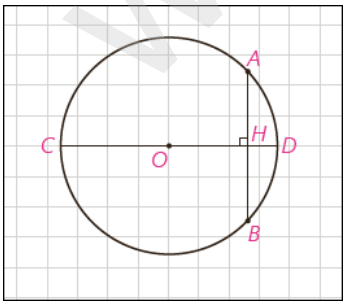
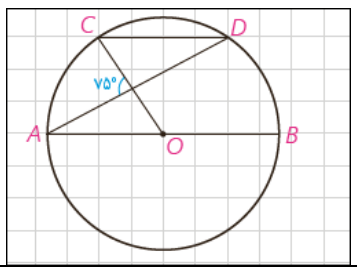
نام و نام خانوادگی: شعبه کلاس: ریاضی آزمون درس: هندسه2	باسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان کرمان آموزش و پرورش شهرستان سیرجان دبیرستان فرزانگان (دوره دوم) امتحانات نوبت اول پایه یازدهم	تاریخ امتحان: 08 / 10 /1403 تعداد صفحه: 4 مدت امتحان: 100 دقیقه

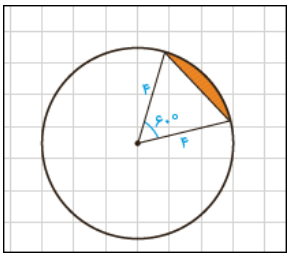
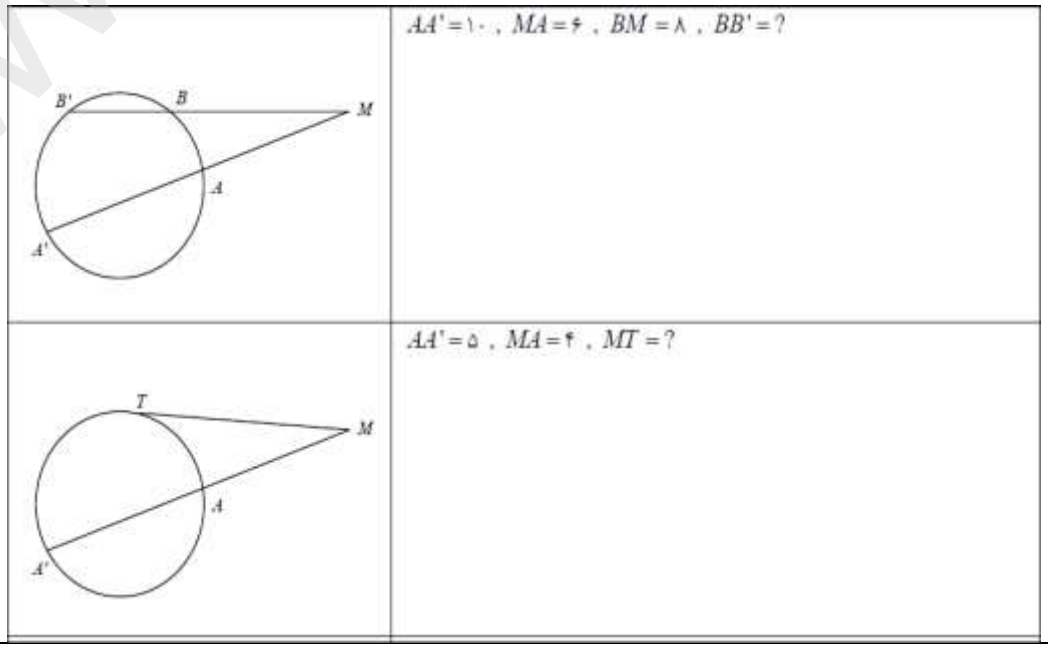
دانش آموزان عزیز ، سؤالات را با دقت بخوانید و با توکل به خدا و آرامش خاطر پاسخ دهید.

ردیف	متن سوالات	بارم
1	**جاهای خالی را پر کنید.** **الف) یک ذوزنقه محاطی است، اگر و فقط اگر.....باشد.** **ب) مرکز دایره محاطی چندضلعی، محل برخورد..... است.** **ج) اگر دو دایره ..... باشند، سه مماس مشترک دارند و $OO' = \cdots$.** **د) هر چه وتر از مرکز دایره دورتر می‌شود اندازه آن..... می‌شود.** **ه) ناحیه‌ای از درون و روی دایره را که به دو شعاع دایره و آن دایره محدود است..... دایره می‌نامند.** **و) در دو دایره متقاطع، پاره‌خطی که دو سر آن روی هر دو دایره است، ..... دو دایره متقاطع نامیده می‌شود.** **ز) اگر شعاع‌های هر 3 دایره محاطی خارجی یک مثلث، 3 باشد، شعاع دایره محاطی داخلی آن مثلث..... است.** **ح) دو دایره به شعاع 6 و 3 و خط المرکزین $\sqrt{15}$ نسبت به هم..... هستند.**	2/25
2	**ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف کمان روبرو به آن. (زاویه حاده)**	1
3	**وتر AB و قطری از دایره، که بر وتر AB عمود است داده شده است. ثابت کنید قطر CD وتر AB و کمان AB را نصف می‌کند.** 	1/5

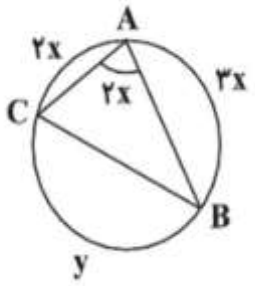
www-kangoon-ir

4	ثابت کنید یک چهارضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل، برابر با مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر باشند.	2
5	هرگاه از نقطه M خارج دایره C(O,r) دو مماس بر دایره رسم کنیم و و نقاط تماس T و T' باشند، ثابت کنید: الف) اندازه‌های دو مماس برابرند. ب)نیم خط OM نیمساز زاویه TMT' است.	1/5
6	از نقطه M خارج دایره $C(O,2)$ دو مماس بر دایره رسم کردیم. اگر زاویه بین این دو مماس 60° باشد، طول وتر TT' را بدست آورید.	1
7	در دایره رسم شده شکل مقابل $CD \parallel AB$ ، اندازه کمان CD را بدست آورید. 	1

www-kanoon-ir

8	مطابق شکل در دایره به شعاع 4، مساحت ناحیه سایه زده را محاسبه کنید. 	1
9	یک ذوزنقه هم محیطی است و هم محاطی. ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آن‌ها.	1/5
10	مساحت مثلث متساوی الاضلاعی را بدست آورید که در دایره‌ای به شعاع $\mathbf{R}$ محاط شده باشد.	1
11	به ازای چه مقادیری از m دو دایره با شعاع‌های $m-2$ و $m+2$ با خط المرکزین $3m-12$ دقیقا دارای سه مماس مشترک هستند؟	1
12	در هر قسمت مقدار خواسته شده را بیابید. 	1

www-kanoon-ir

13	با توجه به شکل، مقدار x را بیابید.  	0/75
14	طول خط المرکزین دو دایره مماس داخل $3/5$ و مساحت ناحیه محدود بین دو دایره 21π است. شعاع هر یک از دایره ها را بدست آورید.	1/5
15	الف) اگر دو دایره $C(O,5)$ و $C'(O',6)$ متقاطع و $OO' = 4x - 7$ باشد، محدوده x را بیابید. ب) دایره‌هایی به شعاع 7 و 12 مماس مشترک ندارند. طول خط المرکزین این دو دایره چند مقدار طبیعی می تواند داشته باشد؟(با حل تشریحی)	1
16	یک n ضلعی محیطی با مساحت 20 و محیط 10 مفروض است. مساحت دایره محاطی را بیابید.	1
	موفق باشید.	مجموع بارم: 20

www-kanoon-ir

Subject: ۱ Date

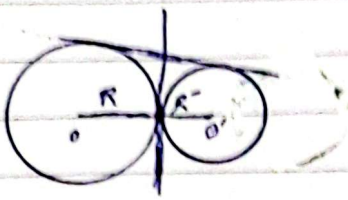
تمرین

الف

۱- لاقوازی الساقین

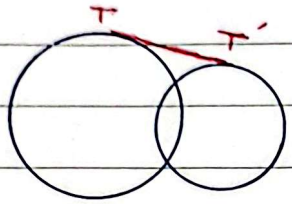
ب) متساز

ج) مماس مشترک خارجی باشند $OO' = R + R'$



د) کوچکتر

ه) قطاع



و) مماس مشترک خارجی

ز) ۱۲ است.

تو ضلعی چون شعاع عای هر ۳ دایره مماس خارجی برابرند مثلث متساوی الاضلاع است. از طرفی در مثلث متساوی الاضلاع داریم،

$$\text{شعاع دایره محاطی خارجی} \; r_a = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} a = 3 \rightarrow \boxed{a = 2\sqrt{3}}$$

$$\frac{\text{شعاع دایره محاطی داخلی}}{} \; r = \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{6} = 1$$

ح) متقاطع مستقیم ست

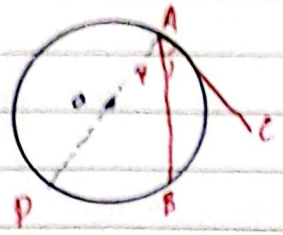
$$OO' = d = \sqrt{10} \simeq 3.9 \qquad R = 3 \;,\; R' = 6$$

$$|3-6| < 3.9 < 6+3 \longrightarrow |R-R'| < d < R+R'$$

www.karnoon.ir

Scanned with CamScanner

۲- برای اثبات این قضیه زاویه ظلی $\hat{CAB}$ در شکل زیر را در نظر گرفته و قطری از دایره که شامل نقطهٔ A باشد را رسم می‌کنیم:



می‌دانیم که عمود بر خط مماس بر دایره در شعاع گذرنده از نقطهٔ تماس عمود است، پس $P\hat{A}C = 90^\circ$ (۱)

و کمان DBA هم نصف دایره است و مقدار آن برابر است با: $\overset{\frown}{DBA} = 180^\circ$ (۲)

پس طبق (۱) و (۲) داریم:

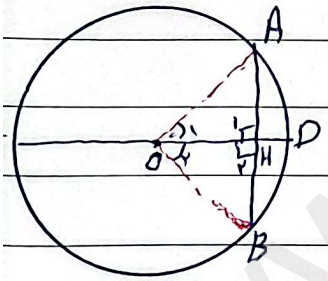
$$(1),(2) \longrightarrow P\hat{A}C = \frac{\overset{\frown}{PBA}}{2}$$

از طرفی زاویهٔ $\hat{A}_2$ در شکل یک زاویه محاطی است و مقدار آن برابر است با: $\hat{A}_2 = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2}$

حال برای محاسبهٔ زاویهٔ ظلی $\hat{A}_1$ داریم:

$$\hat{A}_1 = P\hat{A}C - \hat{A}_2 = \frac{\overset{\frown}{DBA}}{2} - \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} \Rightarrow \boxed{\hat{A}_1 = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}}$$

۲- برای حل ابتدا از مرکز به نقاط A و B وصل می‌کنیم:

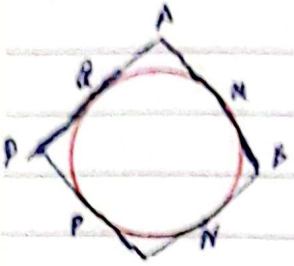


$$\left.\begin{array}{l} OA = OB = R \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ OH \text{ مشترک} \end{array}\right\} \Rightarrow O\hat{A}H \cong O\hat{B}H \rightarrow \begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \boxed{AH = HB} \end{cases}$$

$$\hat{O} = \hat{O}_2 \xrightarrow{\text{محاطی}} \frac{\overset{\frown}{AD}}{2} = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} \rightarrow \boxed{\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BD}}$$

www.karnoon.ir
Scanned with CamScanner
Scanned with CamScanner

۴ اثبات قضیه



برهان: ABCD محیطی است.

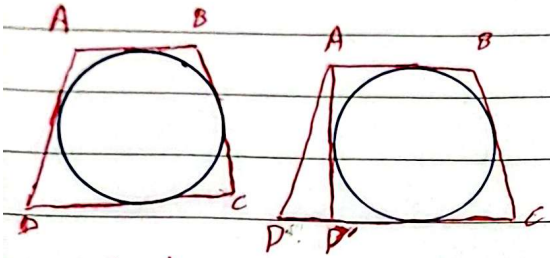
حکم: $AB+CD=AD+BC$

برای اثبات، شکل بالا داریم:

$$AB+CD=AM+MB+DP+PC \xrightarrow[DP=DQ,\ PC=CN]{AM=AQ,\ MB=BN} \underbrace{AQ+QD}_{AD}+\underbrace{BN+NC}_{BC}=AD+BC$$

اثبات عکس قضیه:

برهان: $AB+CD=AD+BC$ حکم: ABCD محیطی است.



طبق برهان خلف فرض می‌کنیم ABCD محیطی نباشد یعنی مثلاً ضلع AD مماس بر دایره نباشد، حالا از A به خطی مماس بر دایره رسم می‌کنیم تا ضلع DC را در P' قطع کند در این صورت P' یا بین C و D واقع می‌شود یا در امتداد آن عاست.

اگر فرض کنیم P' بین C و D باشد (شکل الف) در این صورت AB CP' محاطی است و داریم:

$$\left.\begin{matrix} AB+D'C=AD'+BC \\ \text{طبق } AD+BC=AB+CD \end{matrix}\right\} \xrightarrow{(+)} \cancel{AB}+D'C+AD+\cancel{BC}=AD'+\cancel{BC}+\cancel{AB}+DC \Rightarrow$$

$$AD'+(DC-D'C)=AD \Rightarrow AD'+DD'=AD \quad (1)$$

~~$\Rightarrow AD'+(DC-D'C)=AD \Rightarrow AD'+DD'=A$~~

اما رابطه (۱) یک تناقض با قضیه نامساوی مثلث دارد چون می‌دانیم در مثلث ADD' همواره داریم: $AD'+DD'>AD$

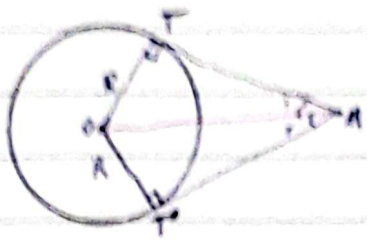
پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است و ABCD محیط بر دایره است.

اثبات حالت دیگر هم مشابه بالا است.

www.kanoon.ir
Scanned with CamScanner

۵. با توجه به آنکه خط مماس عمود بر خط شعاع مرود لرو مماس است

پس $\hat{OTM} = \hat{OT'M} = 90^\circ$

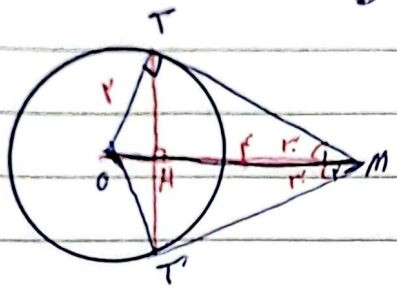


$OT = OT' = R$
$\hat{OTM} = \hat{OT'M} = 90^\circ$
OM مشترک

$\Rightarrow \hat{OTM} \cong \hat{OT'M}$ (وتر و یک ضلع)

$\Rightarrow \begin{cases} MT = MT' \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{cases}$

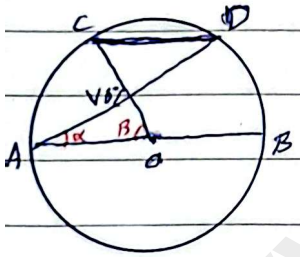
۶. OM نیمساز زاویه TMT' است پس OM آن را به دو زاویه 30° تقسیم می‌کند.



$\hat{OTM} = 90^\circ$, $\hat{M}_1 = 30^\circ \rightarrow \hat{TOM} = 60^\circ \rightarrow TM = \frac{\sqrt{3}}{2} OM$

$\rightarrow TM = \frac{\sqrt{3}}{2}$

۷.

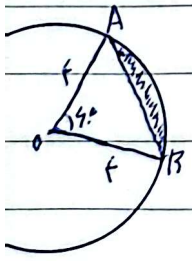


زاویه خارجی: $V\hat{O} = \alpha + \beta$
محاطی: $\hat{\alpha} = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2}$
مرکزی: $\hat{\beta} = \overset{\frown}{AC}$

$\rightarrow \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} + \frac{\overset{\frown}{AC}}{2} = 70^\circ \rightarrow \boxed{\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD} = 140^\circ}$

از طرفی AB قطر $\Rightarrow \overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{BD} = 180^\circ \rightarrow \boxed{\overset{\frown}{CD} = 40^\circ}$

۸.



$S = S_{\text{قطاع}} - S_{OAB} = \frac{\alpha}{360^\circ}(\pi R^2) - S_{OAB}$

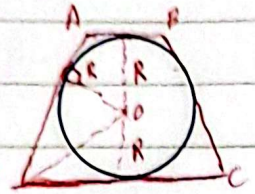
$S = \frac{60}{360}(\pi \times 4) - \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4)^2 = \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$

مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است زیرا یک زاویه رأس آن 60° است و دو ساق آن با هم برابرند.

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۹- ذوزنقه‌ای هم محیطی و هم محاطی است که متساوی الساقین باشد. در این صورت ثابت کنید:



$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{\text{مجموع دو قاعده}}{2} \times \text{ارتفاع}$$

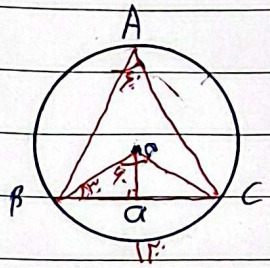
$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{(AB+CD)}{2} \times h$$

از طرفی قطر دایره محاطی واسطه هندسی بین قاعده‌ها است.

$$(2R)^2 = AB \times DC = h^2$$

$$S = \frac{(AB+CD)}{2} \times h$$

۱۰-



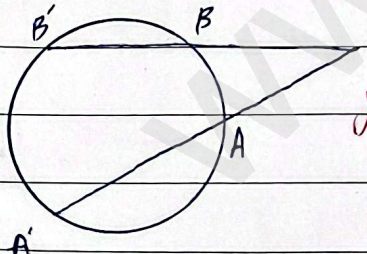
$$\cos 120^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{R} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{2R} \rightarrow \boxed{a = \sqrt{3}R}$$

$$\text{مساحت مثلث متساوی الاضلاع} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3R^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$$

۱۱- وقتی دو دایره مماس مشترک دارند که دو دایره مماس خارج باشند. پس باید $OO' = R + R'$

$$3m - 12 = (m+2) + (m+1) \rightarrow 3m - 12 = 2m \rightarrow \boxed{m = 12}$$

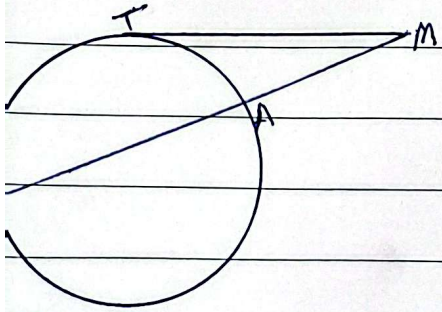
۱۲-



$AA' = 10$, $MA = 6$, $BM = 8$, $BB' = ?$

$$MB \times MB' = MA \times MA' \rightarrow 8 \times (MB') = 6 \times (6+10) \Rightarrow 8 \times MB' = 6 \times 16 \rightarrow$$

$$B'M = \frac{6 \times 16}{8} = 12 \rightarrow BB' + BM = 12 \rightarrow BB' + 8 = 12 \rightarrow \boxed{BB' = 4}$$



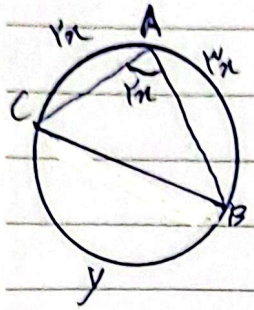
$AA' = 5$, $MA = 4$, $MT = ?$

$$MT^2 = MA \times MA' \rightarrow MT^2 = 4 \times 9 = 36 \rightarrow \boxed{MT = 6}$$

www.kanoon.ir
Scanned with CamScanner

Subject: Date:

۱۳- با توجه به شکل، مقدار x را بیابید.

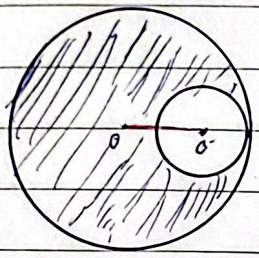


$y = \frac{1}{2} \times (2x) = x$ (محاطی)

$x + 3x + 2x = 360^\circ \rightarrow 6x = 360^\circ \rightarrow x = 60^\circ$ ← محیط دایره

$\angle C = 120^\circ$

۱۴-



$S = 21\pi$, $OO' = 2.5 \rightarrow R + R' = 2.5$ ①

$S_{\text{بزرگ}} - S_{\text{کوچک}} = 21\pi \rightarrow \pi R^2 - \pi R'^2 = 21\pi \Rightarrow$

$\pi(R^2 - R'^2) = 21\pi \rightarrow R^2 - R'^2 = 21 \rightarrow (R - R')(R + R') = 21 \rightarrow 2.5 \times (R + R') = 21$

$\Rightarrow R + R' = \frac{21}{2.5} = 8.4$ ②

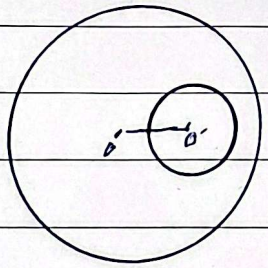
①, ② $\rightarrow \begin{cases} R + R' = 8.4 \\ R - R' = 2.5 \end{cases} \rightarrow R = 5.45 \quad R' = 2.95$

۱۵- در دو دایرهٔ متقاطع همواره داریم،

$|R - R'| < OO' < R + R'$

$|6 - 4| < 4x - 7 < 6 + 4 \rightarrow 2 < 4x - 7 < 10 \rightarrow 9 < 4x < 17 \rightarrow 2.25 < x < 4.25$

ب) در صورتی دو دایره مماس مشترک ندارند که متداخل باشند



دو دایره متداخل $\rightarrow d < |R - R'| \rightarrow d < |12 - 7| \rightarrow d < 5$

$\rightarrow d = 1, 2, 3, 4$

۱۶-

$P = \frac{10}{2} = 5$

$S = \frac{P}{2} = \frac{20}{5} = 4$ ← شعاع دایره

Scanned with CamScanner