باسمه تعالی

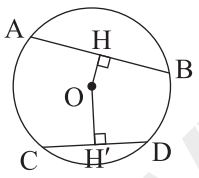
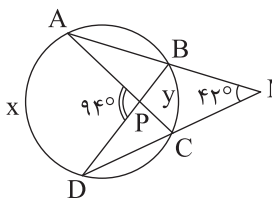
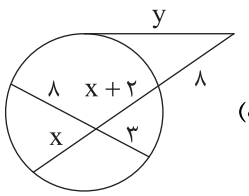
آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

نام و نام خانوادگی: (دورهٔ دوم متوسطه)

مدرسه: کلاس: مدت آزمون: **۱۱۰ دقیقه** تاریخ آزمون: **۱۴۰۳/۱۰/۱۰**

نام درس: **هندسه** پایه: **یازدهم** (رشته ریاضی) صفحه **۱** از **۲**

ردیف	سؤال	بارم
۱	**مفاهیم زیر را تعریف کنید.** الف) زاویهٔ محاطی: ب) تبدیل طولپا:	۱
۲	**جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.** الف) در هر تبدیل، نقطه‌ای را که تبدیل یافتهٔ آن بر خود آن نقطه منطبق می‌شود ..... می‌نامند. ب) در حالتی که دو دایره ..... باشند، دارای چهار مماس مشترک می‌باشند. ج) مساحت قطاع متناظر به زاویهٔ ۱۰۸ درجه در دایره‌ای به شعاع ۶ برابر است با ..... د) قاعده‌های یک ذوزنقهٔ محاطی و محیطی ۱۲ و ۴۸ است، مساحت این ذوزنقه ..... است.	۲
۳	**درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.** الف) طول کمان مقابل به زاویهٔ مرکزی ۱۳۵ درجه در دایره‌ای به شعاع ۱۲ برابر با 18π است. درست ☐ نادرست ☐ ب) یک چندضلعی محیطی است اگر و تنها اگر همهٔ نیمسازهای زاویه‌های داخلی آن در یک نقطه همرس باشند. درست ☐ نادرست ☐ ج) دوران در حالت کلی شیب خط را حفظ نمی‌کند. درست ☐ نادرست ☐ د) انتقال در حالت کلی جهت شکل ر ا حفظ نمی‌کند. درست ☐ نادرست ☐ ه) ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع، یک دوران است. درست ☐ نادرست ☐	۱/۲۵
۴	**در دایرهٔ $C(O , R)$ نشان دهید $AB > CD$ اگر و تنها اگر $OH < OH'$. (OH و OH' فاصلهٔ O از دو وتر AB و CD هستند.)** 	۱/۵
۵	**در شکل‌های زیر مقادیر x و y را به دست آورید.** الف)  ب) 	۲
۶	**طول شعاع‌های دو دایرهٔ متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $6\sqrt{6}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $2\sqrt{26}$ و طول خط‌المرکزین آنها ۱۵ واحد است.**	۲
۷	**ثابت کنید اگر یک چهارضلعی محیطی باشد، آنگاه مجموع اضلاع مقابل آن با هم برابر است.**	۱/۵

www.karnoon.ir

باسمه تعالی

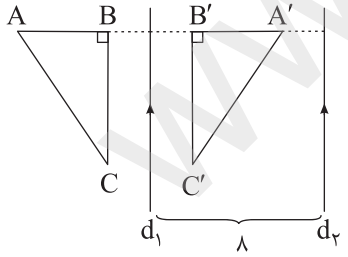
آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

نام و نام خانوادگی: (دورهٔ دوم متوسطه)

مدرسه: کلاس: مدت آزمون: **۱۱۰ دقیقه** تاریخ آزمون: **۱۴۰۳/۱۰/۱۰**

نام درس: **هندسه** پایه: **یازدهم** (رشته ریاضی) صفحه **۲** از **۲**

ردیف	سؤال	بارم
۸	طول اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه، ۷، ۲۴ و ۲۵ است. شعاع دایرهٔ محیطی و محاطی داخلی و شعاع هر سه دایرهٔ محاطی خارجی را در این مثلث به دست آورید.	۲
۹	اگر h_a، h_b و h_c اندازهٔ ارتفاع‌های یک مثلث و r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی این مثلث باشد، نشان دهید: $\frac{۱}{h_a}+\frac{۱}{h_b}+\frac{۱}{h_c}=\frac{۱}{r}$	۱/۵
۱۰	در حالتی‌که پاره‌خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد، ثابت کنید که اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، آنگاه AB و $A'B'$ هم‌اندازه‌اند.	۰/۵
۱۱	نقطهٔ A' تصویر نقطهٔ A تحت بازتاب نسبت به خط d است. اگر $AA'=۱۲$ و نقطهٔ O روی خط d و $OA=۱۰$ باشد، فاصلهٔ نقطهٔ A از خط OA' چقدر است؟	۱
۱۲	نقطهٔ A به فاصلهٔ ۶ از خط d قرار دارد. تصویر نقطهٔ A را تحت بازتاب نسبت به خط d، نقطهٔ A' می‌نامیم. نقطهٔ A را حول A' به اندازهٔ ۱۲۰° دوران می‌دهیم تا نقطهٔ A'' حاصل شود. طول پاره‌خط AA'' را محاسبه کنید.	۱
۱۳	در شکل زیر، $d_۱$ و $d_۲$ موازی یکدیگر و به فاصلهٔ ۸ از هم قرار دارند و مثلث $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ بازتاب $\overset{\Delta}{ABC}$ نسبت به خط $d_۱$ می‌باشد. بازتاب مثلث $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ را نسبت به خط $d_۲$ رسم کرده و آن را $A''B''C''$ بنامید. الف) طول AA'' را با نوشتن راه‌حل به دست آورید. ب) با چه تبدیلی می‌توان مثلث ABC را به $A''B''C''$ تصویر کرد؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ 	۱/۲۵
۱۴	مربع $ABCD$ به ضلع $۱۰cm$ را با بردار $\vec{V}=۲\overrightarrow{AC}$ انتقال داده و تصویر آن را $A'B'C'D'$ می‌نامیم. الف) شکل مربع و تصویرش را رسم کنید. ب) مساحت چهارضلعی $A'B'C'D'$ را به دست آورید. ج) طول پاره‌خط BB' را محاسبه کنید.	۱/۵
	جمع بارم	۲۰

www.kanoon.ir

باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دورهٔ دوم متوسطه)

پاسخنامه درس: **هندسه**

پایه: **یازدهم** (رشته ریاضی)

تاریخ آزمون: **۱۴۰۳/۱۰/۱۰**

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۰/۵ نمره)

الف) زاویهٔ محاطی: زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره و اضلاع آن شامل دو وتر از دایره باشد.

ب) تبدیل طولپا: تبدیلی که طول پاره‌خط را حفظ می کند، تبدیل طولپا (ایزومتری) نامیده می‌شود.

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۲ و ۳۶)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۰/۵ نمره)

الف) نقطهٔ ثابت تبدیل

ب) متخارج یا برون از هم

ج) $S=\frac{\pi(۶)^۲(۱۰۸)}{۳۶۰}=۱۰/۸\pi$

د) $S=\sqrt{۴۸\times۱۲}\times\frac{۴۸+۱۲}{۲}=۷۲۰$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۲، ۲۰، ۲۹، ۳۸ و ۴۰)

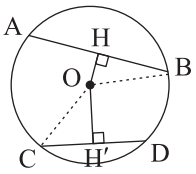
پاسخ سؤال ۳: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

الف) نادرست ب) درست ج) درست

د) نادرست ه) درست

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۲، ۲۵ و ۴۰ تا ۴۳)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)



$$AB>CD\Leftrightarrow\frac{AB}{۲}>\frac{CD}{۲}\Leftrightarrow BH>CH'\Leftrightarrow BH^۲>CH'^۲\Leftrightarrow BO^۲-OH^۲>CO^۲-OH'^۲$$

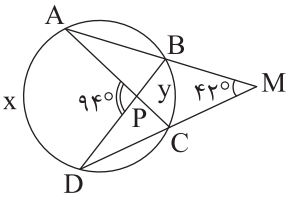
(۰/۲۵ نمره) (۰/۲۵ نمره) (۰/۲۵ نمره)

$$\xrightarrow{BO=CO\ (۰/۲۵\ نمره)}-OH^۲>-OH'^۲\Leftrightarrow OH^۲<OH'^۲\Leftrightarrow OH<OH'$$

(۰/۲۵ نمره) (۰/۲۵ نمره)

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۱۷)

پاسخ سؤال ۵: (۲ نمره)

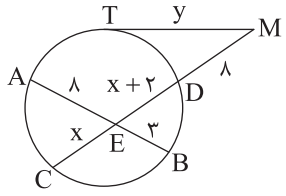


الف) $\hat{P}=\frac{\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC}}{۲}\Rightarrow ۹۴^\circ=\frac{x+y}{۲}$ (۰/۲۵ نمره)

$$\hat{M}=\frac{\overset{\frown}{AD}-\overset{\frown}{BC}}{۲}\Rightarrow ۴۲^\circ=\frac{x-y}{۲}$$

$$\begin{cases}x+y=۱۸۸^\circ\\x-y=۸۴^\circ\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=۱۳۶^\circ\ (۰/۲۵\ نمره)\\y=۵۲^\circ\ (۰/۲۵\ نمره)\end{cases}$$

(۰/۲۵ نمره)



ب) $AE\times BE=CE\times DE$

$$۸\times۳=x(x+۲)\Rightarrow x^۲+۲x-۲۴=۰\Rightarrow(x+۶)(x-۴)=۰\Rightarrow x=۴$$ (۰/۲۵ نمره)

(۰/۲۵ نمره)

$$MT^۲=MD.MC\Rightarrow y^۲=۸(۸+۴+۶)\Rightarrow y=۱۲$$ (۰/۲۵ نمره)

(۰/۲۵ نمره)

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۶ و ۱۸)

پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

$$۶\sqrt{۶}=\sqrt{d^۲-(R-R')^۲}\Rightarrow ۶\sqrt{۶}=\sqrt{۱۵^۲-(R-R')^۲}$$

(۰/۲۵ نمره)

$$۲\sqrt{۲۶}=\sqrt{d^۲-(R+R')^۲}\Rightarrow ۲\sqrt{۲۶}=\sqrt{۱۵^۲-(R+R')^۲}$$

(۰/۲۵ نمره)

$$\Rightarrow\begin{cases}۲۱۶=۲۲۵-(R-R')^۲\\۱۰۴=۲۲۵-(R+R')^۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(R-R')^۲=۹\\(R+R')^۲=۱۲۱\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R-R'=۳\\R+R'=۱۱\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R=۷\\R'=۴\end{cases}$$

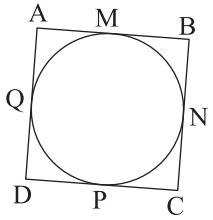
(۰/۵ نمره) (۰/۵ نمره) (۰/۵ نمره)

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۲۳)

www-kanoon-ir

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

اگر چهارضلعی ABCD محیطی باشد:



$$\left.\begin{array}{l} AM = AQ \\ BM = BN \\ QD = DP \\ PC = NC \end{array}\right\}$$ می‌دانیم: (۰/۵ نمره)

$$AB + CD = \underbrace{AM + MB + PC + DP}_{(۰/۵\text{ نمره})} = \underbrace{AQ + QD + NC + BN}_{(۰/۵\text{ نمره})} = AD + BC$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۲۸)

پاسخ سؤال ۸: (۲ نمره)

شعاع دایرهٔ محیطی در مثلث قائم‌الزاویه نصف وتر است. زیرا زاویهٔ محاطی مقابل به قطر ۹۰° است. پس $R = \frac{۲۵}{۲} = ۱۲/۵$ (۰/۵ نمره)

می‌دانیم شعاع دایرهٔ محاط داخل $r = \frac{S}{P}$ و شعاع دایرهٔ محاط خارج $r_a = \frac{S}{P-a}$ است.

$$S = \underbrace{\frac{۲۴\times ۷}{۲}}_{(۰/۲۵\text{ نمره})} = ۸۴ \ , \ P = \frac{۲۴+۲۵+۷}{۲} = ۲۸ \quad (۰/۲۵\text{ نمره})$$

$$\Rightarrow r = \underbrace{\frac{۸۴}{۲۸}}_{(۰/۲۵\text{ نمره})} = ۳ \ , \ r_a = \frac{۸۴}{۲۸-۲۵} = \frac{۸۴}{۳} = ۲۸ \quad (۰/۲۵\text{ نمره})$$

$$r_b = \underbrace{\frac{۸۴}{۲۸-۲۴}}_{(۰/۲۵\text{ نمره})} = ۲۱ \ , \ r_c = \underbrace{\frac{۸۴}{۲۸-۷}}_{(۰/۲۵\text{ نمره})} = ۴$$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

می‌دانیم در هر مثلث ABC که طول اضلاع a، b و c باشد و طول ارتفاع‌های نظیر h_a، h_b و h_c باشند، داریم:

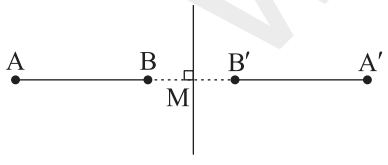
$$S = \underbrace{\frac{a.h_a}{۲} = \frac{b.h_b}{۲} = \frac{c.h_c}{۲}}_{(۰/۲۵\text{ نمره})} \Rightarrow \frac{۱}{h_a} = \frac{a}{۲S} \ , \ \frac{۱}{h_b} = \frac{b}{۲S} \ , \ \frac{۱}{h_c} = \frac{c}{۲S}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{۱}{h_a} + \frac{۱}{h_b} + \frac{۱}{h_c}}_{(۰/۵\text{ نمره})} = \frac{a}{۲S} + \frac{b}{۲S} + \frac{c}{۲S} = \underbrace{\frac{a+b+c}{۲S}}_{(۰/۵\text{ نمره})} = \frac{P}{S} = \frac{۱}{\frac{S}{P}} = \frac{۱}{r} \quad (۰/۲۵\text{ نمره})$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۳۰)

پاسخ سؤال ۱۰: (۰/۵ نمره)

می‌دانیم در تبدیل بازتاب:



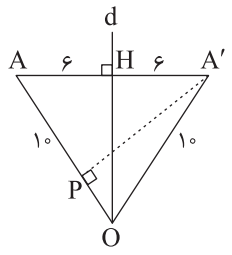
$$\left.\begin{array}{l} MB = MB' \\ MA = MA' \end{array}\right\}$$ (۰/۲۵ نمره)

$$AB = MA - MB = MA' - MB' = A'B' \quad (۰/۲۵\text{ نمره})$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

می‌دانیم محور بازتاب عمودمنصف بین نقطه و تصویر (۰/۲۵ نمره) آن می‌باشد.



$$AH^۲ + HO^۲ = AO^۲$$

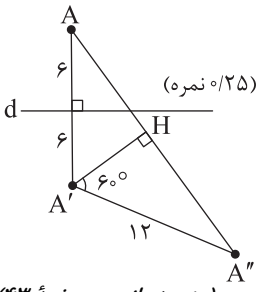
$$\underbrace{۶^۲ + HO^۲ = ۱۰^۲}_{(۰/۲۵\text{ نمره})} \Rightarrow HO = ۸$$

$$S_{\Delta AOA'} = \underbrace{\frac{AA'\times OH}{۲} = \frac{۱۲\times ۸}{۲}}_{(۰/۲۵\text{ نمره})} = ۴۸ \Rightarrow S_{\Delta AOA'} = \frac{A'P\times AO}{۲} = ۴۸ \Rightarrow ۹۶ = ۱۰\times A'P \Rightarrow A'P = ۹/۶ \quad (۰/۲۵\text{ نمره})$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۴۲)

www.kanoon.ir

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)



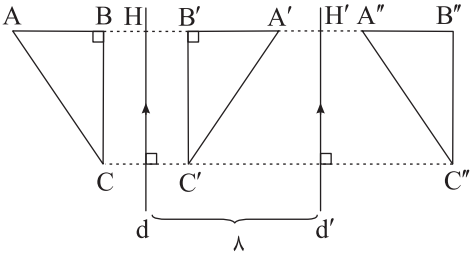
با توجه به ویژگی‌های دوران و بازتاب $A'A'' = ۱۲$ (۰/۲۵ نمره)

$$\sin ۶۰^\circ = \frac{A''H}{A'A''} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{A''H}{۱۲} \Rightarrow A''H = ۶\sqrt{۳} \Rightarrow AA'' = ۲A''H = ۱۲\sqrt{۳}$$ (۰/۲۵ نمره)

(۰/۲۵ نمره)

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۲۵ نمره)



(۰/۲۵ نمره)

الف) $AA'' = AH + A'H + A'H' + A''H' = ۲A'H + ۲A'H' = ۲(HH') = ۲(۸) = ۱۶$ (۰/۵ نمره)

ب) چون پاره‌خط‌های AA''، BB'' و CC'' بر دو خط d و d' عمودند، پس با یکدیگر موازی‌اند و از طرفی:

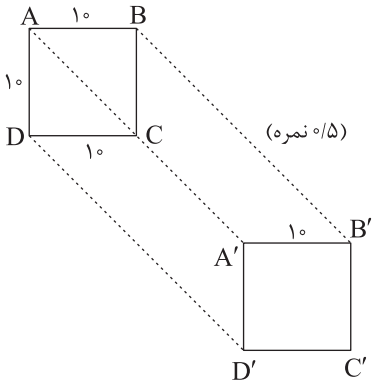
$AA'' = BB'' = CC'' = ۲(۸) = ۱۶$

پس مثلث ABC تحت انتقال به مثلث $A''B''C''$ تصویر می‌شود. یعنی ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی، یک انتقال است. (۰/۵ نمره)

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۴۲)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

الف)



ب) می‌دانیم انتقال یک تبدیل طولپاست (۰/۲۵ نمره) پس:

$A'B' = AB = ۱۰ \ , \ S_{A'B'C'D'} = ۱۰^۲ = ۱۰۰$ (۰/۲۵ نمره)

ج)

$\overset{\Delta}{ACD}$: فیثاغورس $\Rightarrow AC^۲ = AD^۲ + DC^۲ = ۱۰^۲ + ۱۰^۲ \Rightarrow AC = ۱۰\sqrt{۲}$ (۰/۲۵ نمره)

$BB' = AA' = ۲AC = ۲۰\sqrt{۲}$ (۰/۲۵ نمره)

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۳۹)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
حسین سعیدی	مهدی احمدی ـ پدرام پاسبانی فرهاد فرزامی	مهدیار شریف ـ فاطمه فرجی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی ـ امیرعلی الماسی ـ مبینا بهرامی ـ معین‌الدین تقی‌زاده ـ پریا رحیمی ـ مهرداد شمسی ـ راضیه صالحی ـ انسیه مرزبان