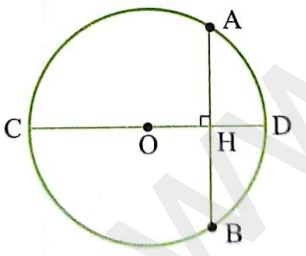
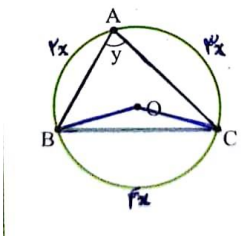
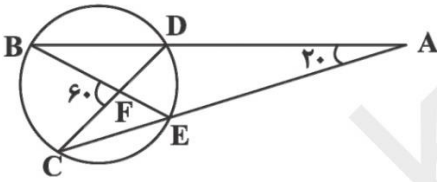
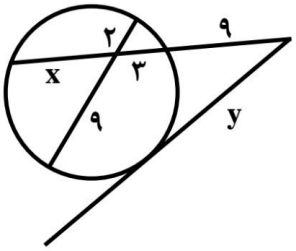
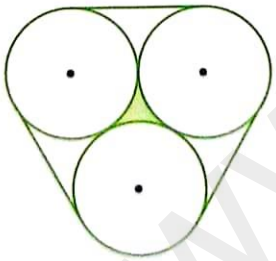
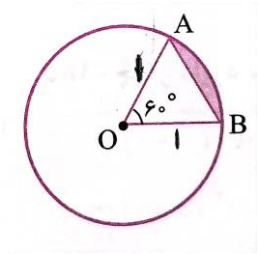
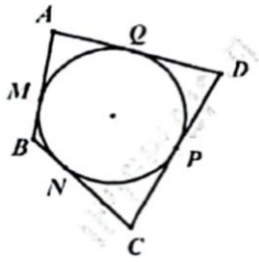
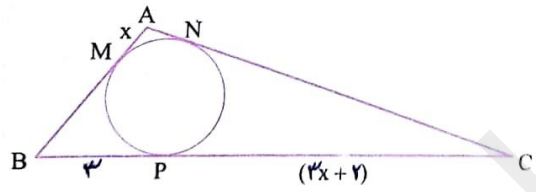
| | | | |
|---|---|---|---|
| **نام و نام خانوادگی:** | اداره کل آموزش و پرورش استان البرز<br>مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۲ کرج<br>دبیرستان غیردولتی دخترانه هوشمند **معرفت**<br>مجتمع آموزشی دخترانه | **نام آزمون: هندسه۲** | مهر مجتمع آموزشی معرفت |
| **نام دبیر: اسکویی** | | **رشته: ریاضی** | |
| **کلاس:** | | **مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه** | |
| **شماره داوطلب:** | | **تاریخ آزمون:** 1404/10/06 | |

| ردیف | | بارم |
|---|---|---|
| | به راه بادیه رفتن، به از نشستن باطل  وگر مراد نیابم، به قدر وسع بکوشم | |
| ۱ | جاهای خالی را پر کنید:<br>الف) طول کمان رو به رو به زاویه ی ۴۵ درجه در دایره به شعاع ۳ سانتی متر برابر ..... سانتی متر است.<br>ب) دو دایره با شعاع های ۳و۵ سانتی متر و خط المرکزین به طول ۲ سانتی متر، نسبت به هم ..... هستند.<br>پ) مرکز دایره ی محاطی هر مثلث نقطه ی همرسی ..... است.<br>ت) در حالت کلی بازتاب شیب خط را ..... .<br>ث) در هر تبدیل، نقطه ای را که تبدیل یافته ی آن بر خود آن نقطه منطبق باشد، ..... می نامند. | ۱/۵ |
| ۲ | درستی یا نادرستی عبارت های زیر را بررسی کنید.<br>الف) اگر نقطه ی $A$ بیرون دایره ی $C(O,۱۰)$ باشد، آن گاه $OA < ۱۰$  ☐ درست  ☐ نادرست<br>ب) انتقال جهت شکل را حفظ می کند.  ☐ درست  ☐ نادرست | ۰/۵ |
| ۳ | نشان دهید در هر دایره، قطر عمود بر وتر، آن وتر وکمان های نظیر را نصف می کند.<br> | ۱/۵ |
| ۴ | در هر یک از شکل های زیر مقادیر خواسته شده را بیابید.<br><br>الف) مقدار $x$ , $y$ و اندازه ی زاویه ی $\widehat{BOC}$ | ۱/۵ |

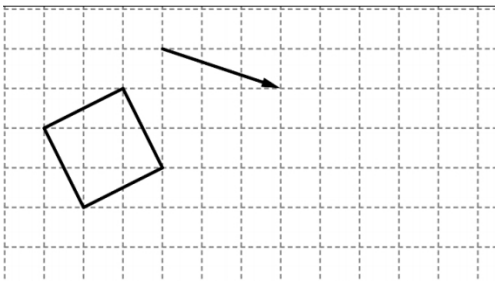
www.kanoon.ir

| | | |
|---|---|---|
| | ب) طول کمان های $BC$ و $DE$ و اندازه ی زاویه ی $\widehat{BEC}$ | ۱/۵ |
| |  | |
| | پ) مقادیر $y, x$ | |
| |  | ۱ |
| ۵ | مطابق شکل سه دایره با شعاع های یکسان $R$ دوبه دو بر هم مماسند. دور تا دور این سه دایره را نخ کشیده ایم.<br>الف) طول نخ را بر حسب $R$ بیابید.<br>ب) مساحت محدود به سه دایره ( مساحت قسمت رنگی ) را بر حسب $R$ بیابید.<br> | ۱ |
| ۶ | دو دایره ی متخارج داریم که طول مماس مشترک داخلی و خارجی آن ها به ترتیب ۱۰ و ۲۴ سانتی متر و طول خط المرکزین آن ها مساوی ۲۶ سانتی متر است. طول شعاع های دو دایره را بیابید. | ۱/۵ |

www-kanoon-ir

| | | |
|---|---|---|
| ۷ | مساحت ناحیه ی رنگی را بیابید.<br><br> | ۱ |
| ۸ | در چهرضلعی محیطی زیر ثابت کنید: مجموع اندازه های دو ضلع مقابل، برابر با مجموع اندازه های دو ضلع دیگر است.<br><br> | ۱ |
| ۹ | در شکل رو به رو اگر محیط مثلث ۳۴ باشد ، مقدار $x$ کدام است؟<br><br> | ۱ |
| ۱۰ | اضلاع مثلثی ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و مساحت مثلث ۸۴ است. شعاع دایره ی محاطی داخلی و محاطی خارجی که مماس بر ضلع متوسط است، را بیابید. ( نوشتن فرمول و راه حل الزامی است؟) | ۱/۵ |
| ۱۱ | ثابت کنید یک ذوزنقه محاطی است اگر وتنها اگر متساوی الساقین باشد. | ۱/۵ |

www-kanoon-ir

| | | |
|---|---|---|
| ۱۲ | انتقال مربع زیر را تحت بردار داده شده رسم کنید و روش خود را توضیح دهید.<br> | ۱ |
| ۱۳ | نشان دهید هر تبدیل ایزومتری، اندازه ی زاویه را حفظ می کند. | ۱ |
| ۱۴ | در دو حالت زیر ثابت کنید بازتاب، ایزومتری است.<br>حالت اول: فرض کنیم پاره خط $AB$ با خط بازتاب موازی باشد. | ۱ |
| | حالت دوم: فرض کنیم فقط یکی از نقاط انتهایی پاره خط $AB$ روی خط بازتاب باشد. | ۱ |

موفق باشید

www-kanoon-ir

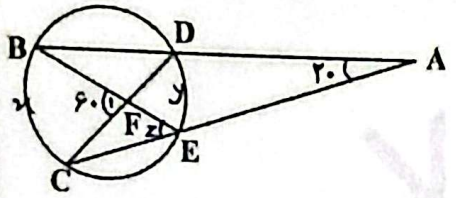
مجتمع آموزشی دخترانه

| ردیف | به راه بادیه رفتن به از نشستن باطل و کر مراد نیابم به قدوم بکوشم | بارم |
|---|---|---|
| ۱ | جاهای خالی را پر کنید:<br>الف) طول کمان رو به رو به زاویه ی ۴۵ درجه در دایره به شعاع ۳ سانتی متر برابر $\frac{3\pi}{4}$ سانتی متر است.<br>ب) دو دایره با شعاع های ۳ و ۵ سانتی متر و خط المرکزین به طول ۲ سانتی متر، نسبت به هم مماس درون هستند.<br>پ) مرکز دایره ی محاطی هر مثلث نقطه ی همرسی نیمسازهای مثلث است.<br>ت) در حالت کلی بازتاب شیب خط را حفظ نمی کند.<br>ث) در هر تبدیل، نقطه ای را که تبدیل یافته ی آن بر خود آن نقطه منطبق باشد، نقطه ثابت تبدیل می نامند. | ۱/۵ |
| ۲ | درستی یا نادرستی عبارت های زیر را بررسی کنید.<br>الف) اگر نقطه ی $A$ بیرون دایره ی $C(O,10)$ باشد، آن گاه $OA<10$ ☐ درست ☑ نادرست<br>ب) انتقال جهت شکل را حفظ می کند. ☑ درست ☐ نادرست | ۰/۵ |
| ۳ | نشان دهید در هر دایره، قطر عمود بر وتر، آن وتر وکمان های نظیر را نصف می کند.<br>فرض $H_1=H_2$ حکم $\begin{cases}AH=HB\\ \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DB}\end{cases}$<br>استدلال $\begin{cases}OA=OB & \text{شعاع دایره}\\ OH & \text{ضلع مشترک}\\ H_1=H_2 & \text{به فرض}\end{cases}$ $\xrightarrow{\text{ض ز ض}}$ $\triangle OAH\cong\triangle OBH$ $\xrightarrow{\text{روبه رو}}$ $\begin{cases}AH=HB\\ \hat{O}_1=\hat{O}_2\end{cases}\rightarrow\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DB}$<br>$\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{AC}=180$<br>$\overset{\frown}{BD}+\overset{\frown}{BC}=180$<br>$\rightarrow \overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}+\overset{\frown}{BC}\rightarrow \overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$ | ۱/۲۵<br>۱/۵ |
| ۴ | در هر یک از شکل های زیر مقادیر خواسته شده را بیابید.<br>الف) مقدار $x$ و $y$ و اندازه ی زاویه ی $BOC$<br>$2x=40\rightarrow x=20$ $3x=3\times40=120$ $4x=4\times40=160$<br>$2m+3m+4m=360$<br>$9m=360$ $m=40$ مرکزی $\hat{BOC}=160^\circ$ $y=\frac{\overset{\frown}{BC}}{2}=\frac{160}{2}=80^\circ$ | ۱/۵ |

www.kanoon.ir

CamScanner

ب) طول کمان های $BC$ و $DE$ و اندازه ی زاویه ی $\widehat{BEC}$ ۱/۵




$F_1 = \frac{x+y}{2} \rightarrow 40 \times \frac{x+y}{2}$ $\quad 120 = x+y$

$A = \frac{x-y}{2} \rightarrow 20 \times \frac{x-y}{2}$ $\quad 40 = x-y$

$\begin{cases} x+y=120 \\ x-y=40 \end{cases}$

$2x = 160$

$x = 80$

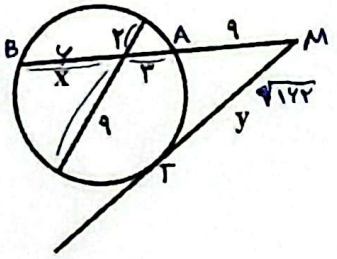
$80+y=120$

$y = 40$

$\widehat{BEC} = \frac{x}{2} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{80}{2} = 40$ ✓

خاص

پ) مقادیر $y, x$ ۱




$MT^2 = MA \cdot MB$

$MT^2 = 9 \times 18$

$MT^2 = 162$ $\quad MT = 9\sqrt{2} = 12,72$

$y = 9\sqrt{2} = \sqrt{162}$ ✓

$2 \times 9 = 3 \times x$

$18 = 3x$

$x = \frac{18}{3} = 6$ ✓

۵ مطابق شکل سه دایره با شعاع های یکسان $R$ دوبه دو بر هم مماسند. دور تا دور این سه دایره را نخ کشیده ایم. ۱

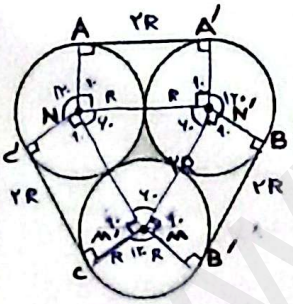
الف) طول نخ را بر حسب $R$ بیابید.

شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است پس $ANA'N'$ مستطیل است

طول نخ = محیط $\rightarrow \underbrace{AA'}_{2R} + \underbrace{CC'}_{2R} + \underbrace{BB'}_{2R} + \underbrace{\overset{\frown}{CA}}_{120} + \underbrace{\overset{\frown}{A'B}}_{120} + \underbrace{\overset{\frown}{CB'}}_{120} = 6R + 2\pi R$ ✓

$6R$ $\quad$ ۳۶۰ دایره کامل $\quad$ ۳۶۰ دایره کامل $= 2\pi R$

ب) مساحت محدود به سه دایره ( مساحت قسمت رنگی ) را بر حسب $R$ بیابید.




مساحت قسمت رنگی = مساحت مثلث − مساحت نیم دایره




مثلث متساوی الاضلاع $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2R)^2 = \frac{\sqrt{3} \times 4R^2}{4} = R^2\sqrt{3}$

نیم دایره $S = \frac{1}{2}\pi R^2 = \frac{1}{2} \times R^2 \times \pi$

قسمت رنگی $S = \sqrt{3}R^2 - \frac{1}{2}R^2\pi = R^2\left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\pi\right)$ ✓

۶ دو دایره ی متخارج داریم که طول مماس مشترک داخلی و خارجی آن ها به ترتیب ۱۰ و ۲۴ سانتی متر و طول خط المرکزین آن ها مساوی ۲۶ سانتی متر است. طول شعاع های دو دایره را بیابید. ۱/۵

مماس مشترک خارجی $TT' = \sqrt{d^2 - (R-R')^2} = 24 \rightarrow 24 = \sqrt{26^2 - (R-R')^2}$ توان ۲ $\rightarrow 576 = 676 - (R-R')^2$ $\quad (R-R')^2 = 100$ ✓

مماس مشترک داخلی $TT' = \sqrt{d^2 - (R+R')^2} = 10 \rightarrow 10 = \sqrt{26^2 - (R+R')^2}$ توان ۲ $\rightarrow 100 = 676 - (R+R')^2$ $\quad (R+R')^2 = 576$

خط المرکزین $d_{OO'} = 26cm$

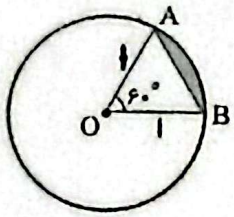
$\begin{cases} R-R' = 10 \\ R+R' = 24 \end{cases}$ $\quad 17 + R' = 24$

$2R = 34$ $\quad R' = 7$

$R = 17$

www.kanoon.ir

۷ مساحت ناحیه ی رنگی را بیابید. (۱)



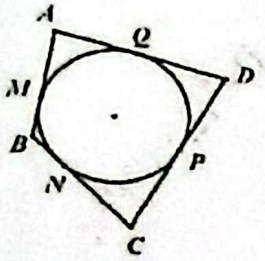

مساحت ناحیه رنگی = مساحت قطاع − مساحت مثلث

$S_{\text{قطاع}} = \frac{\pi \times 1^2 \times 60}{360} = \frac{\pi \times 1 \times 60}{360 \times 6} = \frac{\pi}{6}$ ✓

$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin 60 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$S_{\text{ناحیه رنگی}} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ ✓

۸ در چهرضلعی محیطی زیر ثابت کنید: مجموع اندازه های دو ضلع مقابل، برابر با مجموع اندازه های دو ضلع دیگر است. (۱)




اثبات رفت) فرض = ۴ ضلعی محیطی است حکم = $AB+DC = AD+BC$

هر نقطه از نقطه ای خارج از دایره ۲ مماس بر دایره رسم کنیم طول ۲ مماس برابر می شود.

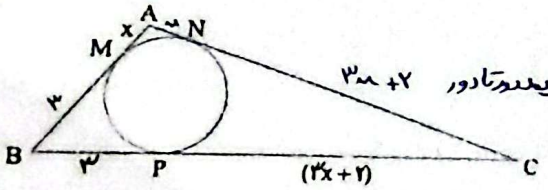
$AQ=AM, DQ=DP, CP=CN, BN=BM$

$AD+BC = AQ+QD+BN+NC$

$AD+BC = \underline{AM}+\underline{DP}+\underline{BM}+\underline{CP}$

$AD+BC = AB+DC$ ✓

۹ در شکل رو به رو اگر محیط مثلث ۳۴ باشد، مقدار $x$ کدام است؟ (۱)




از هر نقطه خارج از دایره ۲ مماس رسم کنیم اندازه دو مماس برابر است.

$AM=AN=x$ ، $CN=CP=3x+2$ ، $BM=BP=3$

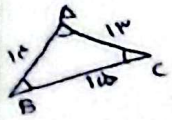
محیط دور تا دور $\Rightarrow x+x+3x+2+3x+2+3+3=34$

$8x+10=34 \quad 8x=24 \quad x=3$ ✓

۱۰ اضلاع مثلثی ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و مساحت مثلث ۸۴ است. شعاع دایره ی محاطی داخلی و محاطی خارجی که مماس بر ضلع متوسط است، را بیابید. ( نوشتن فرمول و راه حل الزامی است؟) (۱/۵)

فرمول شعاع دایره ی محاطی داخلی $= r = \frac{S}{p}$ .

فرمول شعاع دایره ی محاطی خارجی $= r_c = \frac{S}{p-c}$

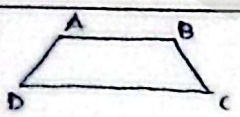



$S=84$ ✓ نصف محیط $p = \frac{15+14+13}{2} = 21$ ✓

$r = \frac{84}{21} = 4$ ✓

$r_c = \frac{84}{21-14} = \frac{84}{7} = 12$ ✓

۱۱ ثابت کنید یک ذوزنقه محاطی است اگر وتنها اگر متساوی الساقین باشد. (۱/۵)




اثبات رفت) فرض = محاطی است حکم = متساوی الساقین است

$AB \parallel DC$ و $AD$ مورب $\rightarrow A+D=180$

محاطی است و $A+C=180 \rightarrow A+C=A+D \rightarrow D=C$ ← لذا متساوی الساقین است

چون وقتی دو زاویه برابر شد زاویه های مکمل آنها برابرند $\rightarrow A=B$ ✓

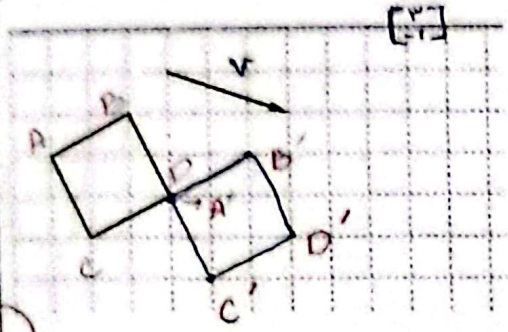
اثبات عکس) فرض = متساوی الساقین است حکم = محاطی است

طبق فرض $\leftarrow A=B, D=C$

$A+D=180 \quad \begin{cases} A=B \rightarrow B+D=180 \\ D=C \rightarrow A+C=180 \end{cases}$ ← پس ذوزنقه محاطی است. ✓

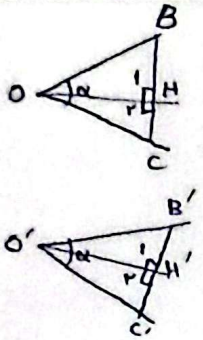
www.kanoon.ir

۱۲ انتقال مربع زیر را تحت بردار داده شده رسم کنید و روش خود را توضیح دهید.




به اندازه بردار $\vec{v}$ که داده شده حرکت می‌کنیم، یعنی ۳ تا به سمت راست و یکی به سمت پایین. سپس مجدد استدلال یافته مربع اول دست که موقعیت آن تغییر کرده اما اندازه تغییر نکرده و شیب ۴ مساوی است.

۱۳ نشان دهید هر تبدیل ایزومتری، اندازه ی زاویه را حفظ می کند.



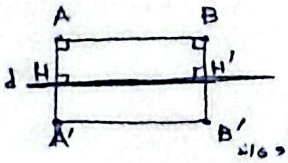

چون تبدیل ایزومتری است:

$OB=OB'$
$OC=OC'$
$BC=B'C'$
$\Rightarrow O=O'=\alpha$ (زاویه‌ی نظیر)

$\Rightarrow \triangle OBC \cong \triangle O'B'C'$ (ض ض ض)

۱۴ در دو حالت زیر ثابت کنید بازتاب، ایزومتری است.

حالت اول: فرض کنیم پاره خط $AB$ با خط بازتاب موازی باشد.




$AB \parallel d$ و $AH \to A=H=90$
$AB \parallel d$ و $BH' \to B=H'=90$
} ۴ ضلعی که ۳ زاویه قائمه دارد باید مستطیل است.

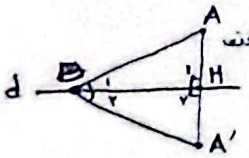
درستی اضلاع های روبه رو ۲ به ۲ با هم مساوی اند $\to AH=BH' \xrightarrow{\times 2} 2AH=2BH' \Rightarrow AA'=BB'$

$AA' \perp d$
$BB' \perp d$
} $AA' \parallel BB'$
دو خط که هر دو خط عمود بر یک خط موازی اند با هم موازی اند.

۴ ضلعی که اضلاع آن روبه رو مساوی و موازی با هم باشند متوازی الاضلاع است پس $AA'BB'$ متوازی الاضلاع و $AB \parallel A'B'$

$AB \parallel A'B'$
$AB \parallel d$
} $A'B' \parallel d$
متوازی الاضلاعی که یک ضلعی قائمه داشته باشد مستطیل است پس $AA'BB'$ مستطیل و $AB=A'B$

حالت دوم: فرض کنیم فقط یکی از نقاط انتهایی پاره خط $AB$ روی خط بازتاب باشد.




بازتاب نقطه A می شود A' و بازتاب B خود B می شود.

چون ضلع عمود مشترک است

$AH=HA'$
$H_1=H_2$
$BH$ مشترک
} $AB=A'B$
$B_1=B_2$
پس بازتاب ایزومتری است

$\triangle ABH \cong \triangle BHA'$ (ض ز ض)

موفق باشید