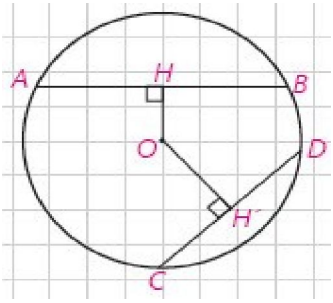
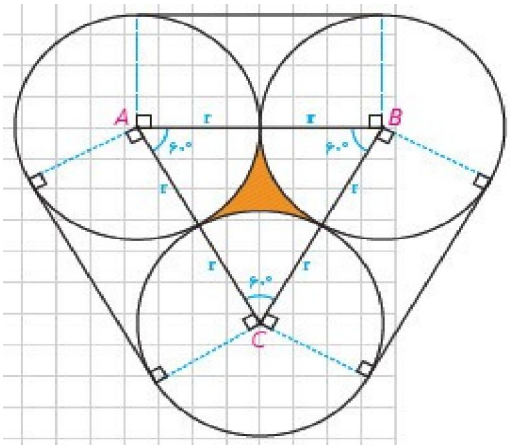
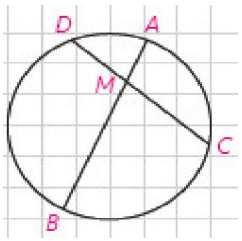
درس:هندسه ۲	**مدیریت آموزش وپرورش شهرستان کبودراهنگ**	تاریخ : ۱۴۰۴/۱۰/۰۸
پایه:یاز دهم ریاضی	**دبیرستان آینده سازان**	مدت: ۹۰ دقیقه
نام ونام خانوادگی	سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴	نام دبیر :



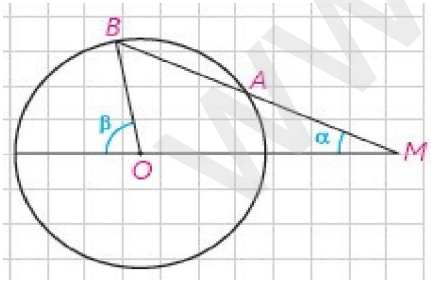
۱- در دایره‌ی $C(O\ ,\ R)$ نشان دهید $AB > CD$ اگر و تنها اگر $OH < OH'$ (OH و OH' فاصله‌ی O از دو وتر AB و CD هستند.)



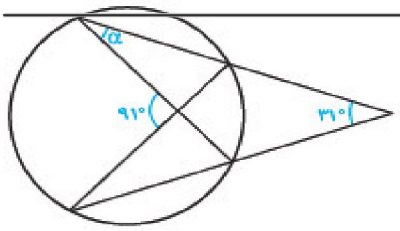
۲- سه دایره به شعاع‌های برابر r دو به دو بر هم مماس‌اند. مطابق شکل مقابل این سه دایره به وسیله‌ی نخی بسته شده‌اند. نشان دهید طول این نخ برابر $۶r + ۲\pi r$. هم‌چنین نشان دهید مساحت ناحیه محدود به سه دایره برابر $r^۲\left(\sqrt{۳} - \frac{\pi}{۲}\right)$ است.



۳- در دایره‌ی $C(O\ ,\ R)$ وتر AB، وتر CD به طول ۹ سانتی‌متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر $AB = ۱۱\ cm$، آن‌گاه وتر CD وتر AB را به چه نسبتی قطع می‌کند؟



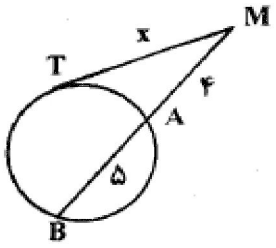
۴- دایره‌ی $C(O\ ,\ R)$ مفروض است. از نقطه‌ی M در خارج دایره خطی چنان رسم کرده‌ایم که دایره را در دو نقطه‌ی A و B قطع کرده است و $MA = R$؛ نشان دهید: $\beta = ۳\alpha$



۵- در شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی α را به دست آورید.

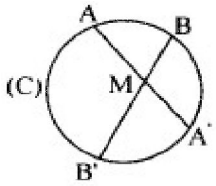
www-kanoon-ir

۶- در شکل زیر مقدار x را به دست آورید.



۷- قضیه: ثابت کنید طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه‌ی خارج آن با هم برابرند.

۸- قضیه: از نقطه M واقع در داخل دایره (C) دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده‌اند، ثابت کنید:



$$MA \times MA' = MB \times MB'$$

۹- در سوالات زیر گزینه درست را انتخاب کنید:

الف) مرکز دایره محاطی داخلی هر مثلث، محل برخورد ..... آن مثلث است.

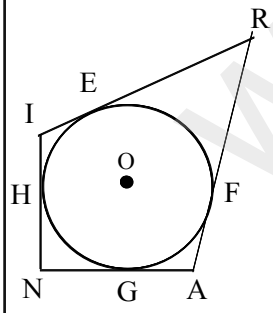
۱) ارتفاع‌های اضلاع ۲) عمود منصف‌های اضلاع
۳) نیم‌سازهای زاویه‌های درونی ۴) میانه‌های اضلاع

ب) مرکز دایره محیطی هر مثلث، محل برخورد ..... آن مثلث است.

۱) ارتفاع‌های اضلاع ۲) عمودمنصف‌های اضلاع
۳) نیم‌سازهای زاویه‌های درونی ۴) میانه‌های اضلاع

۱۰- ضلع‌های چهارضلعی محیطی $IRAN$ بر دایره مماس‌اند. (شکل روبه‌رو)
ثابت کنید:

$$IR + AN = RA + NI$$



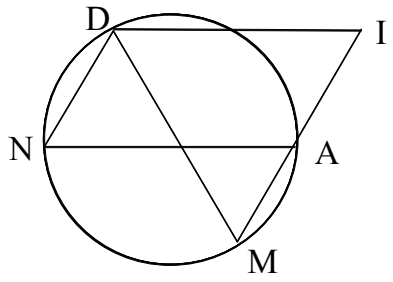
www.kanoon.ir

درس:هندسه ۲
پایه:یاز دهم ریاضی
نام ونام خانوادگی

مدیریت آموزش وپرورش شهرستان کبودراهنگ
دبیرستان آینده سازان
سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

تاریخ : ۱۴۰۴/۱۰/۰۸
مدت: ۹۰ دقیقه
نام دبیر :

۱۱- در شکل روبرو چهارضلعی DIAN یک متوازی‌الاضلاع است، و نقطه‌های I و A و M روی یک خط راست قرار دارند، ثابت کنید: DM = DI

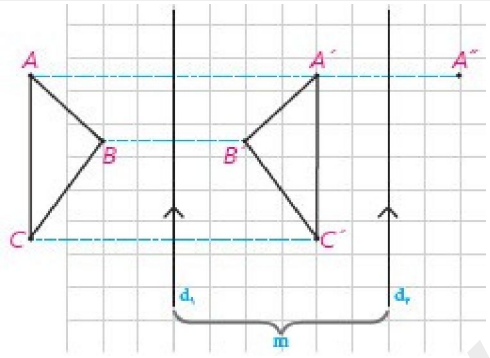


۱۲- فرض کنید G محل برخورد میانه‌های مثلث ABC (مرکز ثقل آن) باشد و مثلث A'B'C' مجانس مثلث ABC در تجانس به مرکز G و نسبت $K = -\frac{۱}{۲}$ باشد.

الف) جایگاه رأس‌های A' و B' و C' نسبت به مثلث ABC کجاست؟

ب) مساحت مثلث A'B'C' چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

۱۳- در شکل، $d_۱$ به موازات $d_۲$ و به فاصله‌ی m از آن قرار دارد و مثلث $\overset{\triangle}{A'B'C'}$ بازتاب مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ نسبت به خط $d_۱$ است. بازتاب مثلث $\overset{\triangle}{A'B'C'}$ را نسبت به خط $d_۲$ رسم کنید و آن‌را $\overset{\triangle}{A''B''C''}$ بنامید.



الف) نشان دهید: $AA' = ۲m$

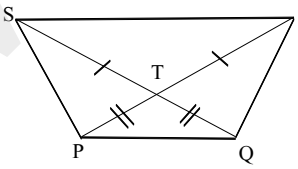
ب) اندازه‌ی BB'' و CC'' چه‌قدر است؟

پ) با چه تبدیلی می‌توان مثلث $\overset{\triangle}{A''B''C''}$ را تصویر $\overset{\triangle}{ABC}$ دانست؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱۴- در حالتی‌که پاره‌خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد، ثابت کنید که اگر A'B' بازتاب AB باشد، AB و A'B' هم‌اندازه‌اند.

۱۵- در شکل روبه‌رو PR و QS قطرها، $PT = QT$ و $RT = ST$

با استفاده از بازتاب ثابت کنید: $PQS \cong QPR$

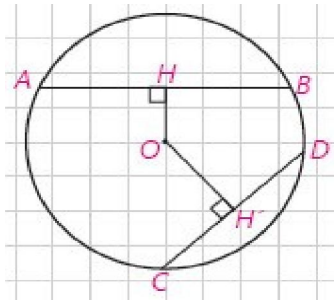


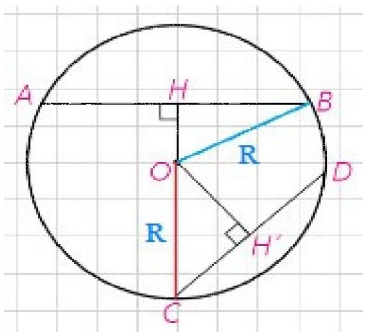
۱۶- با استفاده از بازتاب ثابت کنید:

فاصله‌ی هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط تا دو سر آن به یک اندازه است.

www-kanoon.ir

۱- در دایره‌ی $C(O , R)$ نشان دهید $AB > CD$ اگر و تنها اگر $OH < OH'$
(OH و OH' فاصله‌ی O از دو وتر AB و CD هستند.)





فرض : $AB > CD$ حکم : $OH < OH'$

$OB = OC = R \quad , \quad BH = \frac{AB}{۲} \quad , \quad CH' = \frac{CD}{۲} \quad (۱)$

$\overset{\triangle}{OBH} : H = ۹۰^\circ \Rightarrow BH^۲ = R^۲ - OH^۲$

$\overset{\triangle}{OCH'} = H' = ۹۰^\circ \Rightarrow CH'^۲ = R^۲ - OH'^۲$

$$AB > CD \Rightarrow \frac{AB}{۲} > \frac{CD}{۲} \xrightarrow{(۱)} BH > CH' \Rightarrow BH^۲ > CH'^۲ \Rightarrow R^۲ - OH^۲ > R^۲ - OH'^۲$$

$$\Rightarrow -OH^۲ > -OH'^۲ \xrightarrow{\times(-۱)} OH^۲ < OH'^۲ \xrightarrow[OH' > ۰]{OH > ۰} OH < OH'$$

فرض : $OH < OH'$ حکم : $AB > CD$

$OB = OC = R \quad , \quad ۲BH = AB \quad , \quad ۲CH' = CD \quad (۱)$

$\overset{\triangle}{OBH} : H = ۹۰^\circ \Rightarrow OH^۲ = R^۲ - BH^۲$

$\overset{\triangle}{OCH'} : H' = ۹۰^\circ \Rightarrow OH'^۲ = R^۲ - CH'^۲$

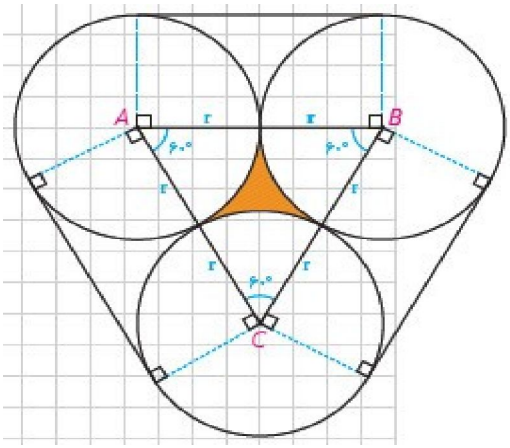
$$OH < OH' \Rightarrow R^۲ - BH^۲ < R^۲ - CH'^۲ \Rightarrow -BH^۲ < -CH'^۲ \xrightarrow{\times(-۱)} BH^۲ > CH'^۲$$

$$\xrightarrow[CH' > ۰]{BH > ۰} BH > CH' \xrightarrow{(۱)} AB > CD$$

راهنمایی: O به B و C وصل، و از قضیه‌ی فیثاغورس استفاده کنید.

www.kanoon.ir

۲- سه دایره به شعاع‌های برابر r دو به دو بر هم مماس‌اند. مطابق شکل مقابل این سه دایره به وسیله‌ی نخی بسته شده‌اند. نشان دهید طول این نخ برابر $۶r + ۲\pi r$. هم‌چنین نشان دهید مساحت ناحیه محدود به سه دایره برابر $r^۲\left(\sqrt{۳} - \frac{\pi}{۲}\right)$ است.



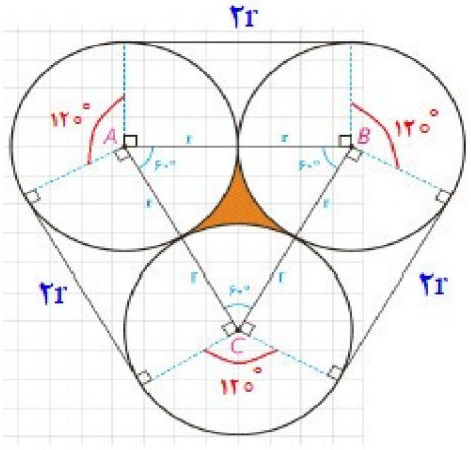
مجموع سه قطاع با زاویه‌ی ۱۲۰ درجه تشکیل یک دایره کامل می‌دهد بنابراین داریم:

طول نخ = محیط یک دایره $+ ۲r + ۲r + ۲r = ۶r + ۲\pi r$

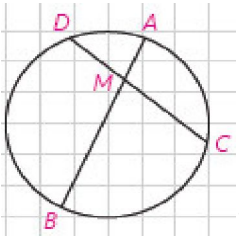
مجموع سه قطاع با زاویه ۶۰ درجه تشکیل یک نیم‌دایره می‌دهد بنابراین داریم:

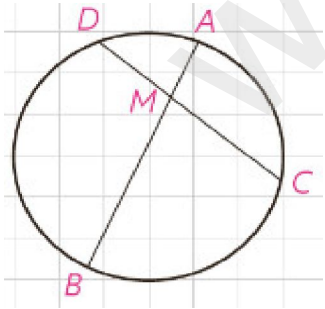
مساحت ناحیه هاشور خورده =
مساحت نیم‌دایره - مساحت مثلث ABC
مساحت ناحیه هاشور خورده =

$$\frac{\sqrt{۳}}{۴}(۲r)^۲ - \frac{\pi r^۲}{۲} = \frac{۴\sqrt{۳}}{۴}r^۲ - \frac{\pi r^۲}{۲} = r^۲\left(\sqrt{۳} - \frac{\pi}{۳}\right)$$



۳- در دایره‌ی $C(O, R)$ وتر AB، وتر CD به طول ۹ سانتی‌متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر $AB = ۱۱\,cm$، آن‌گاه وتر CD وتر AB را به چه نسبتی قطع می‌کند؟





$$\frac{DM}{MC} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{DM}{DC} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{DM}{۹} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow DM = ۳ \Rightarrow MC = ۶$$

$$DM.MC = AM.BM \xrightarrow{AM = x} ۳ \times ۶ = x(۱۱ - x)$$

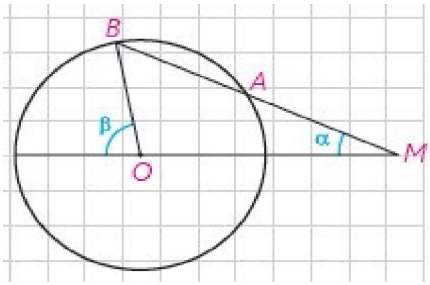
$$x^۲ - ۱۱x + ۱۸ = ۰ \Rightarrow (x - ۹)(x - ۲) = ۰ \Rightarrow x = ۲ \quad , \quad x = ۹$$

پس $\frac{AM}{MB} = \frac{۹}{۲}$ یا $\frac{AM}{MB} = \frac{۲}{۹}$

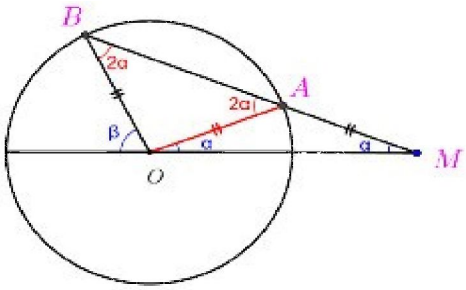
www-kanoon-ir

درس:هندسه ۱	**مدیریت آموزش وپرورش شهرستان کبودراهنگ**	تاریخ : ۱۴۰۴/۱۰/۰۸
پایه: دهم ریاضی	**دبیرستان آینده سازان**	مدت: ۹۰ دقیقه
نام ونام خانوادگی	سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴	نام دبیر :

۴- دایره‌ی $C(O , R)$ مفروض است. از نقطه‌ی M در خارج دایره خطی چنان رسم کرده‌ایم که دایره را در دو نقطه‌ی A و B قطع کرده است و $MA = R$؛ نشان دهید: $\beta = ۳\alpha$

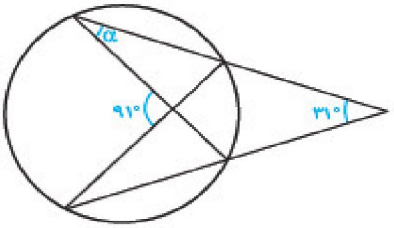


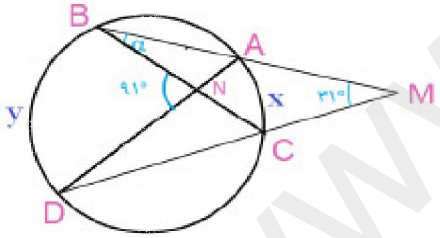
با توجه به فرض مسئله، مثلث‌های OAM و OAB متساوی‌الساقین هستند.
در مثلث OBM داریم:



$$\beta = ۲\alpha + \alpha = ۳\alpha$$

۵- در شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی α را به دست آورید.



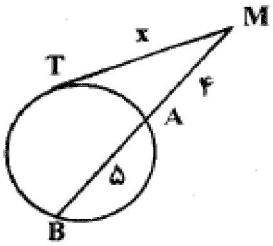


$$\hat{M} = \frac{y - x}{۲} \Rightarrow ۲ \times ۳۱^\circ = y - x$$

$$\hat{N} = \frac{y + x}{۲} \Rightarrow ۲ \times ۹۱^\circ = y + x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y - x = ۶۲^\circ \\ y + x = ۱۸۲^\circ \end{cases} \Rightarrow ۲y = ۲۴۴^\circ \Rightarrow y = ۱۲۲^\circ \Rightarrow x = ۶۰^\circ$$

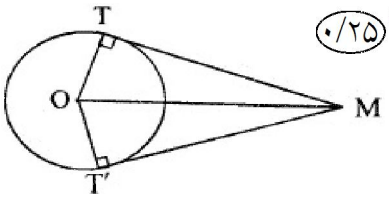
۶- در شکل زیر مقدار x را به دست آورید.



$$MT^۲ = MA \times MB \ (۰/۲۵) \Rightarrow x^۲ = ۴ \times ۹ \ (۰/۲۵) \Rightarrow x = ۶ \ (۰/۲۵)$$

www-kanoon-ir

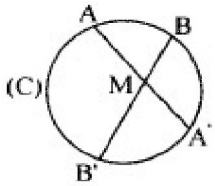
۷- قضیه: ثابت کنید طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه‌ی خارج آن با هم برابرند.



چون شعاع در نقطه‌ی تماس بر خط مماس عمود است نتیجه می‌گیریم: $\hat{T}=\hat{T}'=۹۰^\circ$ (۰/۲۵)

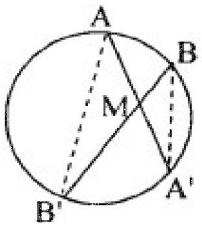
$$\begin{cases}\hat{T}=\hat{T}'=۹۰^\circ\\ OT=OT' \quad (۰/۲۵)\\ OM=OM\end{cases}\Rightarrow \triangle OMT\cong\triangle OMT' \Rightarrow MT=MT' \quad (۰/۲۵)$$

۸- قضیه: از نقطه M واقع در داخل دایره (C) دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده‌اند، ثابت کنید:



$$MA\times MA' = MB\times MB'$$

برهان: از A به B' و از B به A' وصل می‌کنیم، دو مثلث AMB' و BMA' متشابه‌اند. (۰/۲۵) زیرا:



$$\begin{cases}A\hat{M}B' = A'\hat{M}B\\ \hat{A}=\hat{B}=\dfrac{\overset{\frown}{A'B'}}{۲}\end{cases} \quad (۰/۵)\Rightarrow \frac{MA}{MB}=\frac{MB'}{MA'}(۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow MA\times MA' = MB\times MB'$$

ص ۷۴

۹- در سوالات زیر گزینه درست را انتخاب کنید:

الف) مرکز دایره محاطی داخلی هر مثلث، محل برخورد ..... آن مثلث است.

۱) ارتفاع‌های اضلاع ۲) عمود منصف‌های اضلاع
۳) نیم‌سازهای زاویه‌های درونی ۴) میانه‌های اضلاع

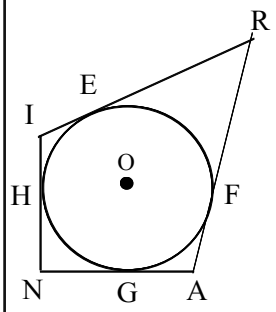
ب) مرکز دایره محیطی هر مثلث، محل برخورد ..... آن مثلث است.

۱) ارتفاع‌های اضلاع ۲) عمودمنصف‌های اضلاع
۳) نیم‌سازهای زاویه‌های درونی ۴) میانه‌های اضلاع

الف) گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۰/۲۵) ص ۵۳
ب) گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۰/۲۵) ص ۵۹

www-kanoon-ir

۱۰- ضلع‌های چهارضلعی محیطی IRAN بر دایره مماس‌اند. (شکل روبه‌رو)
ثابت کنید: $IR + AN = RA + NI$



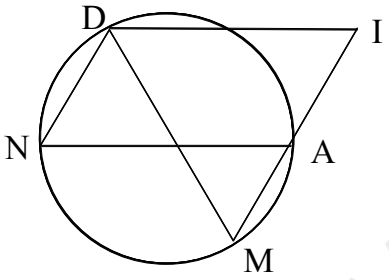
می‌دانیم اگر از هر نقطه دو مماس بر دایره رسم کنیم آن‌گاه اندازه‌های دو مماس برابرند، بنابراین:

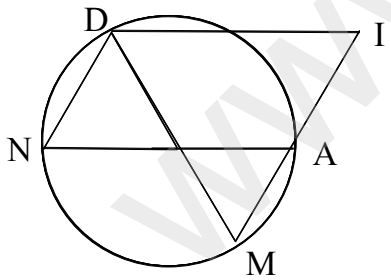
$$\begin{cases} RE = RF \\ IE = IH \\ NG = NH \\ AG = AF \end{cases}$$

رابطه‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$\Rightarrow RE + IE + NG + AG = RF + IH + NH + AF$$
$$\Rightarrow IR + AN = RA + NI$$

۱۱- در شکل روبرو چهارضلعی DIAN یک متوازی‌الاضلاع است، و نقطه‌های I و A و M روی یک خط راست قرار دارند، ثابت کنید: $DM = DI$





در متوازی‌الاضلاع DINA : $\hat{N} = \hat{I}$ (۰/۲۵)

از طرف دیگر $\hat{N}$ و $\hat{M}$ محاطی ، $\hat{N} = \hat{M} = \frac{AD}{۲}$ (۰/۲۵) در نتیجه $\hat{M} = \hat{I}$ (۰/۲۵) پس مثلث MDI متساوی‌الساقین است. (۰/۲۵) پس داریم $DM = DI$

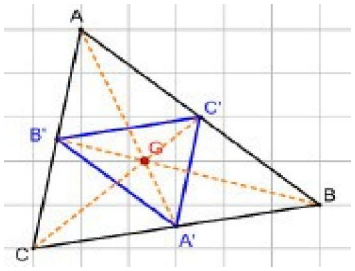
www-kanoon-ir

درس:هندسه ۱ پایه: دهم ریاضی نام ونام خانوادگی	**مدیریت آموزش وپرورش شهرستان کبودراهنگ** **دبیرستان آینده سازان** سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴	تاریخ : ۱۴۰۴/۱۰/۰۸ مدت: ۹۰ دقیقه نام دبیر :

۱۲- فرض کنید G محل برخورد میانه‌های مثلث ABC (مرکز ثقل آن) باشد و مثلث A'B'C' مجانس مثلث ABC در تجانس به مرکز G و نسبت $K = -\frac{۱}{۲}$ باشد.

الف) جایگاه رأس‌های A' و B' و C' نسبت به مثلث ABC کجاست؟

ب) مساحت مثلث A'B'C' چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

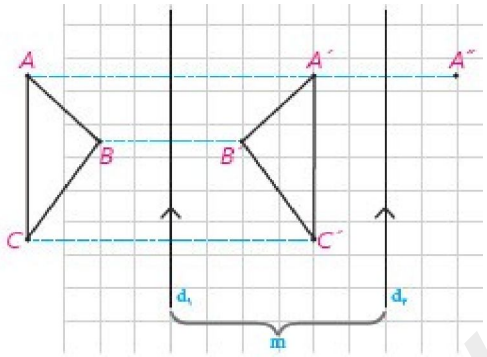


الف) A' وسط BC، B' وسط AC و C' وسط AB قرار دارند.

با توجه به خاصیت مرکز ثقل می‌دانیم که $GA' = \frac{۱}{۲}GA$ هم‌چنین نقطه‌ی G بین A و A' پس نقطه‌ی A' مجانس نقطه‌ی A به مرکز تجانس G و نسبت تجانس $-\frac{۱}{۲}$ است. همین مطلب در مورد نقاط B' و C' نیز صدق می‌کند.

ب) با توجه به ویژگی تجانس مساحت مثلث A'B'C'، $\frac{۱}{۴}$ مساحت مثلث ABC است.

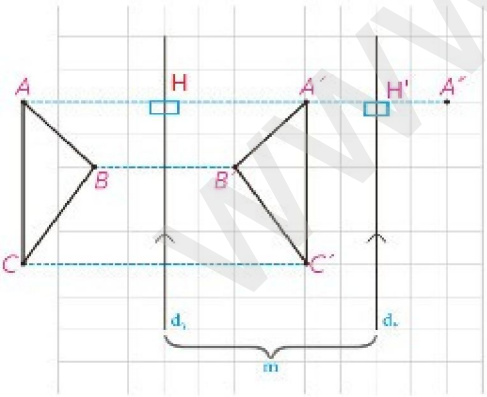
۱۳- در شکل، $d_۱$ به موازات $d_۲$ و به فاصله‌ی m از آن قرار دارد و مثلث $A'\overset{\triangle}{B}'C'$ بازتاب مثلث $A\overset{\triangle}{B}C$ نسبت به خط $d_۱$ است. بازتاب مثلث $A'\overset{\triangle}{B}'C'$ را نسبت به خط $d_۲$ رسم کنید و آن‌را $A''\overset{\triangle}{B}''C''$ بنامید.



الف) نشان دهید: $AA' = ۲m$

ب) اندازه‌ی BB'' و CC'' چه‌قدر است؟

پ) با چه تبدیلی می‌توان مثلث $A''\overset{\triangle}{B}''C''$ را تصویر $A\overset{\triangle}{B}C$ دانست؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



الف) $AA'' = AH + HA' + A'H' + H'A''$

$$\xrightarrow[A'H' = H'A'']{AH = HA'} AA' = ۲HA' + ۲A'H'$$

$$\Rightarrow AA'' = ۲\underbrace{(HA' + A'H')}_{m} \Rightarrow AA'' = ۲m$$

ب) بنا بر اثبات قسمت الف به روش مشابه نتیجه می‌گیریم که:

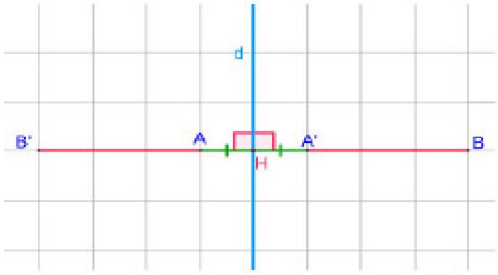
$BB'' = CC'' = ۲m$

پ) با انتقالی تحت بردار انتقالی که اندازه‌ی آن دو برابر فاصله‌ی بین دو خط بازتاب $d_۱$ و $d_۲$ یعنی $۲m$ و راستای آن عمود بر این دو خط است، می‌توان مثلث $A''\overset{\triangle}{B}''C''$ را تصویر را تصویر مثلث $A\overset{\triangle}{B}C$ دانست.

نتیجه می‌گیریم، ترکیب دو بازتابی که محورهای بازتاب موازی یک‌دیگر هستند یک انتقال است.

www-kanoon-ir

۱۴- در حالتی‌که پاره‌خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد، ثابت کنید که اگر A'B' بازتاب AB باشد، AB و A'B' هم‌اندازه‌اند.



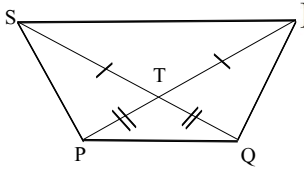
$B'H = BH \Rightarrow B'A + AH$ بنا بر تعریف بازتاب

$= BA' + A'H \xrightarrow[\text{بنا بر تعریف بازتاب}]{AH = A'H}$

$B'A = BA'$

$$\left.\begin{array}{l} AB = AA' + A'B \\ A'B' = AA' + B'A \\ B'A = BA' \end{array}\right\} \Rightarrow AB = A'B'$$

۱۵- در شکل روبه‌رو PR و QS قطرها، $RT = ST$ و $PT = QT$
با استفاده از بازتاب ثابت کنید: $PQS \cong QPR$



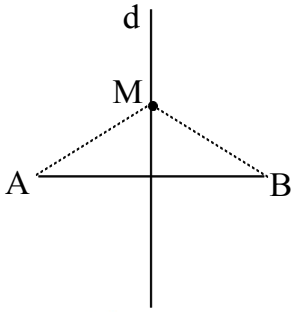
از نقطه‌ی T خط d بر SR و PQ عمود می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} S \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط d}} R \\ P \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط d}} Q \\ Q \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط d}} P \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\frown}{SPQ} \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط d}} \overset{\frown}{RQP}$$

بازتاب نسبت به خط ایزومتری است پس دو مثلث $\overset{\frown}{SPQ}$ و $\overset{\frown}{RQP}$ مساویند.

www.kanoon.ir

۱۶- با استفاده از بازتاب ثابت کنید:
فاصله‌ی هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط
تا دو سر آن به یک اندازه است.



فرض کنید خط d عمودمنصف پاره خط AB باشد و M نقطه‌ای از خط d باشد.

$$\left.\begin{array}{l} A \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} B \\ M \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} M \end{array}\right\} \Rightarrow AM \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} BM$$

بازتاب نسبت به خط تبدیل ایزومتری است پس $AM = BM$.