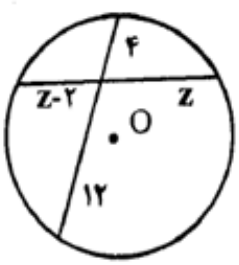
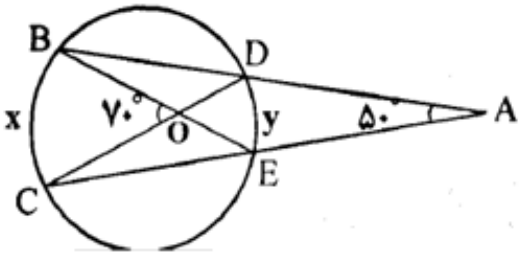
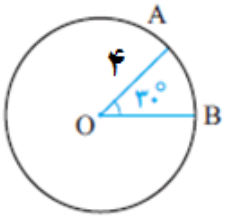
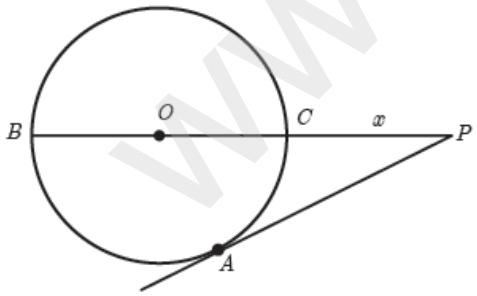
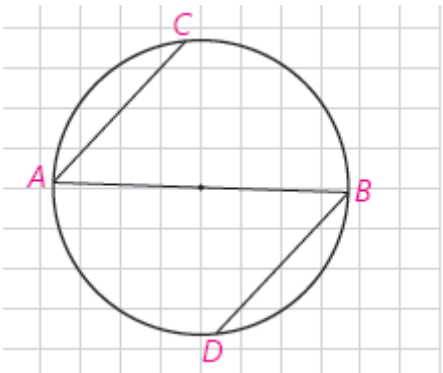
به عدد: ..... نمره تجدید نظر: به حروف: ..... نام و نام خانوادگی وامضاء تجدید نظر کننده: ..... آزمون درس: هندسه ۲ طراح سوال: خانم بهرامی	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان قم اداره آموزش و پرورش ناحیه چهارقم دبیرستان غیر دولتی رایحه دانش سال تحصیلی ۱۴۰۴ - ۱۴۰۳	به عدد: ..... نمره : به حروف: ..... نام و نام خانوادگی وامضای دبیر: ..... تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/ ۱۰ /۱۰ مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی: نام پدر: کلاس: شماره صندلی: نام دبیر: سرکار خانم بهرامی

ردیف	سوالات	بارم
۱	درجاهای خالی زیر کلمه ، عبارات مناسب بنویسید. الف: اگر نقطه M داخل دایره $C(O,R)$ باشد، OM از شعاع ..... است. ب: ..... دایره شامل دو نقطه روی دایره و تمام نقاط بین آن دو نقطه است پ: زاویه ای که راس آن روی محیط دایره و یک ضلعش وتر دایره و ضلع دیگرش بر دایره مماس باشد؛ ..... نام دارد. ث: چهار ضلعی ای محیطی است که :	۱.۵
۲	درستی☑ یا نادرستی☒ هر کدام از عبارتهای زیر را مشخص کنید.(باذکر دلیل) الف) در دو دایره مماس درون داریم: $R-R'<d<R+R'$. ب) اگر یک زاویه محاطی ومرکزی روبروی یک کمان باشند باهم برابرند. پ) اگر دو وتر در دایره ای موازی باشند، کمانهای محصور بین آنها برابرند. ت) مرکز دایره محاطی مثلث محل همرسی عمود منصف هاست.	۱.۵
۳	محیطی و محاطی بودن هر شکل را با ذکر دلیل مشخص کنید الف) کایت ب) مستطیل	۰.۵
۴	قضیه‌ی مقابل را اثبات کنید: **((اندازه هر زاویه ظلی برابر نصف کمان رو به رو به آن زاویه است.))**	۱.۵
۵	قضیه‌ی مقابل را اثبات کنید: **((اگردو زاویه مقابل دریک چهارضلعی مکمل باشند آنگاه چهار ضلعی محاطی است.))**	۱.۵

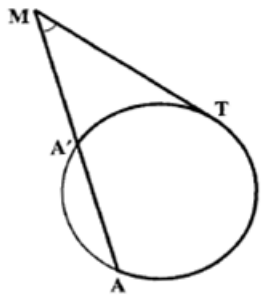
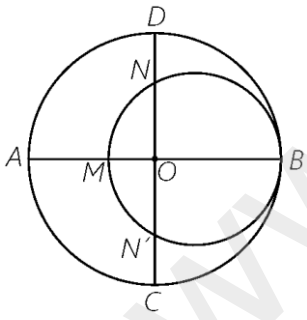
www-kanoon.ir

۶	با توجه به شکل های زیر مقادیر مجهول x , y و z را بیابید.   	۲
۷	مطابق شکل زیر طول کمان AB و مساحت قطاع را بیابید.  	۱.۵
۸	طول خط المرکزین دو دایره ی مماس درون ۲ سانتی متر و مساحت ناحیه ی محدود بین آنها 16π سانتی متر مربع است. طول شعاع های دو دایره را به دست آورید.	۱.۵
۹	ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند.	۱.۲۵
۱۰	از نقطه P مماس PA به طول ۱۲ بر دایره ی زیر رسم شده است. اگر دور ترین فاصله نقطه P با دایره ۱۶ باشد قطر دایره چقدر است؟  	۱
۱۱	در شکل زیر AB قطری از دایره است و وتر های AC و BD موازی اند. ثابت کنید AC=BD  	۱.۲۵

www-kanoon.ir

به عدد: ..... نمره تجدید نظر: به حروف: ..... نام و نام خانوادگی وامضاءتجدید نظر کننده: ..... آزمون درس: هندسه ۲ طراح سوال: خانم بهرامی	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان قم اداره آموزش و پرورش ناحیه چهارقم دبیرستان غیر دولتی رایحه دانش سال تحصیلی ۱۴۰۴ - ۱۴۰۳	به عدد: ..... نمره : به حروف: ..... نام و نام خانوادگی وامضای دبیر: ..... تاریخ امتحان: ۱۰/ ۱۰ / ۱۴۰۳ مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی: نام پدر: کلاس: شماره صندلی: نام دبیر: سرکار خانم بهرامی

۱۲	درشکل زیر ثابت کنید.  $A\hat{M}T = \frac{\overset{\frown}{AT} - \overset{\frown}{A'T}}{۲}$	۱
۱۳	مساحت مثلث متساوی الاضلاعی را به دست آورید که در دایره ای به شعاع ۴ محاط شده باشد.	۱
۱۴	در شکل مقابل، دو دایره بر هم مماس و دو قطر AB و CD از دایره بزرگ‌تر برهم عمودند. اگر AM = ۱۶ و ND = ۱۰، شعاع‌های دو دایره را پیدا کنید.  	۲
۱۵	ثابت کنید در هر دایره قطر عمود بر وتر، وتر و کمان نظیر آن‌را نصف می‌کند.	۱

www-kanoon-ir

(پاسخنامه سؤالات هندسه ۲) (نوبت اول)

۱- الف - کوچکتر (۰/۲۵) ، ب - کمان (۰/۲۵) ، پ - زاویه ظلی (۰/۲۵) ، ت) یک چهارضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع طول دو ضلع مقابلش برابر مجموع طول دو ضلع مقابل دیگر باشد. (۰/۵)

۲- الف) (غ) ← اگر دو دایره مماس درون باشند : $d = R - R'$ (۰/۵ نمره)

ب) (غ) ← اندازه زاویه مرکزی با کمان روبه روی آن برابر است ولی اندازه زاویه محاطی نصف کمان روبه روبه آن است. (۰/۵)

پ) ص (۰/۲۵)

ت) (غ) عمودمنصف وترهای داخل = مرکز دایره محاطی (۰/۵)

۳- کایت ← (در حالت کلی محاطی نیست . (اگر دو زاویه مقابل متمایز باشند می تواند محاطی باشد) .

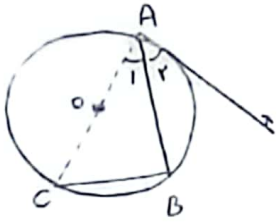
محیطی هست زیرا مجموع اضلاع مقابلش با هم برابرند .

مستطیل ← محاطی ✓ هست : زیرا مجموع زوایای مقابل همیشه ۱۸۰ می شود .

← محیطی ✗ نیست : زیرا اضلاع مقابل برابرند و مجموع آن ها با هم برابر نیست .

(کاردرکلاس ص ۲۸ کتاب درسی)

۴- فرض: $\hat{A}_2$ ظلی — حکم: $\hat{A}_2 = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$



اثبات) قطر AC را رسم می کنیم ، $\hat{B}$ محاطی رو به رو به قطر AC است ، پس $\hat{B} = 90^\circ$ ، از طرفی داریم: شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است پس :

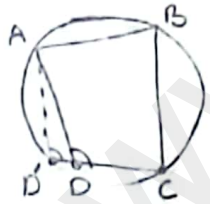
$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l} B = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{C} = 90 \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90 \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}$$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{A}_2 = \hat{C} \\ \hat{C} \text{ محاطی } \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A}_2 = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} \quad \square$$

(فعالیت ص ۱۴ کتاب درسی)

۵- (قضیه ص ۱۷ کتاب درسی) : فرض: چهارضلعی ABCD محاطی — حکم: $\hat{A}+\hat{C} = \hat{B}+\hat{D} = 180$



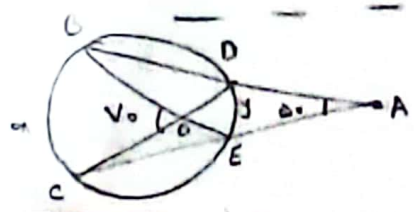
اثبات) می دانیم از سه نقطه غیر واقع بر یک راست یک دایره می گذرد ، دایره ای رسم می کنیم که از A و B و C بگذرد ، اگر دایره از D نیز بگذرد حکم برقرار است . ولی اگر فرض کنیم دایره از D نگذرد پس نقطه D' را روی دایره داریم که $D \neq D'$ (فرض خلف) چهارضلعی ABCD' محاطی است پس :

$$\left.\begin{array}{l} \hat{B}+\hat{D}' = 180 \\ \hat{B}+\hat{D} = 180 \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{D} = \hat{D}' \quad \times$$

(طبق تعریف)

این تناقض است پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است .

۶- (مشابه تمرین ۲ ص ۱۴)



$$50 = \frac{x-y}{2} \Rightarrow x - y = 100$$

$$V_0 = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x + y = 140$$

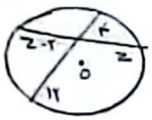
$$2x = 240$$

$$\Rightarrow x = 120^\circ$$

$$\Rightarrow y = 20^\circ$$

www.kanoon.ir

۶- (مشابه تمرین ۱ ص ۲۳ کتاب درسی)



$z(z-2) = 4\times 12$

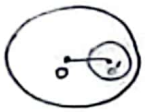
$z^2-2z = 48 \Rightarrow z^2-2z-48=0 \Rightarrow (z-8)(z+6)=0$ ✓ $z=8$ ، ✗ $z=-6$ غ ق

۷- (کار در کلاس ص ۱۱ کتاب درسی)

طول کمان $AB \Rightarrow L = \frac{\pi R}{180}\alpha = \frac{\pi \times 4 \times 30}{180_6} = \frac{2}{3}\pi$

مساحت قطاع $\Rightarrow S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} = \frac{\pi \times 4^2 \times 30}{360_{12}} = \frac{16\pi}{12} = \frac{4\pi}{3}$

۸- (سؤال ۷ تمرین ص ۲۳ کتاب درسی)



(*) $OO' = R-R' = 2$

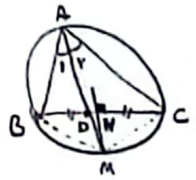
$S_{\text{حلقه}} = S_{\text{دایره بزرگ}} - S_{\text{دایره کوچک}} \Rightarrow 16\pi = \pi R^2 - \pi R'^2 = \pi(R^2-R'^2) \Rightarrow R^2-R'^2 = 16$

$\Rightarrow \underbrace{(R-R')}_{(*)\,2}(R+R') = 16 \Rightarrow \boxed{R+R'=8}$ (**)

$\Rightarrow \boxed{R'=3}$

$\begin{cases} R-R'=2 \\ R+R'=8 \end{cases} \Rightarrow 2R=10 \Rightarrow \boxed{R=5}$ ✓

۹- تمرین ۳ ص ۲۹ کتاب درسی:



$BH = HC \rightarrow BC$ عمودمنصف MH

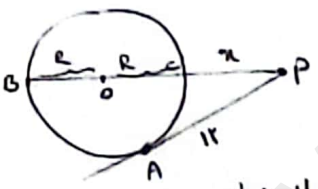
$\hat{A}$ نیمساز زاویه $AD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \overset{\frown}{BM} = \overset{\frown}{CM} \Longrightarrow BM = CM$

(محاطی) (تساوی کمان‌ها و وترهای مساوی)

فاصله نقطه M از دو نقطه B و C (دو سر وتر BC) یکاندازه است پس بنابر خاصیت عمودمنصف نقطه M روی عمودمنصف پاره‌خط BC نیز قرار دارد.

۱۰- (فعالیت ۳ ص ۱۸ کتاب درسی)

(تمرین ۲ ص ۲۳ کتاب)



$PA = 12$

$PB = x+2$ قطر $BC = 16$ ← دورترین فاصله P با دایره

قطر دایره $BC = ?$

طبق روابط طولی در دایره $\Rightarrow PA^2 = (PC)(PB) \Rightarrow 12^2 = 9x(16) \Rightarrow x = \frac{144}{16} = 9$

$\Rightarrow x+BC$ قطر $= 16 \Rightarrow BC$ قطر $= 16-9 = 5$

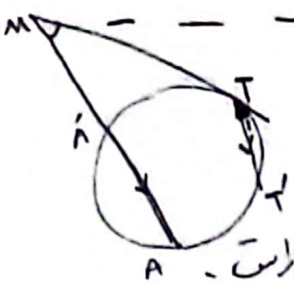
۱۱- (تمرین ۵ ص ۱۷ کتاب درسی):

$AC \parallel BD \Rightarrow \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BC} \Rightarrow 180^\circ - \overset{\frown}{BD} = 180 - \overset{\frown}{AC}$

(محصور بین موازی‌ها / کمان‌های محصور برابر)

$\Rightarrow \overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{AC}$

۱۲- (تمرین ۱ قسمت ب ص ۱۶ کتاب درسی): از نقطه T خط‌های موازات MA رسم می‌کنیم:



$TT' \parallel AA'$ ، مورب $MT \Rightarrow \hat{M} = \hat{T}_1$

$\hat{T}_1 = \frac{\overset{\frown}{TT'}}{2}$ ظلی

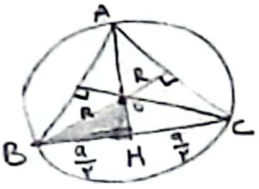
$\Rightarrow \hat{M} = \frac{\overset{\frown}{TT'}}{2}$

از طرفی $\overset{\frown}{TT'} = \overset{\frown}{AT} - \overset{\frown}{AT'}$

$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AT}-\overset{\frown}{AT'}}{2}$ ← (طبق قضیه وترهای موازی / کمان‌های محصور برابر) ← $\overset{\frown}{AT} = \overset{\frown}{AT'}$ ← حکم برقرار است.

www.kanoon.ir

۱۳- (تمرین ۲ ص ۲۹ کتاب درسی) $\triangle ABC$ متساوی‌الاضلاع است؛ از ۶ مثلث هم‌نهشت ساخته شده (بنابراین هر ۶ مثلث هم‌نهشت هستند)



$\triangle OBH$: $H=90^\circ \Rightarrow BH=\sqrt{R^2-(\frac{R}{2})^2}=\frac{R}{2}\times\sqrt{3}$

$S_{ABC}=6S_{OBH}=6\times\frac{1}{2}\times\frac{R}{2}\times\frac{\sqrt{3}R}{2}\Rightarrow S_{ABC}=\frac{3\sqrt{3}}{4}R^2 \xrightarrow{R=4} \frac{3\sqrt{3}\times 16}{4}=12\sqrt{3}$

۱۴- (تمرین ۳ ص ۲۳ کتاب درسی) می‌دانیم قطر عمود بر هر وتر، وتر و کمان نظیرش را نصف می‌کند $\Leftarrow ON=ON'$

$AM=14$, $OM=x$, $ON=ON'=y$, $ND=10$

در دایره کوچک :

$OM=OD \Leftarrow$ شعاع دایره بزرگ

$14+x=y+10$

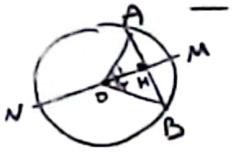
$y=4+x$

$ON\cdot ON'=OM\cdot OB \Rightarrow y\cdot y=x(14+x) \xrightarrow{y=4+x} (4+x)^2=x(14+x)$

$\Rightarrow x^2+12x+36=14x+x^2 \Rightarrow 36=6x \Rightarrow \boxed{x=9}$

شعاع دایره بزرگ $=14+9=\boxed{25}$, شعاع دایره کوچک $=\frac{25+9}{2}=\boxed{17}$ ✓

۱۵- (فعالیت ۳ ص ۱۳ کتاب درسی)



فرض	$MN\perp AB$
حکم	$\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{MB}$, $AH=BH$

$OA=OB=R$ (شعاع دایره)
$OH=OH$ مشترک
وتر یک ضلع $\Rightarrow \triangle OAH\cong\triangle OBH \Rightarrow$ (ابزار متناظر)

$\begin{cases}\hat{O}_1=\hat{O}_2 \Rightarrow \overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{MB}\\ AH=BH\end{cases}$ ☑