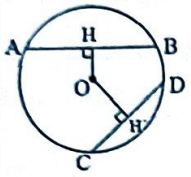
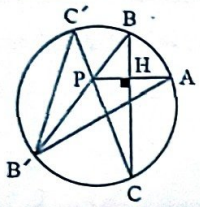
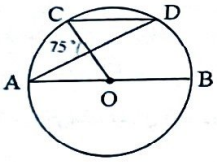
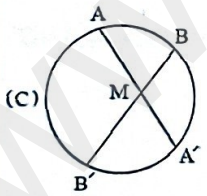
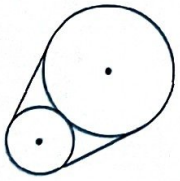
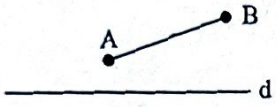
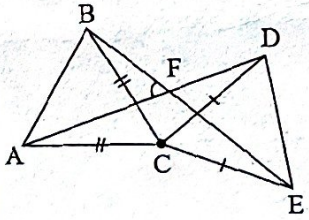
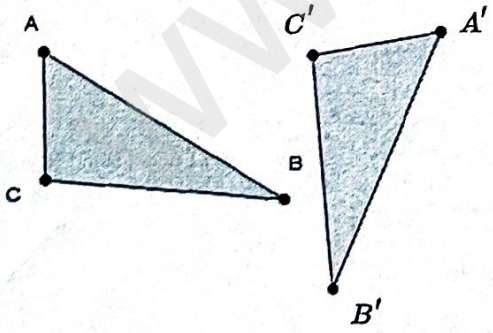
"باسمه تعالی"

نام ونام خانوادگی	ادارهٔکل آموزش و پرورش استان گیلان	تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۱۶
	مدیریت آموزش و پرورش شهرستان تالش - کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی	تعداد صفحات: ۳صفحه
نام آموزشگاه:دبیرستان غیردولتی یکان (فردای روشن)	سؤالات امتحان درس هندسه ۲	مدت امتحان: ۹۰دقیقه
پایهٔ: دهم☐ یازدهم■ دوازدهم☐	دانش آموزان دورهٔ دوم متوسطه در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۴	ساعت شروع: ۱۱صبح

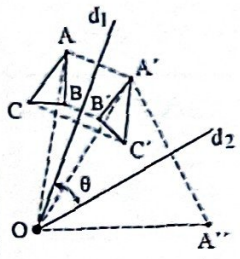
ردیف		نمره
۱	جاهای خالی را با کلمات یا عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر دو دایره متخارج باشند، دارای ..... مماس هستند. ب) در بازتاب، شیب خطوطی که..... .....حفظ می شود. پ) تبدیلی که فاصله بین نقطه ها را حفظ کند، ....نامیده می شود. ت) یک چهار ضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع اندازه های دو ضلع، برابر..... باشند.	۱
۲	در دایرهٔ $C(O,R)$ اگر $AB > CD$ نشان دهید $OH < OH'$ (OH و OH' فاصلهٔ O از دو وتر AB و CD هستند) 	۱
۳	در شکل مقابل BC عمودمنصف AP است. اگر $P\hat{C}H = \alpha$ باشد، اندازهٔ زاویهٔ $BB'A$ را برحسب α بیابید. 	۱
۴	در دایرهٔ شکل مقابل O مرکز و $CD \parallel AB$، اندازه کمان CD را به دست آورید. 	۱
۵	قضیه: از نقطهٔ M واقع در داخل دایره (C) دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده‌اند، ثابت کنید: $MA \times MA' = MB \times MB'$ 	۱
۶	دو تیر استوانه‌ای به قطرهای ۶ و ۸ سانتی‌متر مطابق شکل، کنار یکدیگر قرار گرفته و با سیم به‌هم بسته شده است. طول سیم که دور آنها می‌پیچد؛ چقدر است؟ 	۱/۵

www-kanoon-ir

ردیف		نمره
۷	در چهارضلعی $ABCD$، $AB + CD = AD + BC$ است. ثابت کنید که این چهارضلعی محیطی است.	۲
۸	اگر r_a, r_b و r_c شعاع‌های سه دایرهٔ محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی باشد، نشان دهید: $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$ به همین ترتیب اگر h_a, h_b و h_c اندازه‌های سه ارتفاع باشند، نشان دهید: $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$	۱
۹	یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، محیط بر دایره‌ای به شعاع r است. اگر زاویهٔ ذوزنقه ۱۲۰° باشد، مساحت ذوزنقه چند برابر r^2 است؟	۱/۵
۱۰	ثابت کنید بازتاب محوری یک تبدیل طولپا است.  d محور بازتاب است.	۱
۱۱	نشان دهید در تبدیل انتقال، اندازهٔ هر پاره‌خط و اندازهٔ تصویر آن با هم برابرند. (فقط حالت غیرموازی رابررسی کنید)	۱
۱۲	در شکل روبه‌رو، مثلث‌های $\overset{\triangle}{ABC}$ و $\overset{\triangle}{DEC}$ متساوی‌الاضلاع هستند. الف) با کدام تبدیل و به چه صورت نقطهٔ A بر B و نقطهٔ D بر E تصویر می‌شود؟ ب) با استفاده از ویژگی‌های تبدیل قسمت (الف)، ثابت کنید که: $AD = BE$ و $A\hat{F}B = ۶۰^\circ$. 	۱/۵
۱۳	نقاط A'، B' و C' به ترتیب دوران‌یافتهٔ نقاط A، B و C هستند. روش یافتن مرکز دوران را شرح دهید. 	۱

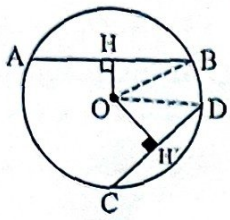
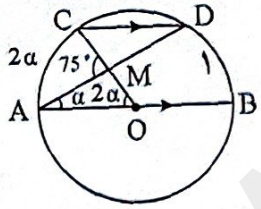
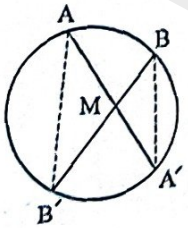
www.karnoon.ir

ردیف		نمره
۱۴	اگر مرکز دوران O بر پاره‌خط AB و امتداد آن واقع نباشد و زاویهٔ دوران از زاویهٔ $\overset{\frown}{AOB}$ بیشتر باشد. ثابت کنید دوران طولیا است.	۱
۱۵	در تجانسی با نسبت $k > 0$ و مرکز تجانس O (نقطهٔ O را خارج AB در نظر بگیرید) نشان دهید: الف) تجانس شیب خط را حفظ می‌کند. ب) تجانس زاویهٔ بین خطوط را حفظ می‌کند.	۲
۱۶	در شکل، دو خط d_1 و d_2 با زاویهٔ θ یکدیگر را قطع کرده‌اند. مثلث $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d_1 است. بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط d_2 رسم کنید و آن را $\overset{\Delta}{A''B''C''}$ بنامید. الف) نشان دهید: $A\hat{O}A'' = 2\theta$ ب) اندازهٔ $C\hat{O}C''$ و $B\hat{O}B''$ چقدر است؟ پ) با چه تبدیلی می‌توان مثلث $\overset{\Delta}{A''B''C''}$ را تصویر $\overset{\Delta}{ABC}$ دانست؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟	۱/۵

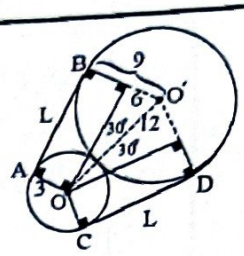
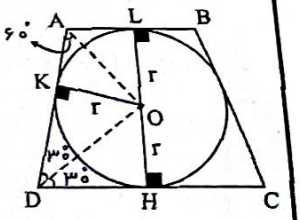


زندگي زيباست، زيبايي زندگي به رياضيات است و زيبايي رياضيات به هندسه و زيبايي هندسه به يك نقطه و زيبايي نقطه به هيچ .

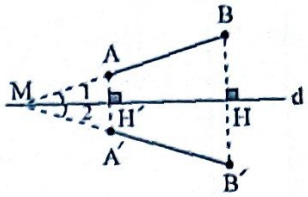
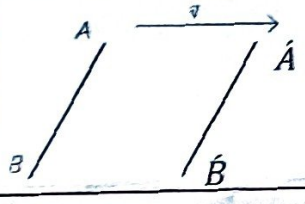
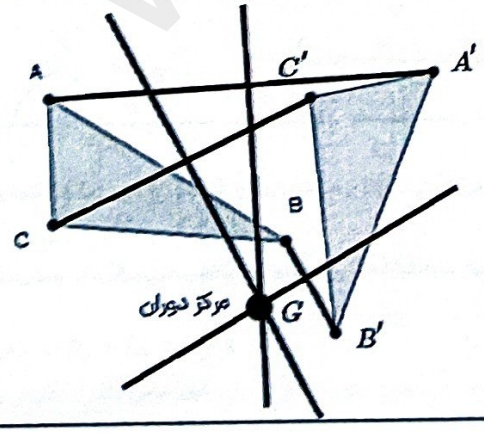
www-kanoon.ir

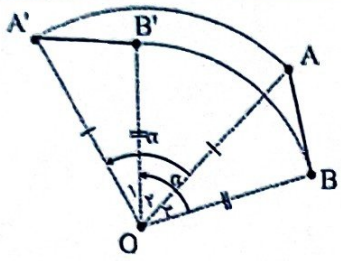
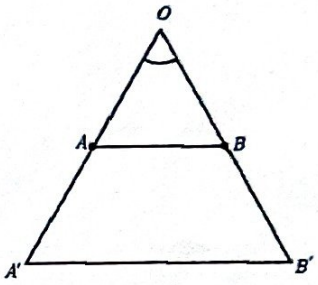
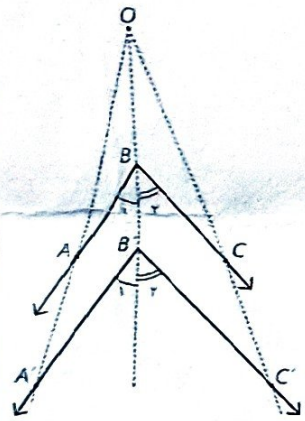
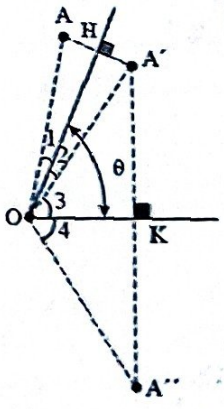
ردیف		نمره
۱	الف) ۴ ب) عمودبرهم-موازی باهم پ) طولها ت) مجموع دوضلع دیگر	۱
۲	از O به B و C وصل می‌کنیم. $\begin{cases} OH \perp AB \Rightarrow AH = BH = \frac{AB}{2} \\ OH' \perp CD \Rightarrow CH' = DH' = \frac{CD}{2} \\ OB = OD = R \end{cases}$ اگر $AB \geq CD$ داریم: $\frac{AB}{2} > \frac{CD}{2} \Rightarrow BH > DH'$  $\begin{cases} \overset{\Delta}{OBH} : BH^2 = R^2 - OH^2 \\ \overset{\Delta}{ODH'} : DH'^2 = R^2 - OH'^2 \end{cases} \Rightarrow R^2 - OH^2 > R^2 - OH'^2 \Rightarrow OH < OH'$	۱
۳	از C به A وصل می‌کنیم، دو مثلث PCH و ACH به‌حالت دو ضلع و زاویهٔ بین (قائمه) هم‌نهشت هستند، داریم: $\begin{cases} H\hat{C}A = H\hat{C}P \ , \ H\hat{C}P = \frac{\overset{\frown}{BC'}}{2} \Rightarrow \overset{\frown}{BC'} = 2\alpha \\ H\hat{C}P = \alpha \end{cases}$ $H\hat{C}A = H\hat{C}P = \alpha \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = 2\alpha \ , \ (\text{محاطی}) \ B\hat{B'}A = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} = \frac{2\alpha}{2} = \alpha$	۱
۴	زاویهٔ محاطی $\hat{A}$ را برابر α در نظر می‌گیریم، پس کمان روبه‌روی آن برابر $\overset{\frown}{BD} = 2\alpha$ می‌شود. $AB \parallel CD \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD} = 2\alpha$ اندازهٔ زاویهٔ مرکزی $A\hat{O}C$ برابر کمان روبه‌رویش یعنی $\overset{\frown}{AC} = 2\alpha$ می‌شود.  $\overset{\Delta}{AOM} : 75^\circ = \alpha + 2\alpha = 3\alpha \Rightarrow \alpha = 25^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD} = 50^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{CD} = 180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ$	۱
۵	برهان: از A به B' و از B به A' وصل می‌کنیم، دو مثلث AMB' و BMA' متشابه هستند، زیرا:  $\begin{cases} A\hat{M}B' = A'\hat{M}B \\ \hat{A} = \hat{B} = \frac{\overset{\frown}{A'B'}}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$	۱
۶	چون دو دایره بر هم مماس هستند، طول خط‌المرکزین برابر است با: $OO' = R_1 + R_2 = 3 + 9 = 12$ از O عمودهایی بر شعاع‌های $O'B$ و $O'D$ فرود می‌آوریم، در نتیجه دو مستطیل به وجود می‌آید، بنابراین طول سیم برابر است با دو برابر طول مماس مشترک خارجی و مجموع یک کمان 120° از دایرهٔ کوچک (چرا؟!) و یک کمان 240° از دایرهٔ بزرگ (چرا؟!):	۱/۵

www-kanoon-ir

ردیف		نمره
۷	 $x = ۲\sqrt{۱۲^۲ - (۶)^۲} + \frac{۱۲۰}{۳۶۰}(۲\pi \times ۳) + \frac{۲۴۰}{۳۶۰}(۲\pi \times ۹) = ۱۲\sqrt{۳} + ۲\pi + ۱۲\pi = ۱۲\sqrt{۳} + ۱۴\pi$ توجه: اگر دو دایره مماس خارج باشند، طول مماس مشترک خارجی آنها را از رابطهٔ $L = ۲\sqrt{RR'}$ هم می‌توان به دست آورد.	
۸	نیمسازهای دو زاویهٔ B و C همدیگر را در نقطه‌ای مانند I قطع می‌کنند. با توجه به ویژگی نیمساز، چرا نقطهٔ I از سه ضلع CD و BC و AB به یک فاصله است؟(IM=IN=IP) چرا دایره‌ای به مرکز I و شعاع IM بر AB و BC و CD مماس است؟ حال اگر این دایره بر AD هم مماس باشد، حکم ثابت شده است. اما اگر این دایره بر AD مماس نباشد از A بر آن مماسی رسم می‌کنیم تا خط CD را در نقطه‌ای مانند E قطع کند؛ در این صورت E بین P و D یا D بین E و P واقع می‌شود. پس، $AB+EC=AE+BC$ ؛ از این رابطه با استفاده از رابطه فرض چگونه نتیجه می‌گیرید : $AD=DE+AE$ ؟ این رابطه امکان ندارد؛ پس E همان D است و دایره بر ضلع AD نیز مماس است.	۲
۹	در فرمول‌های مقابل S مساحت و p نصف محیط می‌باشد. $r_a = \frac{S}{p-a}, r_b = \frac{S}{p-b}, r_c = \frac{S}{p-c}, r = \frac{S}{p}$ $\frac{۱}{r_a} + \frac{۱}{r_b} + \frac{۱}{r_c} = \frac{۱}{\frac{S}{p-a}} + \frac{۱}{\frac{S}{p-b}} + \frac{۱}{\frac{S}{p-c}} = \frac{p-a+p-b+p-c}{S} = \frac{۳p-۲p}{S} = \frac{p}{S} = \frac{۱}{r}$ $S_{\triangle ABC} = \frac{۱}{۲}a \cdot h_a = \frac{۱}{۲}b \cdot h_b = \frac{۱}{۲}c \cdot h_c \Rightarrow h_a = \frac{۲S}{a}, h_b = \frac{۲S}{b}, h_c = \frac{۲S}{c}$ $\frac{۱}{h_a} + \frac{۱}{h_b} + \frac{۱}{h_c} = \frac{a}{۲S} + \frac{b}{۲S} + \frac{c}{۲S} = \frac{a+b+c}{۲S} = \frac{۲p}{۲S} = \frac{p}{S} = \frac{۱}{r}$	۱
۱۰	 $DH = \frac{CD}{۲}$, $\tan ۳۰^\circ = \frac{r}{DH} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{r}{DH}$ $\Rightarrow DH = \sqrt{۳r} \Rightarrow DC = ۲\sqrt{۳r}$ $AL = AK$, $\tan ۶۰^\circ = \frac{r}{AK} \Rightarrow \sqrt{۳} = \frac{r}{AK} \Rightarrow AK = \frac{r}{\sqrt{۳}} = AL = \frac{AB}{۲} \Rightarrow AB = ۲AL = \frac{۲r}{\sqrt{۳}}$ همچنین : $HL = ۲r$ $S_{ABCD} = (AB + CD) \times \frac{LH}{۲} = (\frac{۲r}{\sqrt{۳}} + ۲\sqrt{۳r}) \times \frac{۲r}{۲} = (\frac{۸}{\sqrt{۳}})r^۲ \Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{r^۲} = \frac{۸}{\sqrt{۳}}$	۱/۵
۱۰	امتداد AB، خط d را در نقطهٔ M قطع می‌کند. نقطهٔ B را نسبت به محور d بازتاب می‌کنیم تا B' به‌دست آید. MB' را رسم می‌کنیم، بازتاب نقطهٔ A نسبت به خط d را پیدا می‌کنیم و ثابت می‌کنیم نقطه A' می‌باشد، به‌طوری که A' روی MB' قرار می‌گیرد. مثلث‌های MBB' و MAA' متساوی‌الساقین هستند، زیرا: $\begin{cases} \hat{H} = ۹۰^\circ, BH = B'H \Rightarrow BB' \text{ عمودمنصف } d \Rightarrow MB = MB' \quad (۱) \\ \hat{H'} = ۹۰^\circ, AH' = A'H' \Rightarrow AA' \text{ عمودمنصف } d \Rightarrow MA = MA' \quad (۲) \end{cases}$	۱

www.kanoon.ir

ردیف		نمره
	 از طرفی می‌دانیم که در مثلث متساوی‌الساقین، عمودمنصف d، نیمساز زاویهٔ M می‌باشد، پس $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ و درنتیجه، A' روی MB' قرار دارد. از طرفی از موارد (۱) و (۲) داریم؛ $MB = MB', MA = MA' \Rightarrow MB - MA = MB' - MA' \Rightarrow AB = A'B'$ بنابراین در این حالت، بازتاب طولپا می‌باشد.	
۱۱	 $A\acute{A} = \parallel \vec{V}$ $B\acute{B} = \parallel \vec{V}$ $\Rightarrow$ چهارضلعی $A\acute{A}\,\acute{B}B$ متوازی الضلاع است $\Rightarrow AB = \acute{A}\acute{B}$	۱
۱۲	$A\hat{B}C$ متساوی‌الاضلاع $\Rightarrow A\hat{C}B = ۶۰^\circ$ ، $AC = CB$ الف) پس می‌توان گفت که نقطهٔ B دوران‌یافتهٔ A به مرکز C و زاویهٔ -۶۰° است. به همین ترتیب: $C\hat{D}E$ متساوی‌الاضلاع $\Rightarrow D\hat{C}E = ۶۰^\circ$ ، $CD = CE$ نتیجه می‌گیریم که نقطهٔ E دوران‌یافتهٔ D به مرکز C و زاویهٔ -۶۰° است.	۱/۵
	ب) با استفاده از قسمت (الف)، نتیجه می‌گیریم که AD تحت دوران به مرکز C و زاویهٔ -۶۰° روی BE تصویر می‌شود. دوران طولپا است، پس $AD = BE$. همچنین می‌دانیم که زاویهٔ بین خط و دوران‌یافتهٔ آن به اندازهٔ دوران است، پس؛ $A\hat{F}B = ۶۰^\circ$. $\begin{cases} T(A) = B \\ T(D) = E \end{cases} \rightarrow T(AD) = BE$	
۱۳	محل همرسی عمودمنصف‌های پاره‌خط‌های واصل بین هر نقطه و تصویرش، مرکز دوران است. 	۱

ردیف		نمره
۱۴	مرکز دوران بر پاره خط AB واقع نباشد و زاویه دوران از زاویه AOB بیشتر باشد :  $\left.\begin{array}{l} AOA' = BOB' = \alpha \\ AOB = \alpha - O_2 \\ A'OB' = \alpha - O_2 \end{array}\right\} \Rightarrow AOB = A'OB'$ در نتیجه دو مثلث AOB و A'OB' بنا به حالت (ض ز ض) همنهشتند پس AB=A'B' .	۱
۱۵	الف) مسئله را تنها برای حالتی بررسی می کنیم که نقطه O روی پاره‌خط AB قرار ندارد. اگر $K>0$ در نتیجه :  $\left.\begin{array}{l} OA' = K.OA \\ OB' = K.OB \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = K \xrightarrow{\text{عکس ق تالس}} AB \parallel A'B' \xrightarrow{\text{قضیه تالس}}$	۲
	ب) می‌خواهیم نشان دهیم تجانس، اندازهٔ زاویه را حفظ می کند. تجانس D با مرکز تجانس O و نسبت تجانس k و زاویه $\widehat{ABC}$ را در نظر می گیریم. مجانس این زاویه، یعنی زاویه $\widehat{A'B'C'}$  ۱ $AB \parallel A'B'$, OB' مورب $\xrightarrow{\text{ق خطوط موازی}}$ $\hat{B}_1 = \hat{B}'_1$ ۲ $BC \parallel B'C'$, OB' مورب $\xrightarrow{\text{ق خطوط موازی}}$ $\hat{B}_2 = \hat{B}'_2$ از جمع دو طرف رابطه ۱ و ۲ داریم : $\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{B}'_1 + \hat{B}'_2 \Rightarrow A\hat{B}C = A'\hat{B}'C'$	
۱۶	الف) بازتاب، اندازهٔ زاویه را حفظ می‌کند. داریم: $\begin{cases} A \text{ بازتاب } A' \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ A' \text{ بازتاب } A'' \Rightarrow \hat{O}_3 = \hat{O}_4 \end{cases} \Rightarrow A\hat{O}A'' = 2(\hat{O}_2 + \hat{O}_3) = 2\theta$  ب) به همین ترتیب داریم: $B\hat{O}B'' = C\hat{O}C'' = 2\theta$ پ) از آنجا که داریم: $OA = OA'', A\hat{O}A'' = 2\theta$ پس A'' دوران‌یافتهٔ A به مرکز O و زاویهٔ 2θ می‌باشد. پس $\overset{\Delta}{A''B''C''}$ دوران‌یافتهٔ $\overset{\Delta}{ABC}$ به مرکز O و زاویهٔ 2θ می‌باشد.	۱/۵