره، اندازه یک زاویه محاطی، برابر است با نصف کمان روبروی آن زاویه.	۱/۵



حالت اول: اگر یک ضلع زاویه، قطر دایره باشد، از O به B وصل می‌کنیم.

$\hat{O}_1$ مرکزی و $\hat{O}_1=\overset{\frown}{AB}$

$\triangle OAB$ متساوی‌الساقین $\rightarrow \hat{D}=\hat{B}$

$\triangle OAB$ خارجی برای $\hat{O}_1$ $\rightarrow \hat{O}_1=\hat{B}+\hat{D} \rightarrow \hat{O}_1=2\hat{D} \rightarrow \hat{D}=\frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$

حالت دوم: اگر دو ضلع زاویه، در یک طرف قطر گذرنده از راس باشند، قطر گذرنده از راس را رسم می‌کنیم.

$$\hat{ADB}=\hat{MDB}-\hat{ADM}=\frac{\overset{\frown}{MB}}{2}-\frac{\overset{\frown}{MA}}{2}=\frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$$

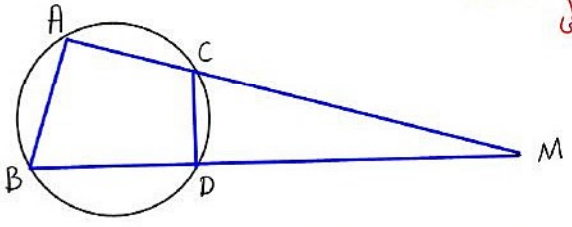
(محاطی)

حالت سوم: اگر دو ضلع زاویه در دو طرف قطر گذرنده از راس باشند، قطر گذرنده از راس را رسم می‌کنیم.

$$\hat{ADB}=\hat{ADM}+\hat{MDB}=\frac{\overset{\frown}{AM}}{2}+\frac{\overset{\frown}{MB}}{2}=\frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$$

(محاطی)

۷) در شکل مقابل، در دایره $C(O,R)$، $AB=R\sqrt{2}$ و $CD=R$ می‌باشند. اندازه زاویه M را به دست آورید.	۱



$$AB=R\sqrt{2} \rightarrow \overset{\frown}{AB}=90^\circ$$

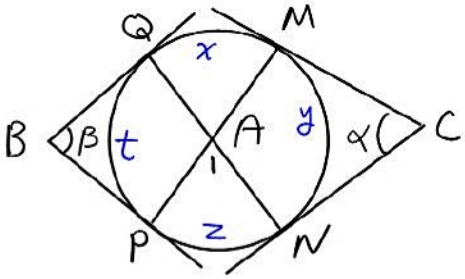
$$CD=R \rightarrow \overset{\frown}{CD}=60^\circ$$

$$M=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{CD})=\frac{1}{2}(90^\circ-60^\circ)=15^\circ$$

www.kanoon.ir

۱/۲۵

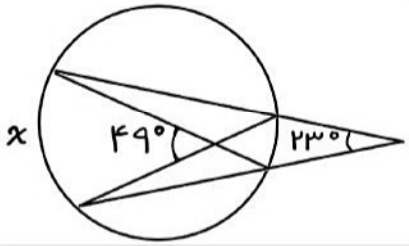
۸) در شکل، اضلاع زاویه‌های B و C بر دایره مماس‌اند. اندازه زاویه A_1 را بر حسب α و β به دست آورید.



$$\alpha = \frac{1}{2}(x+t+z-y)$$
$$\beta = \frac{1}{2}(x+y+z-t)$$
$$\rightarrow \alpha+\beta = \frac{1}{2}(2x+2z)$$
$$\rightarrow \alpha+\beta = x+z \quad *$$
$$\hat{A}_1 = \frac{1}{2}(x+z) \overset{*}{=} \frac{1}{2}(\alpha+\beta)$$

۰/۲۵

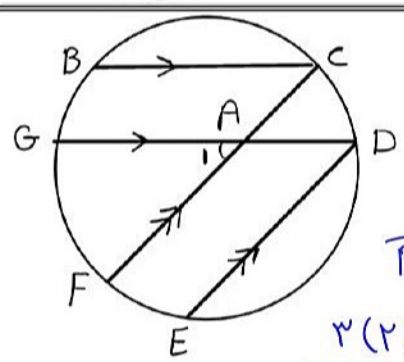
۹) در شکل روبرو، x برابر چند درجه است؟



$$x = 49 + 23 = 72^\circ$$

۱/۲۵

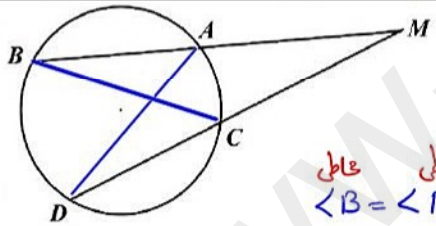
۱۰) در شکل مقابل، $BC \parallel GD$ و $FC \parallel ED$ می‌باشند. اگر $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{GF} = \overset{\frown}{ED} = 2\overset{\frown}{CD}$ باشد، اندازه زاویه A_1 را به دست آورید.



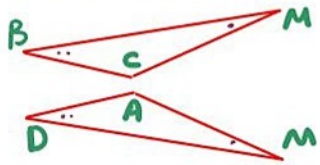
$$FC \parallel ED,\ BC \parallel GD \Rightarrow \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{BG} = \overset{\frown}{FE} = x$$
$$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{DE} = \overset{\frown}{GF} = 2x$$
$$3(2x)+3(x) = 360^\circ \rightarrow 9x = 360^\circ \rightarrow x = 40^\circ$$
$$\hat{A}_1 = \frac{1}{2}(40^\circ + 80^\circ) = 60^\circ$$

۱/۲۵

۱۱) ثابت کنید هر گاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M در بیرون دایره، یکدیگر را قطع کنند، آنگاه: $MA.MB = MC.MD$



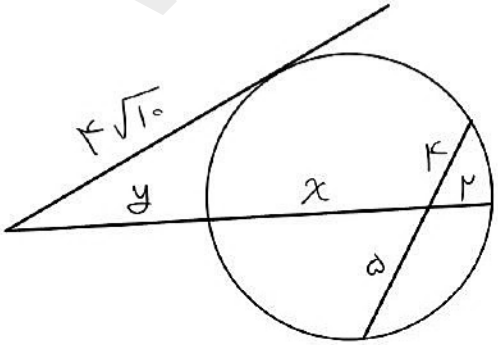
برهان: وترهای AD و BC را رسم می‌کنیم.



$$\hat{B} = \hat{D} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC} \text{ (عاطی)}, \quad \hat{M} = \hat{M}$$
$$\triangle MAD \sim \triangle MCB \rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MB} = \frac{AD}{CB}$$
$$\rightarrow MA.MB = MC.MD \text{ (ضرب وسطین و طرفین)}$$

۱/۲۵

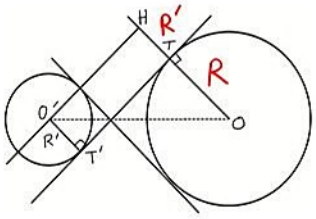
۱۲) در شکل مقابل، مقادیر x و y را به دست آورید.



$$2x = 4 \times 5 \rightarrow \boxed{x = 10}$$
$$y(y+10+2) = (4\sqrt{10})^2$$
$$y^2+12y = 160$$
$$y^2+12y-160 = 0 \rightarrow (y+20)(y-12) = 0$$
$$y = -20 \times \qquad \boxed{y = 12}$$

www-kanoon-ir

۱/۲۵ ۱۳) دو دایره $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ را در نظر می‌گیریم. اگر $R>R'$ و $OO'=d$ (خط‌المرکزین) و TT' مماس مشترک داخلی دو دایره باشد، ثابت کنید: $TT'=\sqrt{d^2-(R+R')^2}$

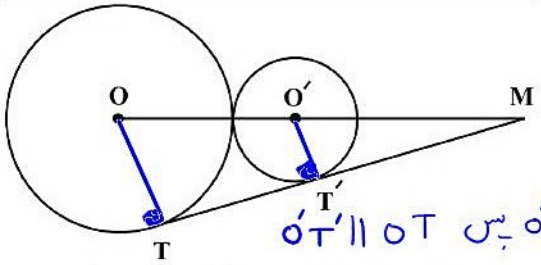


برهان: از نقطه O' به موازات TT' رسم کرده تا امتداد شعاع OT را در نقطه H قطع کند. چهارضلعی $O'T'TH$ به دلیل داشتن اضلاع روبروی موازی و دو زاویه قائمه، مستطیل است. در نتیجه:

① $H=90^\circ$ ② $TH=R'$ ③ $O'H=TT'$ ④ $OH=R+R'$

$\triangle OO'H \xrightarrow{\text{فیثاغورث}} O'H^2=OO'^2-OH^2 \longrightarrow TT'=\sqrt{d^2-(R+R')^2}$

۱/۵ ۱۴) در شکل روبرو، دو دایره $C(O,9)$ و $C'(O',4)$ مماس برون هستند. TT' مماس مشترک خارجی دو دایره است. طول MT را به دست آورید.



از O به T و از O' به T' وصل می‌کنیم. $OT\perp MT$, $O'T'\perp MT$ پس $O'T'\parallel OT$

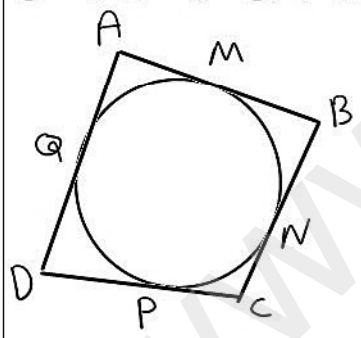
$TT'=2\sqrt{RR'}=2\sqrt{9\times4}=12$

$\triangle MOT: O'T'\parallel OT \Rightarrow \frac{O'T'}{OT}=\frac{MT'}{MT} \longrightarrow \frac{4}{9}=\frac{x}{x+12} \longrightarrow 9x=4x+48$

$x=\frac{48}{5}=9,4$

$MT=9,4+12=21,4$

۱/۲۵ ۱۵) ثابت کنید اگر یک چهارضلعی، محیطی باشد، آنگاه مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر چهارضلعی است.



($\Leftarrow$) فرض: $ABCD$ محیطی است. حکم: $AB+CD=AD+BC$

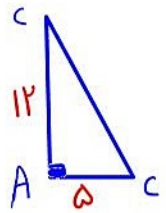
برهان: اگر از نقطه‌ی خارج دایره، دو مماس بر دایره رسم کنیم، هم‌اندازه می‌باشند. پس:

$AB+CD=AM+MB+CP+PD$

$=AQ+BN+CN+DQ=AQ+QD+BN+NC$

$=AD+BC$

۱ ۱۶) در مثلث قائم‌الزاویه ABC که در آن $A=90^\circ$ است، $AB=5$ و $AC=12$ می‌باشد. شعاع دایره محاطی داخلی را به دست آورید.



$BC^2=5^2+12^2=169 \rightarrow BC=13 \longrightarrow 2p=5+12+13=30$

$S=\frac{1}{2}\times5\times12=30$

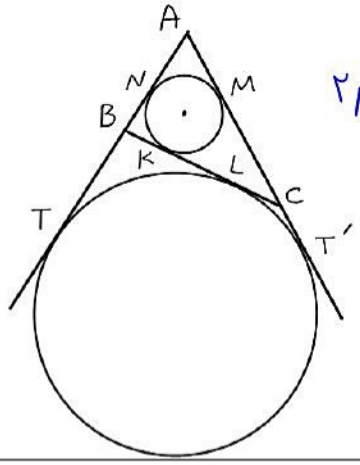
$r=\frac{S}{p}=\frac{30}{15}=2$

۰/۵ ۱۷) اگر $r_a=2$ و $r_b=3$ و r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و $r=1$ شعاع دایره محاطی داخلی باشد، اندازه r_c را به دست آورید.

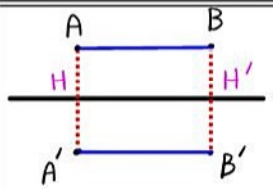
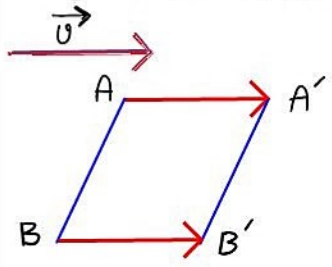
$\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{1}{r} \rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{r_c}=1$

$\rightarrow \frac{1}{r_c}=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3} \longrightarrow \frac{1}{r_c}=\frac{6-3-2}{6}=\frac{1}{6} \longrightarrow \boxed{r_c=6}$

www.kanoon.ir

۰/۵	۱۸) در شکل روبرو، $AN=۳$ و $BK=۲$ و $CM=۷$ طول مماس AT برابر را به دست آورید.  $۲AN+۲BK+۲CM=۲P$ $AN+BK+CM=P$ $۳+۲+۷=P \longrightarrow P=۱۲$ $\longrightarrow AT=P=۱۲$
۰/۷۵	۱۹) طول ضلع شش ضلعی منتظم محاط در دایره‌ای به شعاع ۱۲ را به دست آورید. $CD=۲r\sin\frac{۱۸۰}{۶}=۲\times۱۲\times\sin۳۰^\circ=۱۲$

سوالات فصل دوم

بارم	
۰/۲۵	۲۰) تبدیلی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کنند، تبدیل ایزومتری (طولپا) می‌نامیم.
۰/۲۵	۲۱) در هر بازتاب، تصویر هر نقطه روی محور تقارن، خود آن نقطه می‌باشد.
۰/۲۵	۲۲) در بازتاب، پاره‌خط‌هایی که راس‌های نظیر شکل و تصویرش را به هم وصل می‌کنند، موازی یا بر هم منطبق می‌باشند.
۰/۲۵	۲۳) در بازتاب، عمودمنصف تمام پاره‌خط‌هایی که راس‌های نظیر یک شکل و تصویر آن را به هم وصل می‌کنند، بر هم منطبق می‌باشند.
۰/۵	۲۴) در چه حالت‌هایی، بازتاب، شیب خط را حفظ می‌کند؟ ۱) خط، موازی محور بازتاب باشد. ۲) خط، عمود بر محور بازتاب باشد.
۱	۲۵) اگر پاره‌خط AB موازی خط بازتاب d باشد، ثابت کنید بازتاب، یک تبدیل طولپا است.  برهان: فرض کنیم پاره‌خط $A'B'$ تصویر پاره‌خط AB نسبت به خط d باشد ثابت می‌کنیم $A'B'=AB$ الف) پاره‌خط AB موازی خط d باشد. در این صورت $AH=BH'$ چهارضلعی $ABH'H$ مستطیل است زیرا اضلاع روبرو در آن موازی و مساوی اند. $(AH\parallel BH',\ AH=BH')$ و $\hat{H}=\hat{H}'=۹۰^\circ$ پس ① $AB=HH'$ A تصویر $A' \rightarrow A'H=AH$ B تصویر $B' \rightarrow B'H'=BH'$ $\xrightarrow{AH=BH'} A'H=B'H'$ چهارضلعی $A'B'H'H$ هم مستطیل است زیرا دو ضلع روبروی آن باهم موازی ومساوی اند $(A'H=B'H',\ A'H\parallel B'H')$ ودو زاویه‌ی قائمه دارد پس: ② $A'B'=HH'$ درنتیجه طبق ① و ② $AB=A'B'$
۱	۲۶) ثابت کنید در انتقال، اگر بردار انتقال، موازی پاره‌خط AB نباشد، انتقال، طولپا است و شیب پاره‌خط را حفظ می‌کند.  برهان: فرض کنیم پاره‌خط $A'B'$ انتقال یافته پاره‌خط AB تحت بردار انتقال $\vec{v}$ باشد ثابت می‌کنیم $AB=A'B'$ و $AB\parallel A'B'$ الف) اگر پاره‌خط AB با بردار $\vec{v}$ موازی نباشد چون پاره‌خط‌های AA' و BB' با بردار $\vec{v}$ موازی و مساوی هستند پس $AA'\parallel BB'$ و $AA'=BB'$ پس چهارضلعی $AA'B'B$ که دو ضلع روبروی آن موازی و مساویند، متوازی الاضلاع است در نتیجه: $AB=A'B',\ AB\parallel A'B'$

موفق باشید.	جمع نمرات : ۲۰