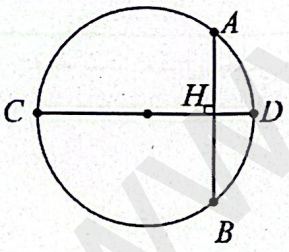
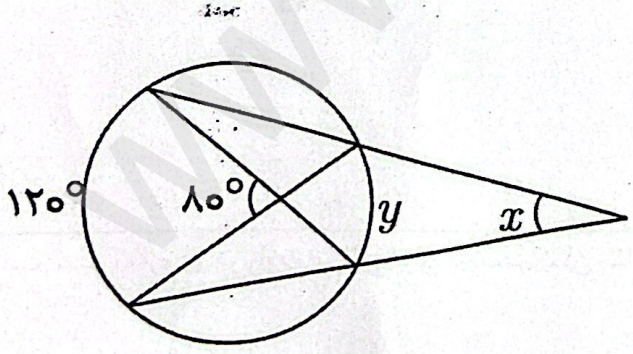
به عدد: ..... نمره تجدید نظر : به حروف: ..... نام و نام خانوادگی و امضاء تجدید نظر کننده: ..... آزمون درس : هندسه ۲ طراح سوال: خانم حاج محمد حسینی	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان قم اداره آموزش و پرورش ناحیه چهار قم دبیرستان غیر دولتی رایحه دانش سال تحصیلی ۱۴۰۵ - ۱۴۰۴	به عدد: ..... نمره : به حروف: ..... نا م و نام خانوادگی و امضای دبیر : ..... تاریخ امتحان : ۲۱ / ۱۰ / ۱۴۰۴ مدت امتحان : ۱۰۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی: نام پدر : کلاس : شماره صندلی: نام دبیر :

۱	**درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.** الف-زاویه ای که راس آن مرکز دایره و دو ضلع آن شعاع دایره است یک زاویه ظلی است. ب-دو دایره متداخل هیچ مماس مشترکی ندارند. ج-خط راستی که دایره را در دو نقطه قطع میکند مماس بر دایره است. د-هر زاویه ی محاطی برابر با نصف کمان روبرویش است.	۱
۲	**جاهای خالی را با عبارت مناسب پرکنید.** الف-قسمتی از محیط دایره که بین دو نقطه متمایز قرار داشته باشد..... نامیده می شود. ب- اگر دو دایره در طرفین خط مماس باشند،خط مماس را ..... می گوییم. ج-در یک صفحه،فاصله ی مرکز دایره ای از یک خط کمتر از شعاع آن دایره است. این خط و دایره..... نقطه مشترک دارند. د-در هر مثلث نقطه ی همرسی نیمساز،مرکز دایره ..... مثلث است.	۲
۳	در شکل مقابل AB قطری از دایره است و وترهای AC,BD موازی اند ثابت کنید AC=BD 	۱.۵
۴	ثابت کنید اندازه ی هر زاویه ی ظلی برابر با نصف کمان مقابل به آن است.	۱.۵

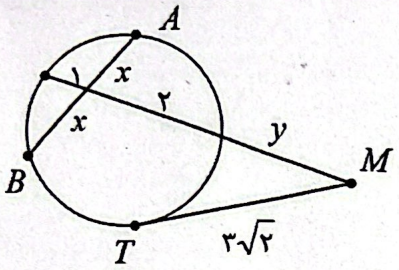
www-kamoon.ir

Scanned with CamScanner

۵	ثابت کنید سه نیم ساز زاویه های داخلی هر مثلث همراس هستند.	۱.۵
۶	هرگاه خط های شامل دو وتر دلخواه AB ,CD در نقطه ای مانند M درون دایره یکدیگر را قطع کنند آنگاه: MA×MB=MC×MD	۱.۵
۷	با توجه به شکل مقابل مقدار X را محاسبه کنید. 	۱

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

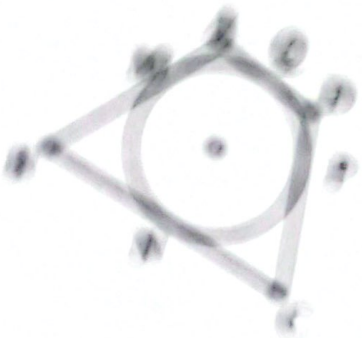
۸	در شکل زیر MT به طول $۳\sqrt{۲}$ مماس بر دایره است.مقادیر عددی X,Y را بیابید. 	۱
۹	از نقطه ی P خارج دایره PT و خط قاطعی نسبت به دایره رسم می کنیم خط قاطع دایره را در نقاط A,B قطع می کند؛ثابت کنید $PT^{۲}=PA\times PB$	۱.۵
۱۰	طول مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع های ۱۱و۳ برابر $۳\sqrt{۳۳}$ می باشد کمترین فاصله نقاط این دو دایره از یکدیگر را تعیین کنید.	۱.۵
۱۱	در مثلث قائم الزاویه ای با اضلاع ۳و۴ شعاع دایره محاطی داخلی را محاسبه کنید.	۱

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

۱۴ مثلثی به طول اضلاع ۵ سانتی‌متر، ۱۲ سانتی‌متر و ۱۳ سانتی‌متر داریم. محیط مثلثی به اضلاع میانه‌های این مثلث را به دست آورید. ۱/۵

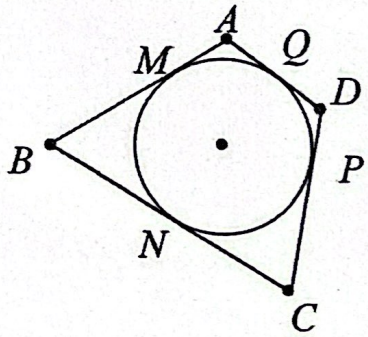
۱۵ در شکل زیر AB و AC بر دایره به مرکز O مماس‌اند. اگر $\hat{A} = 70^\circ$ باشد، اندازه‌ی $\hat{D}$ را به دست آورید. ۱/۵



۱۶ در شکل زیر $ABCD$ یک مستطیل است. E و F به ترتیب وسط‌های اضلاع AB و CD هستند. ثابت کنید $AECF$ یک لوزی است. ۱/۵

۱۷ در مثلث ABC، $AB = 6$ و $AC = 8$ است. اگر M وسط ضلع BC باشد، حدود تغییرات AM را به دست آورید. ۱/۵

www.kanoon.ir

۱۲	مثلثی به طول اضلاع a,b,c با شعاع های دایره محاطی داخلی به اندازه r و سه ارتفاع h_a, h_b, h_c را در نظر بگیرید نشان دهید: $$\frac{۱}{ha}+\frac{۱}{hb}+\frac{۱}{hc}=\frac{۱}{r}$$	۱.۵
۱۳	ثابت کنید که در هر چهارضلعی محیطی،مجموع اندازه های دو ضلع مقابل برابر با مجموع اندازه های دو ضلع دیگر است. برای اثبات از شکل کمک بگیرید.  	۱.۵
۱۴	شعاع و مساحت دایره محیطی مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a را بیابید.	۱
۱۵	یک n ضلعی محیطی با مساحت ۲۰و محیط ۱۰ مفروض است مساحت دایره محاطی این nضلعی را بیابید.	۱

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

به عدد: ..... نمره تجدید نظر : به حروف: ..... نام و نام خانوادگی و امضاء تجدید نظر کننده: ..... آزمون درس : هندسه ۲ طراح سوال: خانم حاج محمد حسینی	بتعالی اداره کل آموزش و پرورش استان قم اداره آموزش و پرورش ناحیه چهار قم دبیرستان غیر دولتی رایحه دانش سال تحصیلی ۱۴۰۵ - ۱۴۰۴	به عدد: ..... نمره : به حروف: ..... نا م و نام خانوادگی و امضای دبیر : ..... تاریخ امتحان : ۱۴۰۴/۱۰/۲۱ مدت امتحان : ۱۰۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی: نام پدر : کلاس : شماره صندلی: نام دبیر :

۱ درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. — ۱

الف-زاویه ای که راس آن مرکز دایره و دو ضلع آن شعاع دایره است یک زاویه ظلی است. ✓ درست

ب-دو دایره متداخل هیچ مماس مشترکی ندارند. ✓ درست

ج-خط راستی که دایره را در دو نقطه قطع میکند مماس بر دایره است. ✗ درست

د-هر زاویه ی محاطی برابر با نصف کمان روبرویش است. ✓ درست

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پرکنید. — ۲

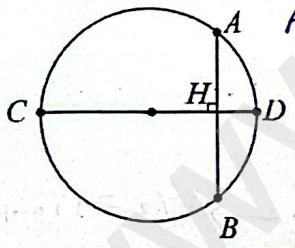
الف-قسمتی از محیط دایره که بین دو نقطه متمایز قرار داشته باشد.....کمان..... نامیده می شود.

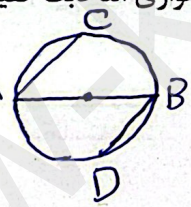
ب- اگر دو دایره در طرفین خط مماس باشند،خط مماس را .....مشترک داخلی..... می گوییم.

ج-در یک صفحه،فاصله ی مرکز دایره ای از یک خط کمتر از شعاع آن دایره است. این خط و دایره.....۲..... نقطه مشترک دارند.

د-در هر مثلث نقطه ی همرسی نیمساز،مرکز دایره .....محاطی..... مثلث است.

۳ در شکل مقابل AB قطری از دایره است و وترهای AC,BD موازی اند ثابت کنید AC=BD — ۱.۵





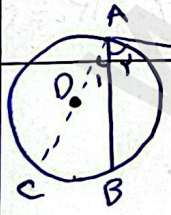
$AC \parallel BD \xrightarrow{\text{طبق قضیه}} \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{AD}$ (کمان های محصور بین دو خط موازی)

$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{AD}$

$180 - \overset{\frown}{AC} = 180 - \overset{\frown}{BD} \rightarrow \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$

طبق قضیه ی دایم وترهای نظیر دو کمان مساوی با هم برابرند پس $AC = BD$

۴ ثابت کنید اندازه ی هر زاویه ی ظلی برابر با نصف کمان مقابل به آن است. — ۱.۵



فرض: $\hat{A}$ زاویه ظلی

حکم: $\hat{A}_2 = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$

اثبات: از A قطر AC را رسم می کنیم پس C را به B وصل می کنیم. زاویه محاطی روبه روی قطر است لذا: $\hat{B} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2} = \frac{180}{2} = 90$ قائم است

از طرفی شعاع در نقطه ی تماس بر خط مماس عمود است پس

$\hat{B} = 90 \rightarrow \hat{A}_1 + C = 90$, $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90$ $\rightarrow \hat{A}_1 + \hat{C} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \rightarrow$ $\hat{A}_2 = C$, $\hat{C} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$ $\rightarrow \hat{A}_2 = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$

Scanned with CamScanner

۵ ثابت کنید در دایره از دو وتر نابرابر، آنکه بزرگتر است به مرکز دایره نزدیک‌تر است و برعکس.

۱.۵



$AH = \frac{AB}{2}$ $A'H' = \frac{A'B'}{2}$ $AB > A'B' \rightarrow AH > A'H' \rightarrow AH - A'H' > 0$

فرض: $AB > A'B'$ حکم: $OH < OH'$

$\triangle OAH: (OA)^2 = (OH)^2 + (AH)^2$
$\triangle OA'H': (OA')^2 = (OH')^2 + (A'H')^2$
$\rightarrow OA = OA' = R$ $OH^2 + AH^2 = OH'^2 + A'H'^2$

$\rightarrow AH^2 - A'H'^2 = OH'^2 - OH^2$ $\xrightarrow{AH > A'H' \rightarrow AH - A'H' > 0}$ $OH'^2 - OH^2 > 0 \rightarrow OH'^2 > OH^2 \rightarrow OH' > OH$ ✓

عکس: فرض $OH < OH'$ حکم $AB > A'B'$

$\triangle OAH: OA^2 = OH^2 + AH^2$
$\triangle OA'H': OA'^2 = OH'^2 + A'H'^2$
$\rightarrow OA = OA' = R$ $OH < OH' \rightarrow OH - OH' < 0$
$OH^2 + AH^2 = OH'^2 + A'H'^2 \rightarrow OH^2 - OH'^2 = A'H'^2 - AH^2$

$OH - OH' < 0 \rightarrow A'H'^2 - AH^2 < 0 \rightarrow A'H'^2 < AH^2$ جذر $\Rightarrow A'H' < AH \rightarrow 2A'H' < AH \rightarrow A'B' < AB$

۶ هرگاه خط های شامل دو وتر دلخواه AB ,CD در نقطه ای مانند M درون دایره یکدیگر را قطع کنند آنگاه:

$MA \times MB = MC \times MD$

۱.۵



به دلیل وتر مشترک برابرند

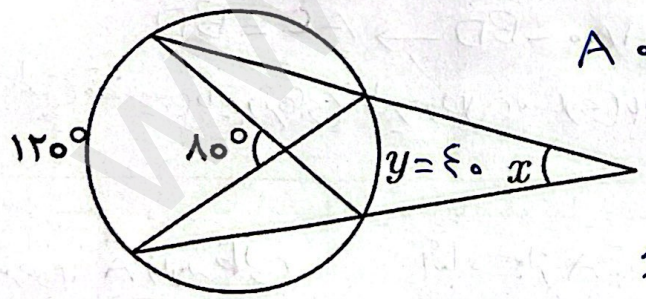
محاطی $\hat{A} = \hat{D} = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2}$
محاطی $\hat{B} = \hat{C} = \frac{\overset{\frown}{AD}}{2}$
$\xrightarrow{\text{زز}} \triangle ACM \sim \triangle DBM \xrightarrow{\text{نسبت تشابه}}$

$\rightarrow \frac{MD}{MA} = \frac{MB}{MC} = \frac{BD}{AC}$

$\downarrow MA \times MB = MD \times MC$

۷ با توجه به شکل مقابل مقدار X را محاسبه کنید.

۱



$A^\circ = \frac{120 + y}{2} \rightarrow 160 = 120 + y$

$y = 160 - 120 = 40$

$x = \frac{120 - 40}{2} = \frac{80}{2} = 40$

www.kanoon.ir
Scanned with CamScanner

۱۲ مثلثی به طول اضلاع a,b,c با شعاع های دایره محاطی داخلی به اندازه r و سه ارتفاع h_a, h_b, h_c را در نظر بگیرید نشان دهید:

۱.۵

$$S=rp \rightarrow r=\frac{S}{p} \rightarrow \frac{1}{r}=\frac{p}{S} \quad \frac{1}{ha}+\frac{1}{hb}+\frac{1}{hc}=\frac{1}{r}$$

$$S=\frac{a \times ha}{2} \rightarrow 2S=aha \rightarrow ha=\frac{2S}{a} \rightarrow \frac{1}{ha}=\frac{a}{2S}$$

به همین ترتیب $\frac{1}{hb}=\frac{b}{2S}$ ، $\frac{1}{hc}=\frac{c}{2S}$ بدست می‌آید

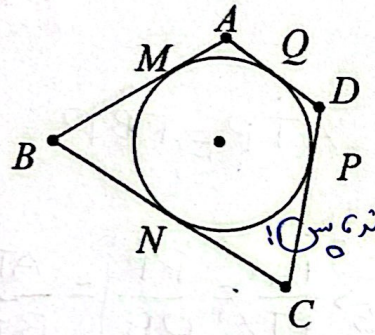
$$\frac{1}{ha}+\frac{1}{hb}+\frac{1}{hc}=\frac{a}{2S}+\frac{b}{2S}+\frac{c}{2S}=\frac{a+b+c}{2S}=\frac{2p}{2S}=\frac{p}{S}=\frac{1}{r} \rightarrow$$

$$\boxed{\frac{1}{ha}+\frac{1}{hb}+\frac{1}{hc}=\frac{1}{r}} \checkmark$$

۱۳ ثابت کنید که در هر چهارضلعی محیطی،مجموع اندازه های دو ضلع مقابل برابر با مجموع اندازه های دو ضلع دیگر است.

برای اثبات از شکل کمک بگیرید.

۱.۵



فرض: ABCD محیطی است

حکم: $AD+BC=AB+CD$

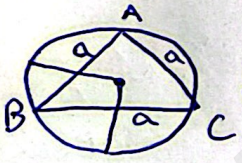
می‌دانیم طبق قضیه مماس‌های مرسوم از یک نقطه از دایره با هم برابرند پس:

$$\left.\begin{array}{l} AM=AQ+ \\ BM=BN \\ DP=DQ+ \\ CP=CN \end{array}\right\} \xrightarrow{+} (AM+BM)+(DP+CP)=(AQ+DQ)+(CN+BN) \rightarrow$$

$$AB+CD=AD+BC$$

۱۴ شعاع و مساحت دایره محیطی مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a را بیابید

۱



مساحت مثلث متساوی الاضلاع $S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$$\text{شعاع}^2=\frac{abc}{4S}=\frac{a^3}{4\left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\right)}$$

$$\rightarrow r=\frac{a}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{\text{دایره}}=\pi r^2=\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2=\pi\left(\frac{3a^2}{9}\right)=\frac{\pi a^2}{3}$$

۱۵ یک n ضلعی محیطی با مساحت 20^3 و محیط ۱۰ مفروض است مساحت دایره محاطی این n ضلعی را بیابید.

۱

$$\text{شعاع دایره محاطی}^2=r=\frac{S}{p}$$

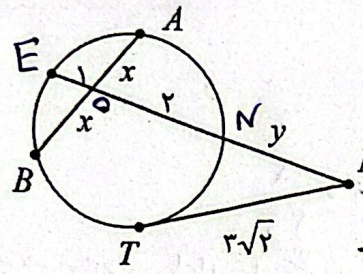
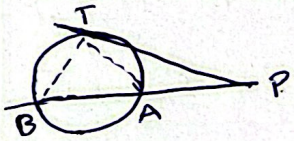
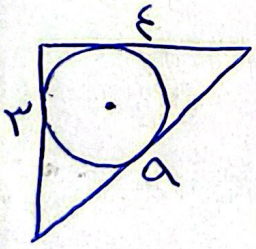
$$S=20$$

$$\frac{2p}{2}=\frac{10}{2} \Rightarrow p=5$$

$$r=\frac{20}{5}=4$$

$$S_{\text{دایره}}=\pi r^2=(4^2)\pi=16\pi$$

Scanned with CamScanner

۸	در شکل زیر MT به طول $3\sqrt{2}$ مماس بر دایره است.مقادیر عددی X,Y را بیابید.
۱	 $MT^2 = MN \times ME$ $(3\sqrt{2})^2 = y(y+3) \rightarrow 18 = y^2+3y$ $\rightarrow y^2+3y-18=0$ $(y+6)(y-3)=0 \rightarrow y=-6$ غ ق ق $\hookrightarrow y=3$ ق ق ق $AO \times BO = EO \times ON$ $x \times x = 1 \times 2$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{2} \rightarrow x = \sqrt{2}$
۹	از نقطه ی P خارج دایره PT و خط قاطعی نسبت به دایره رسم می کنیم خط قاطع دایره را در نقاط A,B قطع می کند؛ثابت کنید
۱.۵	 $PT^2 = PA \times PB$ ظلی $A\hat{T}P = \frac{\overset{\frown}{AT}}{2}$ محاطی $T\hat{B}P = \frac{\overset{\frown}{AT}}{2}$ $\rightarrow A\hat{T}P = T\hat{B}P$ $ATP = TBP$ (مشترک $P=P$) $\rightarrow \triangle ATP \sim \triangle TBP$ (تشابه) ثابت $\frac{PA}{PT} = \frac{PT}{PB} = \frac{AT}{BT}$ $\rightarrow PT^2 = PA \times PB$
۱۰	طول مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع های ۱۱و۳ برابر $3\sqrt{33}$ می باشد کمترین فاصله نقاط این دو دایره از یکدیگر را تعیین کنید.
۱.۵	$TT' = \sqrt{d^2-(R-R')^2}$ $3\sqrt{33} = \sqrt{d^2-(R-R')^2}$ $(3\sqrt{33})^2 = (\sqrt{d^2-(11-3)^2})^2$ $9 \times 33 = d^2 - 64$ $d^2 = 297+64 \rightarrow \sqrt{d^2} = \sqrt{361} \rightarrow d = 19$ $19-(3+11)=5$
۱۱	در مثلث قائم الزاویه ای با اضلاع ۳و۴ شعاع دایره محاطی داخلی را محاسبه کنید.
۱	 $r = \frac{S}{P}$ $S_{\text{مثلث}} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$ $r = \frac{6}{6} = 1$ $3^2+4^2 = a^2 \rightarrow 9+16 = a^2 \Rightarrow a = 5$ $\frac{2P}{2} = 5+3+4 = \frac{12}{2} \rightarrow P = 6$

Scanned with CamScanner