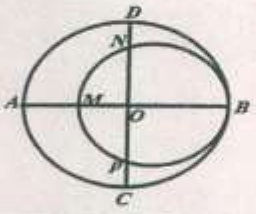
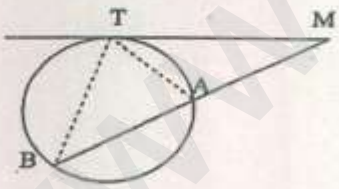
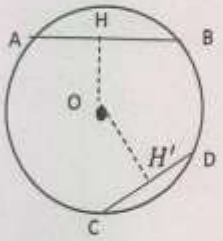
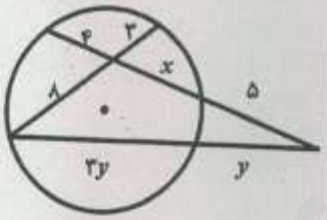
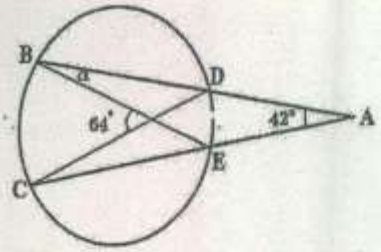
شماره داوطلب :	بسمه تعالی	نام درس : هندسه ۲
نام :	وزارت آموزش و پرورش	تاریخ امتحان : ۲۵/ ۱۰ /۱۴۰۴
نام خانوادگی :	اداره کل آموزش و پرورش استان یزد	تعداد صفحه : ۲
نام پدر:		تعداد سؤال : ۱۶ سوال
نام آموزشگاه : دبیرستان روش نوین	اداره ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش ناحیه دو	زمان شروع : ۸ صبح
پایه : یازدهم رشته:ریاضی فیزیک		وقت: ۱۰۵ دقیقه

	سوال	بارم
۱	ثابت کنید قطری که وتری از دایره را نصف کرده باشد، آنگاه بر آن عمود است و کمان مربوط به آن وتر را نصف می کند؟	۱
۲	نشان دهید در دو دایره مماس خارج طول مماس مشترک خارجی برابر $TT' = ۲\sqrt{RR'}$	۱
۳	نشان دهید در هر تبدیل طولپا ، اندازه زاویه حفظ می شود؟	۱
٤	در شکل مقابل دو دایره بر هم مماس و دو قطر AB و CD از دایره بزرگ تر بر هم عمودند . اگر AM=9 و ND=5 ، شعاع های دو دایره را به دست آورید . 	۱
٥	از نقطه M خارج دایره، مماس MT و قاطعی رسم می کنیم تا دایره را در نقاط A,B قطع کند؛ ثابت کنید: $MT^2 = MA \times MB$ 	۱
٦	ثابت کنید اگر ذوزنقه محاطی باشد آنگاه متساوی الساقین است ؟	۱
۷	اگر r_a و r_b و r_c شعاعهای سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد .نشان دهید : $\frac{۱}{r} = \frac{۱}{r_a} + \frac{۱}{r_b} + \frac{۱}{r_c}$	۱

www.kanoon.ir

۸	ثابت کنید اگر چهار ضلعی محیطی باشد انگاه مجموع اندازه های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه های دو ضلع دیگر می باشند ؟	۱
۹	ثابت کنید اگر یک چهارضلعی محاطی باشد، زوایای مقابل آن مکمل هستند؟	۱
۱۰	طول مماس مشترک خارجی و مماس مشترک داخلی دو دایره به ترتیب $\sqrt{۵۵}$ و $\sqrt{۳۹}$ خط المرکزین $\underline{۸}$ است . شعاع های دو دایره چقدر بوده است؟	۱/۲۵
۱۱	در دایره $C(O,R)$ نشان دهید اگر $AB > CD$ انگاه $OH < OH'$ 	۱/۲۵
۱۲	ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند؟	۱
۱۳	الف)مساحت دوزنقه محیطی و محاطی به قاعده های ۶ و ۴ را بد ست اورید؟	۰/۷۵
	ب) طول خط المرکزین دو دایره مماس درونی $\underline{۱}$ متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها ۵π متر مربع است. مجموع دو شعاع چقدر است ؟	۰/۷۵
۱۴	اگردریک nضلعی محیطی با مساحت Sومحیط $۲p$شعاع دایره محاطی برابر r باشد، نشان دهید: $S = rp$.	۱/۲۵

www-kanoon.ir

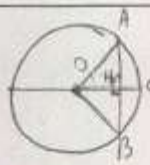
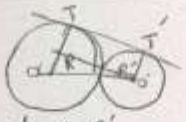
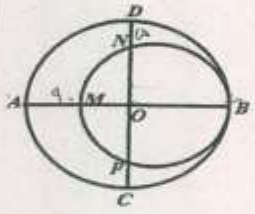
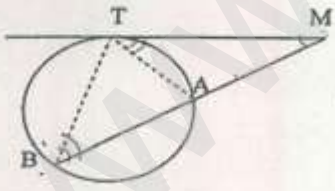
۱۵	در شکلهای زیر مقدار y x واندازه زاویه α را بیابید؟  الف)  ب)	۲
۱۶	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف)اگر فاصله ی یک خط از مرکز دایره برابر شعاع باشد آنگاه خط ودایره .....نقطه اشتراک دارند یعنی ..... ب) اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره ی $C(O,R)$ بر حسب درجه برابر α باشد، مساحت قطاع برابر است با: ..... ث) به تبدیلی که طول پاره خط را حفظ می کند ..... میگوییم ج) مرکز دایره محیطی مثلث نقطه ..... و مرکز دایره محاطی آن نقطه ..... است. د)لوزی چهار ضلعی ..... است ولی .....نه چهار ضلعی محیطی ونه محاطی است. ه)ناحیه ای از درون و روی دایره را که به دو شعاع دایره و آن دایره محدود است،یک .....دایره می نامند و طول کمان AB برابر با ..... می باشد. و) وضعیت دو دایره را در حالتی که $R=\frac{۱}{۳}$ و $R'=\frac{۱}{۲}$ و $d=\frac{۵}{۶}$ برابر.....هستند	۲/۷۵

موفق باشید%

www.kanoon.ir

پایه: یازدهم رشته: ریاضی فیزیک

۱۰۵ دقیقه

ردیف	سوال	بارم
۱	فرض: $AH = BH$ حکم: $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$ ، $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC}$  $OA = OB$ شعاع دایره $OH = OH$ مشترک $AH = BH$ فرض $\Rightarrow \triangle OAH \cong \triangle OBH$ (ض ض ض) $\Rightarrow$ اجزای متناظر $\begin{cases} H_1 = H_2 = \frac{180}{2} = 90^\circ \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC} \end{cases}$	۱
۲	 $d = R + R'$ طول مماس مشترک دو دایره مماس بیرون: $TT' = \sqrt{d^2 - (R-R')^2} = \sqrt{(R+R')^2 - (R-R')^2}$ $= \sqrt{R^2 + 2RR' + R'^2 - R^2 + 2RR' - R'^2} = \sqrt{4RR'}$ $= 2\sqrt{RR'}$ طول مماس مشترک دو دایره مماس بیرون: $2\sqrt{RR'}$	۱
۳	فرض: تبدیل طول پاره‌خط حکم: $\hat{O} = \hat{O}'$  $T(A) = A'$ $T(B) = B'$ $T(O) = O'$ طبق فرض: $OA = O'A'$ $AB = A'B'$ $OB = O'B'$ $\Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle O'A'B' \Rightarrow \hat{O} = \hat{O}'$ (ض ض ض)	۱
۴	 $ON \cdot OP = OM \cdot OB \Rightarrow (R-6)^2 = R(R-9)$ $R^2 - 12R + 36 = R^2 - 9R \Rightarrow R = 24$ $R' = \frac{MB}{2} = \frac{2R - AM}{2} = \frac{30-9}{2} = \frac{21}{2}$ $R = 24 \quad R' = \frac{21}{2}$	۱
۵	ثابت کنید: $MT^2 = MA \times MB$  $\hat{M} = \hat{M}$ $\hat{T} = \hat{B} = \frac{\overset{\frown}{AT}}{2}$ (ظلی و محاطی) $\Rightarrow \triangle MTA \sim \triangle MBT$ (ت ز دو زاویه) $\Rightarrow$ شبیه $\frac{TA}{TB} = \frac{MA}{MT} = \frac{MT}{MB}$ $\Rightarrow MT^2 = MA \cdot MB$	۱
۶	 فرض: چهارضلعی ABCD محاطی است. حکم: دو زاویه مقابل ABCD مکمل‌اند. $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \Rightarrow A_2 + D = 180^\circ \Rightarrow \hat{D} = \hat{C}$ (تعمیم‌نظیر متوازی) $A_1 = D$ طبق فرض: $A_2 + C = 180^\circ$ $A_2 + D = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B}$ $B + D = 180^\circ$ طبق فرض $\Rightarrow$ دو زاویه مقابل متساوی الساقین دو زاویه متساوی الساقین است.	۱

www.karnoon.ir

۷ — ۱

$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$

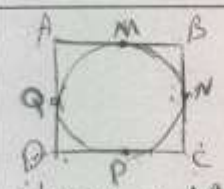
$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{p}{S}$

$r_a = \frac{S}{p-a} \Rightarrow \frac{1}{r_a} = \frac{p-a}{S}$ $\quad \frac{1}{r_b} = \frac{p-b}{S}$ $\quad \frac{1}{r_c} = \frac{p-c}{S}$

$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a+p-b+p-c}{S} = \frac{3p-(a+b+c)}{S} = \frac{3p-2p}{S} = \frac{p}{S}$

$\Rightarrow \frac{p}{S} = \frac{1}{r}$

۸ — ۱



فرض: $\square ABCD$ محیطی $\quad$ حکم: $AB+DC = AD+BC$

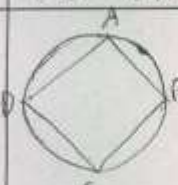
اثبات: $AB+DC = \underbrace{AM}_{AQ} + \underbrace{MB}_{BN} + \underbrace{DP}_{DQ} + \underbrace{PC}_{CN} = \underbrace{AQ}_{AD} + \underbrace{DQ}_{} + \underbrace{BN}_{BC} + \underbrace{CN}_{}$

$= AD + BC \Rightarrow AB + DC = AD + BC$ ثابت شد

$\square$ حکم ثابت شد.

تساوی‌ها: $AM = AQ$, $BM = BN$, $CN = CP$, $DP = DQ$

۹ — ۱



فرض: $\square ABCD$ محاطی است $\quad$ حکم: $A+C = 180^\circ$

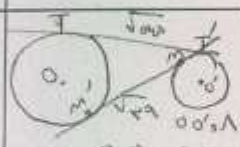
زاویه حاصل $A = \frac{\overset{\frown}{DCB}}{2}$

زاویه حاصل $\hat{C} = \frac{\overset{\frown}{DAB}}{2}$

$\Rightarrow \hat{A}+\hat{C} = \frac{\overset{\frown}{DCB}+\overset{\frown}{DAB}}{2} = \frac{360}{2} = 180$

$\square$ حکم ثابت شده.

۱۰ — ۱/۲۵



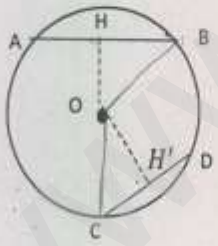
$TT' = \sqrt{d^2-(R-R')^2} \Rightarrow (TT')^2 = d^2-(R-R')^2$

$MM' = \sqrt{d^2-(R+R')^2} \Rightarrow (MM')^2 = d^2-(R+R')^2$

$\Rightarrow \begin{cases} 48 = 64-(R+R')^2 \Rightarrow (R+R')^2 = 16 \\ 9 = 64-(R-R')^2 \Rightarrow (R-R')^2 = 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R-R' = 3 \\ R+R' = 8 \end{cases} \Rightarrow R = 5.5$

$\Rightarrow R'^2 = 16 \Rightarrow R' = 4$

۱۱ — ۱/۲۵



فرض: $AB > CD$ $\quad$ حکم: $OH < OH'$

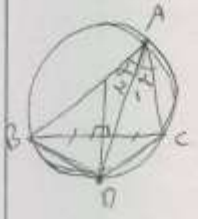
اثبات: $AB > CD \Rightarrow \frac{AB}{2} > \frac{CD}{2} \Rightarrow HB > CH' \Rightarrow HB^2 > CH'^2$

$R^2-OH^2 > R^2-OH'^2 \Rightarrow -OH^2 > -OH'^2 \Rightarrow OH^2 < OH'^2$

$\begin{matrix} OH>0 \\ OH'>0 \end{matrix} \Rightarrow OH < OH'$

$\square$ حکم ثابت شد.

۱۲ — ۱



ابتدا زاویه A را به اندازه α در نقطه D قطع می‌کند می‌خواهیم ثابت کنیم D وسط کمان BC است، یعنی: $BD = DC$

$A_1 = A_2 = \frac{\alpha}{2} = \alpha \Rightarrow \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} = \frac{\overset{\frown}{DC}}{2} \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{DC} \Rightarrow BD = DC$

www.kanoon.ir

۱۳ الف) $S = \frac{1}{2}(a+b)\cdot\sqrt{ab} = \frac{1}{2}(4+6)\times\sqrt{4\times6} = \frac{1}{2}(10)\times\sqrt{24} = 5\times\sqrt{24} = 5\sqrt{24}$ ۰/۷۵

مساحت ذوزنقه = میانگین هندسی دو قاعده × میانگین حسابی دو قاعده

ب) $R - R' = 1$ (شعاع دایره بزرگ − شعاع دایره کوچک) $= 5\pi$ ۰/۷۵

$\Rightarrow \pi R^2 - \pi R'^2 = 5\pi \Rightarrow \pi(R^2 - R'^2) = 5\pi \Rightarrow R^2 - R'^2 = 5$

$\Rightarrow (R-R')(R+R') = 5 \Rightarrow \begin{cases} R-R' = 1 \\ R+R' = 5 \end{cases} \Rightarrow 2R = 6 \Rightarrow R = 3 \quad R' = 2$

۱۴ فرض: S_n و P_n به ترتیب مساحت و محیط n ضلعی منتظم محاط در دایره‌ای به شعاع ۱ هستند.

حکم: $S_n = \frac{n}{2}\sin\frac{2\pi}{n}$ ۱/۲۵

$S = S_{\triangle OA_1A_2} + S_{\triangle OA_2A_3} + \cdots + S_{\triangle OA_nA_1} = \frac{1}{2}A_1A_2\times 1 + \frac{1}{2}A_2A_3\times 1 + \cdots + \frac{1}{2}A_nA_1\times 1$

$= \frac{1}{2}(A_1A_2 + A_2A_3 + \cdots + A_nA_1) = \frac{1}{2}\times 1\times P_n = \frac{1}{2}P_n$

$P_n = 2n\sin\frac{\pi}{n} \Rightarrow S = \frac{1}{2}\times 2n\sin\frac{\pi}{n} = n\sin\frac{\pi}{n} = \frac{n}{2}\sin\frac{2\pi}{n}$

۱۵ $3\times 8 = 4x \Rightarrow x = 6$

$AM\cdot MB = CM\cdot MD$

$\Rightarrow 1\times 8 = 4y \times y \Rightarrow y^2 = 72 \Rightarrow y = 6\sqrt{2}$

$\hat{A} = \frac{DE}{2} = \frac{y}{2} = 11^\circ$

$y = 180 - x = 180 - 106 = 74$

$\frac{x+y}{2} = 64 \Rightarrow x+y = 128$

$\frac{x-y}{2} = 42 \Rightarrow x-y = 84$

$2x = 212 \Rightarrow x = 106$

۲

۱۶ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. ۲/۷۵

الف) ..... یعنی ..... خط بیرونی محیط است

ب) $S = \frac{\pi\times 36}{360}\times\alpha$

ث) .....

ج) ..... دایره‌ی محیطی .....

د) ..... ولی .....

ه) ..... و ..... می باشد. $AB = \frac{6\pi}{\pi/2} = 4$ (اندازه‌ی راستره‌ی مقابل به کمان)

و) .....

موفق باشید٪