درخت تو گر بار دانش بگیرد به زیر آوری چرخ نیلوفری را

نمونه سوالات امتحانی دی ماه

آیا با بسته جهش کانون آشنا هستید؟

یکی از ابتکارات امسال کانون فرهنگی آموزش(قلم چی) بسته جهش می‌باشد که در ۳ حوزه ، فرایند آموزش شما را تکمیل خواهد کرد و باعث پیشرفت نمرات شما در مدرسه میشود.



✓ **آزمون های تشریحی کانون از دوم دبستان تا دوازدهم: با هدف تمرین بیشتر و بهبود نمرات در مدرسه و امتحانات نیمسال اول و دوم**



✓ **فیلم های آموزشی آفلاین پیشرفت: تدریس توسط مجرب ترین دبیران پرمخاطب کشور، منطبق بر برنامه آموزش و پرورش و کتاب درسی با هدف پیشرفت در مدرسه**



✓ **نرم افزار پلکان یادگیری: شامل آزمون‌های تستی و تشریحی در سطوح مقدماتی و پیشرفته، با امکان ساخت آزمون در هر سطح دشواری**

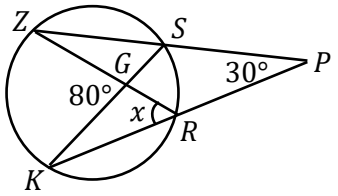
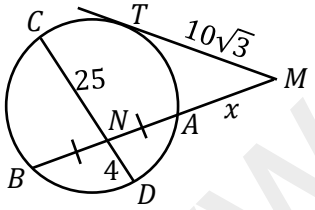
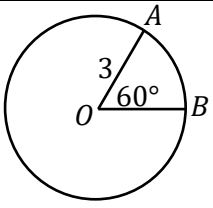


kanoonBook.ir

برای دریافت جایزه ویژه از کانون بوک و یا آشنایی بیشتر با بسته جهش کانون، عدد ۳۳ را به سر شماره ۹۰۰۰۸۴۵۱ ارسال کنید.

www.kanoon.ir

شماره صندلی	«بسمه تعالی»	جای مهر
	اداره آموزش و پرورش منطقه۴تهران	
	دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا متوسطه دوم	
نام و نام خانوادگی:	کلاس/پایه: یازدهم رشته: ریاضی و فیزیک نام دبیر: نام درس: هندسه (۲)	
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۰۹/۲۶	مدت زمان: ۱۲۰ دقیقه نوبت صبح ساعت شروع: تعداد صفحه ۲	

ردیف	فرزندان خوبم با یاد خدا و ذکر صلوات بر پیامبر مهربانی ها و خاندان مطهرش به سوالات زیر با دقت پاسخ دهید.	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید : الف) دو دایره ی متمایز حداکثر دو مماس مشترک دارند. ب) اگر یک چند ضلعی هم محاطی و هم محیطی باشد ، چندضلعی منتظم است. پ) انتقال نقطه ی ثابت ندارد. ت) ترکیب دو بازتاب نسبت به محورهای موازی یک دوران است.	۱
۲	جاهای خالی را با کلمات مناسب پرکنید : الف) فاصله ی مرکز دایره تا وتری که بزرگتر است ، ..... از فاصله ی مرکز دایره تا وتری است که کوچکتر است. ب) مساحت یک مثلث برابر ۸۴ و محیط آن برابر ۴۲ می باشد. شعاع دایره ی محاطی داخلی آن برابر ..... است. پ) در تبدیل بازتاب ..... نقطه ی ثابت وجود دارد. ت) قرینه ی قرینه ی یک نقطه نسبت به یک خط ..... است.	۱
۳	در هر دایره ثابت کنید قطر دایره عمود بر یک وتر است اگر و تنها اگر آن وتر را نصف کند.	۱/۵
۴	در شکل های زیر مقادیر مجهول را بیابید الف)  ب)  	۱/۵
۵	طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر $3\sqrt{7}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها برابر $\sqrt{15}$ است. اگر طول خط المرکزین این دو دایره برابر ۸ باشد ، شعاع دو دایره را بدست آورید :	۱
۶	مساحت محدود بین دو دایره ی مماس داخل برابر $16\ \pi$ است. اگر طول خط المرکزین دو دایره ۲ باشد. شعاع های دو دایره را بدست آورید :	۱
۷	مساحت قطعه و طول کمان AB را بدست آورید :  	۱
۸	مراکز سه دایره ی $C_1(O_1.2)$ و $C_2(O_2.3)$ و $C_3(O_3.R)$ روی یک خط قرار دارند. بطوریکه C_2 در وسط دو دایره ی دیگر قرار گرفته است. اگر خطی وجود داشته باشد که بر هر سه دایره مماس باشد. مقدار R را بیابید :	۱
۹	ثابت کنید یک چهارضلعی محاطی است اگر و تنها اگر زوایای روبروی آن مکمل یکدیگر باشند.	۱/۵

www-kanoon.ir

ردیف	نام و نام خانوادگی: کلاس: رشته: صفحه ۲	بارم
۱۰	ثابت کنید مجموع معکوس ارتفاعهای مثلث با مجموع معکوس شعاعهای دایره های محاطی خارجی مثلث برابر است.	۱
۱۱	در مثلث ABC ثابت کنید نیمساز داخلی زاویه ی A و عمود منصف ضلع BC یکدیگر را روی محیط دایره ی محیطی قطع میکنند.	۱
۱۲	یک ذوزنقه محاطی و هم محیطی است. ثابت کنید مساحت آن برابر است با حاصل ضرب میانگین حسابی قاعده ها و میانگین هندسی آنها.	۱/۵
۱۳	دایره ی محاطی داخلی یک مثلث به اضلاع ۱۳ و ۹ و ۸ در نقطه ی تماس کوچکترین ضلع را به دو قسمت تقسیم میکند. طول هر قسمت را بیابید :	۱
۱۴	ثابت کنید اگر یک تبدیل هندسی ایزومتری (طولپا) باشد ، اندازه ی زاویه حفظ می شود.	۱
۱۵	ثابت کنید بازتاب در حالتی که پاره خط با محور تقارن موازی و یا عمود نیست ایزومتری است.	۱/۵
۱۶	مثلث ABC با مساحت ۲۷ سانتی متر مربع مفروض است. نقطه ی O مرکز ثقل مثلث میباشد. مثلث را تحت بردار AO تصویر میکنیم تا مثلث $A'B'C'$ پدید آید. مساحت محدود بین دو مثلث چقدر است ؟	۱
۱۷	نقطه ی A به فاصله ی ۴ واحد از خط d را نسبت به d بازتاب میدهیم تا نقطه ی B بدست آید. سپس نقطه ی A را نسبت به نقطه ی B به اندازه ی ۶۰ درجه دوران میدهیم تا نقطه ی C بدست آید. مطلوب است محاسبه ی : الف) محیط مثلث ABC ب) طول ارتفاع AH پ) شعاع دایره ی محاطی داخلی مثلث	۱/۵

www-kanoon-ir

ردیف	پاسخنامه

۱) الف) غ (۰٫۲۵) ب) غ (۰٫۲۵)

پ) ص (۰٫۲۵) ت) غ (۰٫۲۵)

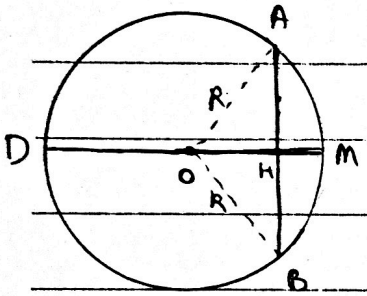
۲) الف) کمتر (۰٫۲۵) ب) ۴ (۰٫۲۵)

پ) سه‌تا (۰٫۲۵) ت) خودنقطه (۰٫۲۵)

۳) فرض: $C(O,R)$ ، $MD \perp AB$

حکم: $AH = BH$

برهان: از O به A و B وصل می‌کنیم.

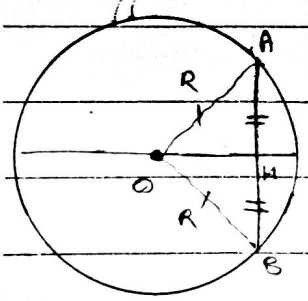


$\begin{cases} OA = OB = R \\ OH \text{ مشترک} \end{cases}$ (۰٫۲۵) وتر و ضلع $\Rightarrow \triangle AOH \cong \triangle BOH \Rightarrow AH = BH = \frac{AB}{2}$ (۰٫۲۵)

فرض: $C(O,R)$ ، $AH = BH$

حکم: $MD \perp AB$

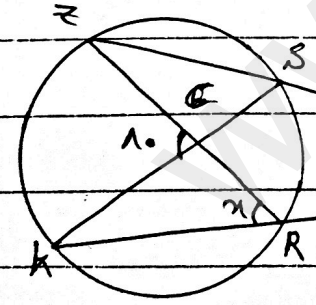
برهان: از O به A و B وصل می‌کنیم.



$\begin{cases} AH = BH \\ OH \text{ مشترک} \\ OA = OB = R \end{cases}$ (۰٫۲۵) ضضض $\Rightarrow \triangle AOH \cong \triangle BOH \Rightarrow \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \Rightarrow OH \perp AB$ (۰٫۲۵)

۴) الف) فرض: $C(O,R)$ و وترهای دایره و ظل

حکم: $x = ?$

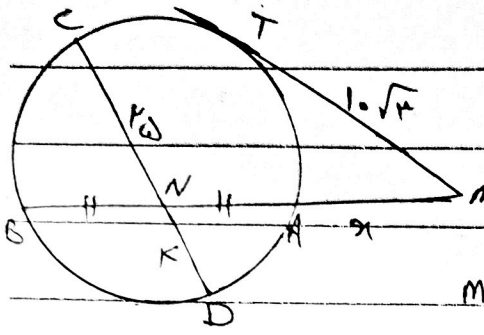


$\begin{cases} \hat{B} = \frac{\overset{\frown}{ZK} + \overset{\frown}{SR}}{2} \\ \hat{P} = \frac{\overset{\frown}{ZK} - \overset{\frown}{SR}}{2} \end{cases}$ (۰٫۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} 10 = \frac{\overset{\frown}{ZK} + \overset{\frown}{SR}}{2} \\ 20 = \frac{\overset{\frown}{ZK} - \overset{\frown}{SR}}{2} \end{cases}$ (۰٫۲۵)

$\Rightarrow \overset{\frown}{ZK} = 110^\circ$ (۰٫۲۵) $\Rightarrow \hat{x} = \frac{\overset{\frown}{ZK}}{2} = \frac{110}{2} = 55$ (۰٫۲۵)

www.kanoon.ir

۴) ب) فرض: MT مماس بر C(O,R)، قاطع MAB و وتر AN = BN، حکم: x = ?



$AN.BN = CN.DN \Rightarrow AN^2 = 4 \times 25 \Rightarrow AN = 10$ (۰٫۲۵)

$MT^2 = MA.MB$ (۰٫۲۵) $\Rightarrow 300 = x(x+20)$

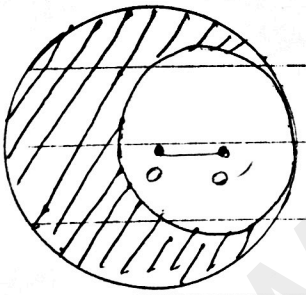
$\Rightarrow x^2 + 20x - 300 = 0$ (۰٫۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} (x-10)(x+30) = 0 \Rightarrow x = 10 \checkmark \\ x = -30 \times \end{cases}$ (۰٫۲۵)

۵) فرض: C و C' ، $T_1T_1' = 3\sqrt{7}$ طول مماس مشترک خارجی، $T_2T_2' = \sqrt{15}$ و $d = 8$ — حکم: R = ? ، R' = ?

$\begin{cases} T_1T_1'^2 = d^2 - (R-R')^2 \\ T_2T_2'^2 = d^2 - (R+R')^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9 \times 7 = 64 - (R-R')^2 \\ 9 \times 5 = 64 - (R+R')^2 \end{cases}$ (۰٫۲۵)

$\Rightarrow \begin{cases} (R-R')^2 = 1 \\ (R+R')^2 = 49 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R - R' = 1 \\ R + R' = 7 \end{cases}$ (۰٫۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} R = 4 \\ R' = 3 \end{cases}$ (۰٫۲۵)

۶) فرض: $d = 2\sqrt{19}$ فاصله مرکز دو دایره C(O,R) و C'(O',R')، $S_{\text{حلقه}} = 19\pi$ — حکم: R , R' = ?

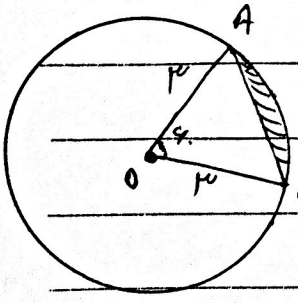


$d = R - R' = 2$

$S_{\text{حلقه}} = \pi R^2 - \pi R'^2 = 19\pi \Rightarrow R^2 - R'^2 = 19$ (۰٫۲۵) $\Rightarrow \underbrace{(R-R')}_{2}(R+R') = 19$ (۰٫۲۵)

$\begin{cases} R + R' = 9 \\ R - R' = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 5.5 \\ R' = 3.5 \end{cases}$ (۰٫۲۵)

۷) فرض: C((0,3)، $\hat{O} = 60^\circ$ مرکزی — حکم: $|\widehat{AB}|$ ، $S_{\text{قطعه}}$ = ?



$|\widehat{AB}| = \frac{\alpha}{360} 2\pi R \Rightarrow |\widehat{AB}| = \frac{1}{6} 2\pi \times 3 = \pi$ (۰٫۲۵) (۰٫۲۵)

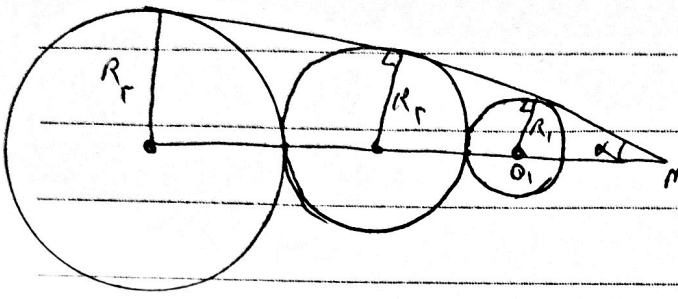
$S_{\text{قطعه}} = S_{\text{قطاع}} - S_{\text{مثلث}} = \frac{\alpha}{360} \pi R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2$ (۰٫۲۵)

$\Rightarrow S_{\text{قطعه}} = \frac{9}{6}\pi - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 9 = \frac{3}{2}\pi - \frac{9}{4}\sqrt{3}$ (۰٫۲۵)

www.kanoon.ir

ردیف	پاسخنامه

۸) فرض: C, C', C'' به ترتیب روی شعاع‌های R_1, R_2, R_3 مماس بیرونی‌اند
حکم: $R_4 = ?$



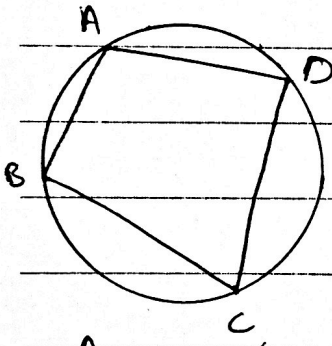
$$\left.\begin{aligned}\sin\alpha &= \frac{R_1}{MO_1}\\ \sin\alpha &= \frac{R_3}{MO_2}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{R_2 - R_1}{d_1} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{R_4 - R_3}{d_2} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow \frac{R_4 - R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_2 - R_1}{R_4 + R_1} \Rightarrow R_2^2 = R_1 \cdot R_4 \quad (0/25)$$

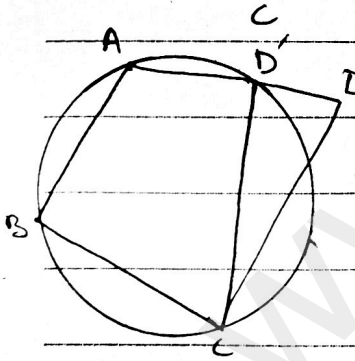
$$\Rightarrow R_4 = \frac{3^2}{2} = \frac{9}{2} \quad (0/25)$$

۹) فرض: $ABCD$ محاطی
حکم: $\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180$



$$\begin{cases}\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{BCD}}{2}\\ \hat{C} = \frac{\overset{\frown}{BAD}}{2}\end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases}\hat{A} + \hat{C} = \frac{\overset{\frown}{BAD}}{2} + \frac{\overset{\frown}{BCD}}{2} = \frac{360}{2} = 180 \quad (0/25)\\ \Rightarrow \hat{B} + \hat{D} = 180 \quad (0/25)\end{cases}$$

فرض: $\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180$، $ABCD$ محاطی
حکم: $ABCD$ محاطی



برهان خلف: فرض کنیم حکم غلط است.

یعنی D روی دایره نیست و D' روی دایره است $(0/25)$

$$\left.\begin{aligned}B + \hat{D}' &= 180\\ B + \hat{D} &= 180\end{aligned}\right\} \Rightarrow \hat{D} = \hat{D}' \Rightarrow D, D' \text{ هم‌منطبق} \quad (0/25)$$

چون به تناقض رسیدیم پس فرض خلف باطل و حکم صحیح است. $(0/25)$

ردیف	پاسخنامه

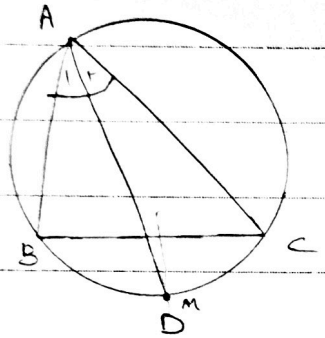
۱۰) مرکز $r_c, r_b, r_a, h_c, h_b, h_a$ ، $\overset{\Delta}{ABC}$ را O فرض کنید.

$$\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}$$

$$\begin{cases}\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{1}{r} & (۰/۲۵)\\ \frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{1}{r} & (۰/۲۵)\end{cases}\Rightarrow \frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h}=\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c} \quad (۰/۵)$$

۱۱) مرکز Δ را BC ، نیمساز AD ، $\overset{\Delta}{ABC}$ را O فرض کنید.

$AD \cap \Delta = D$ حکم



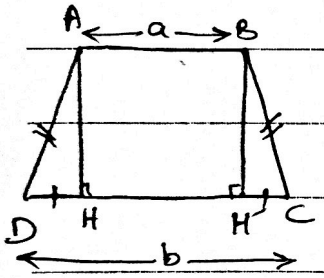
AD نیمساز $\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{CD} \Rightarrow$ BC و D (۰/۲۵)

Δ ارتفاع $BC \Rightarrow \overset{\frown}{BM} = \overset{\frown}{CM} \Rightarrow$ BC و M (۰/۲۵)

$\Leftarrow$ D و M و O هم‌خط‌اند (۰/۲۵)

۱۲) مرکز $ABCD$ ذوزنقه متساوی‌الساقین را O فرض کنید.

حکم $S = \left(\frac{a+b}{2}\right)\sqrt{ab}$



$ABCD$ ذوزنقه متساوی‌الساقین $\Rightarrow$ $ABCD$ ذوزنقه محاطی (۰/۲۵)

$$\begin{cases} AD = BC \quad (1) & (۰/۲۵)\\ DH = CH' = \frac{b-a}{2} \quad (2)\end{cases}$$

$ABCD$ ذوزنقه محاطی: $AD + BC = AB + AC$ (۰/۲۵) $\overset{(1)}{\Rightarrow} AD = \frac{b+a}{2}$ (۰/۲۵)

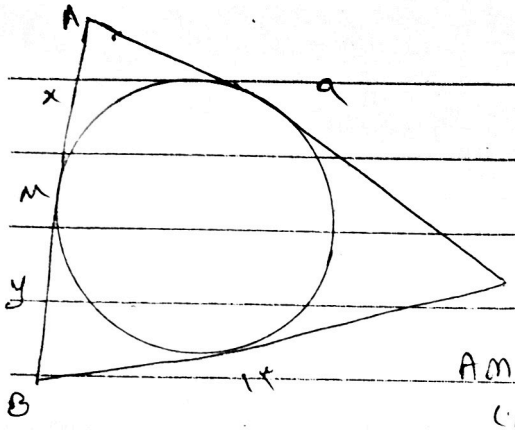
$\overset{\Delta}{ADH}$: $AD^2 = AH^2 + DH^2 \overset{(2)}{\Rightarrow} AH = \sqrt{\left(\frac{b+a}{2}\right)^2 - \left(\frac{b-a}{2}\right)^2} \Rightarrow AH = \sqrt{ab}$ (۰/۲۵)

$$S = \left(\frac{AB+DC}{2}\right)AH \Rightarrow S = \left(\frac{a+b}{2}\right)\sqrt{ab} \quad (۰/۲۵)$$

www.kanoon.ir

ردیف	پاسخنامه

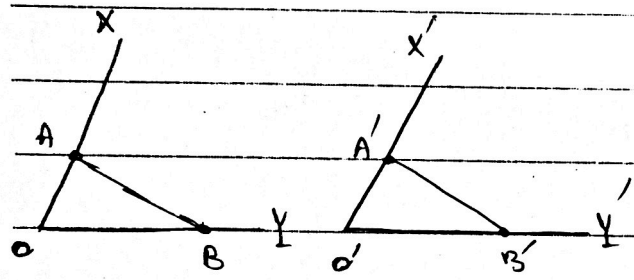
۱۱۳ مثلث ABC و دایره محاطی داخلی $C(O,R)$، حکم: $AM=?$, $BM=?$



$$p=\frac{a+b+c}{۲}=\frac{۱۴+۹+۸}{۲}=۱۵ \quad (۰٫۲۵)$$

$$AM=p-a=۱۵-۱۳=۲ \quad (۰٫۲۵) \quad (۰٫۲۵) \Rightarrow BM=۸-۲=۶ \quad (۰٫۲۵)$$

۱۱۴ قضیه تالس ایرودسری، حکم: $\hat{O}=\hat{O}'$



$T(O)=O'$

$T(A)=A'$ (۰٫۲۵) شعاع‌ها

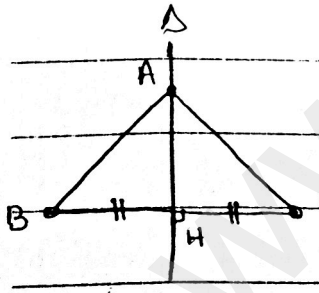
$T(B)=B'$

$$\begin{cases} AB=A'B' \\ AO=A'O \\ BO=B'O \end{cases} \Rightarrow \triangle AOB \cong \triangle A'OB' \Rightarrow \hat{O}=\hat{O}' \quad (۰٫۲۵)$$

زاویه‌ها متناظر

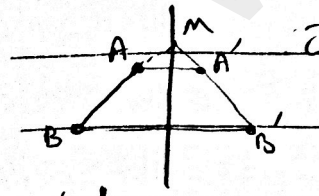
(۰٫۲۵) تبدیل‌ها حفظ می‌کند اندازه زاویه را

۱۱۵ ثابت کنید S_Δ ، $AB=A'B'$



$S_\Delta(A)=A'$

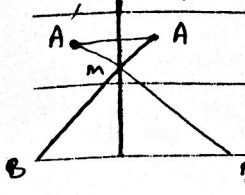
$S_\Delta(B)=B' \Rightarrow BH=B'H$ $\Rightarrow \Delta \perp \frac{BB'}{۲} \Rightarrow AB=AB'$ (۰٫۵)



AB را از راستای عمود Δ و در سمت چپ A و سمت راست MB جدا می‌کند A' و MB' را

(۰٫۲۵)

$$\begin{cases} MB=MB' \\ MA=MA' \end{cases} \Rightarrow MB-MA=MB'-MA' \Rightarrow AB=A'B' \quad (۰٫۵)$$

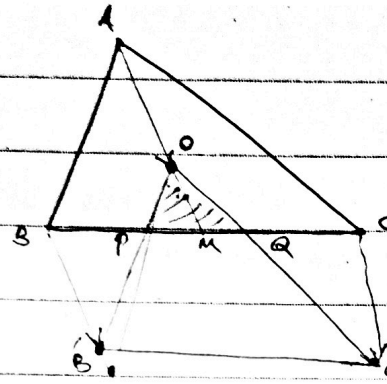


$$\begin{cases} MA=MA' \\ MB=MB' \end{cases} \Rightarrow MA+MB=MA'+MB' \Rightarrow AB=A'B' \quad (۰٫۵)$$

www.konoon.ir

ردیف	پاسخنامه

۱۶) فرض: $\overrightarrow{AO}$ انتقال، $S=۲۷$، $A\hat{B}C$ حاد
حکم: $S_{MN}=?$



(۰٫۲۵) $A \xrightarrow{\overrightarrow{AO}\text{ انتقال}} O$

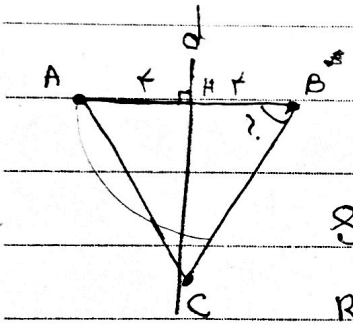
$B \xrightarrow{\overrightarrow{AO}\text{ انتقال}} B'$

$C \xrightarrow{\overrightarrow{AO}\text{ انتقال}} C'$

(۰٫۲۵) انتقال ⟸ اضلاع متناظر موازی یا منطبق‌اند ⟹ $AB \parallel OB'$ ، $AC \parallel OC'$

(۰٫۲۵) $\Rightarrow P\hat{O}Q \sim A\hat{B}C$ (۰٫۲۵) $\Rightarrow \frac{S_{MN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{OM}{AM}\right)^۲ = \frac{۱}{۹} \Rightarrow S_{MN} = \frac{۱}{۹} \times ۲۷ = ۳$ (۰٫۲۵)

۱۷) فرض: $AH=۴$
حکم: $S_d(A)$ ، $R^{۹۰}_{B}(A)$



الف) $S_d(A)=۸ \Rightarrow AH=BH=۴ \Rightarrow AB=۸$

$R^{۹۰}_{B}(A)=C \Rightarrow AB=BC=۸$ ، $\hat{B}=۶۰ \Rightarrow AC=۸$ (۰٫۲۵)

$\Rightarrow ۲p = ۳ \times ۸ = ۲۴$ (۰٫۲۵)

ب) $A\hat{B}C$ مثلث متساوی‌الاضلاع $\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۸ = ۴\sqrt{۳}$ (۰٫۵)

د) $r = \frac{S}{p}$ ، $S = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲ = ۱۶\sqrt{۳}$ ، $p = ۱۲$ (۰٫۲۵)

$\Rightarrow r = \frac{۱۶\sqrt{۳}}{۱۲} = \frac{۴}{۳}\sqrt{۳}$ (۰٫۲۵)