به نام خدا

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان سیب و سوران

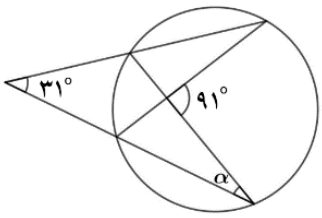
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۲/۳۱

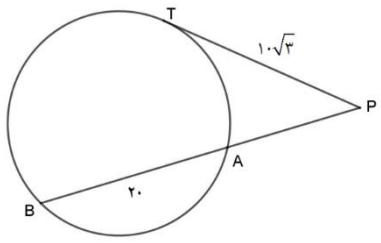
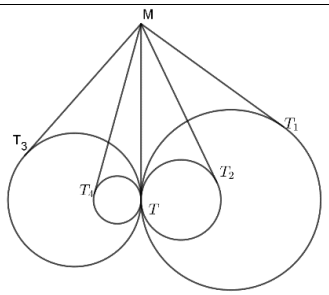
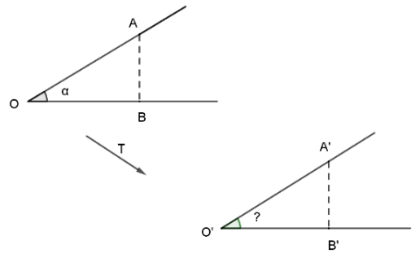
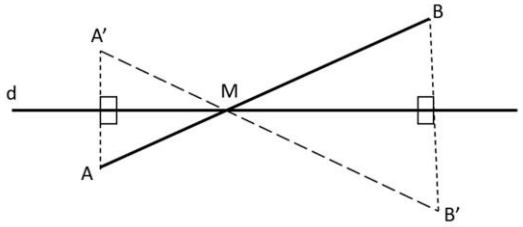
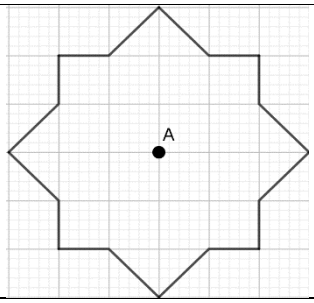
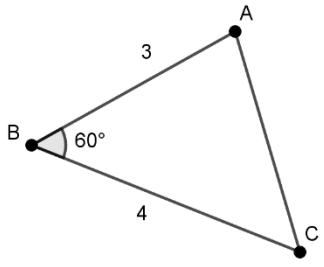
- سؤالات امتحان درس هندسه ۲
- پایه : یازدهم ریاضی فیزیک
- نوبت دوم اردیبهشت ماه ۱۴۰۱

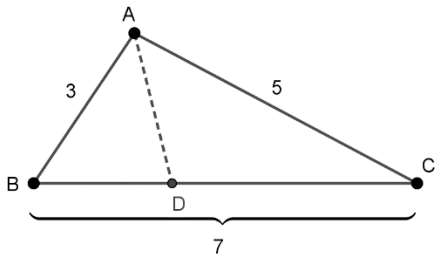
- نام و نام خانوادگی : .....
- مدت زمان پاسخگویی به سوالات: ۱۲۰ دقیقه
- دبیرستان نمونه دولتی حضرت مریم سوران

نمره به عدد: نام و نام خانوادگی مصحح : تاریخ و امضاء :

نمره به حروف:

ردیف	سـؤالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) زاویه مرکزی زاویه ای است که رأس آن روی دایره و اضلاع آن شامل دو وتر از دایره باشند. ☐ صحیح ☐ غلط ب) مستطیل یک چند ضلعی محیطی است. ☐ صحیح ☐ غلط ج) در هر دوران اندازه پاره خط و تصویر آن با هم برابرند. ☐ صحیح ☐ غلط د) در هر مثلث، نسبت هر ضلع به سینوس زاویه مقابل آن ضلع، مقداری ثابت است. ☐ صحیح ☐ غلط	۱
۲	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) . . . . . همان اندازه زاویه مرکزی مقابل به آن کمان تعریف می شود و واحد آن درجه است. ب) ناحیه ای از درون و روی دایره را، که به دو شعاع دایره و آن دایره محدود است یک . . . . . دایره می نامند. ج) در هر تبدیل، نقطه ای را که تبدیل یافته آن بر خود آن نقطه منطبق می شود، . . . . . می نامند. د) برای افزایش مساحت چندضلعی با حفظ اندازه محیط آنها از تبدیل . . . . . استفاده می کنیم.	۱
۳	مساحت قطاعی از دایره را به دست آورید که شعاع آن ۲۰ سانتی متر و اندازه زاویه مرکزی آن ۱۸ درجه باشد .	۱
۴	طول شعاع های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $۳\sqrt{۷}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{۱۵}$ و طول خط المرکزین آنها مساوی ۸ باشد.	۱/۵
۵	در شکل مقابل اندازه زاویه α را به دست آورید. 	۱/۵

۶	در شکل مقابل اندازه PA را بدست آورید. 	۱
۷	در دایره $C(O,R)$ وتر AB ، وتر CD به طول ۹ سانتی متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است.اگر AB=11cm باشد،آنگاه وتر CD وتر AB را به چه نسبتی قطع می کند؟	۱/۵
۸	مطابق شکل مقابل، تمام دایره ها در نقطه T برهم مماس اند و از نقطه M روی مماس مشترک آنها بر دایره ها مماس رسم کرده ایم؛ ثابت کنید: $MT_۱ = MT_۲ = MT_۳ = MT_۴ = ...$ 	۱
۹	اگر r_a, r_b و r_c شعاع های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد نشان دهید: $\frac{۱}{r_a}+\frac{۱}{r_b}+\frac{۱}{r_c}=\frac{۱}{r}$	۱
۱۰	نشان دهید هر تبدیل طولپا مانند T ، اندازه زاویه را حفظ می کند. 	۱
۱۱	در حالتی که پاره خط AB خط بازتاب را در نقطه ای مانند M قطع کند، با کامل کردن استدلال زیر نشان دهید بازتاب تبدیلی طولپاست.  $\left.\begin{array}{l} AB = AM + ... \\ A'B' = ... + ... \\ MB = ... \ , AM = ... \end{array}\right\} \Rightarrow ..... = ...$	۲
۱۲	مجانس شکل زیر را نسبت به نقطه A در حالتی که $k=\frac{۱}{۲}$ باشد رسم کنید. 	۱
۱۳	در مثلث ABC ، $BC = ۱۰cm$ و $A = ۶۰^\circ$ اندازه شعاع دایره محیطی مثلث را بدست آورید.	۱
۱۴	در شکل زیر : الف) اندازه ضلع AC را بدست آورید. ب) مساحت مثلث را بدست آورید. 	۲

۱۵	در مثلث ABC ، است. طول نیمساز داخلی زاویه A را بدست آورید. 	۱/۵
۱۶	مساحت مثلث به اضلاع ۸ و ۵ و ۶ را بدست آورید.	۱
	جمع نمرات : ۲۰	

« موفقیت از آن کسی است که دست از تلاش برنمی دارد... »

پاسخنامه درس: هندسه ۲
دبیرستان غیرانتفاعی دولتی حضرت مریم سوران
دبیر: حسین اسدزاده

رشته: ریاضی
پایه: یازدهم

۱- الف) غلط ب) غلط ج) صحیح د) صحیح هر مورد (۰٫۲۵) نمره

۲- الف) اندازه‌ی هر کمان ب) قطاع ج) نقطه‌ی ثابت تبدیل د) بازتاب
هر مورد (۰٫۲۵) نمره

۳- ابتدا نسبت مساحت این قطاع به کل دایره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{18^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{20} \quad (0,5)$$

اکنون داریم: (0,5)

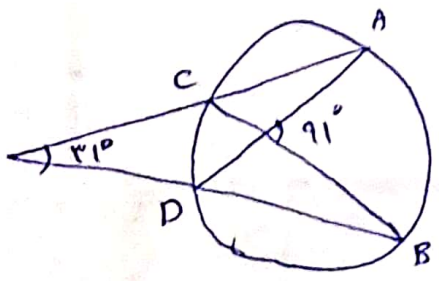
$$S_{\text{قطاع}} = \frac{1}{20}\pi R^2 = \frac{1}{20}\times 7 \times 20^2 = 20\pi \ cm^2$$

۴- بر طبق روابط طول مماس مشترک‌های خارجی و داخلی دو دایره داریم:

$$3\sqrt{7} = \sqrt{8^2 - (R_1 - R_2)^2} \ (0,25) \Longrightarrow (R_1 - R_2)^2 = 1$$
$$\sqrt{15} = \sqrt{8^2 - (R_1 + R_2)^2} \ (0,25) \Longrightarrow (R_1 + R_2)^2 = 49$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} R_1 - R_2 = 1 & (0,25) \\ R_1 + R_2 = 7 & (0,25) \end{cases} \Longrightarrow R_1 = 4 \ (0,25), \quad R_2 = 3 \ (0,25)$$

۵- با نامگذاری کمان‌های تشکیل شده روی دایره داریم:

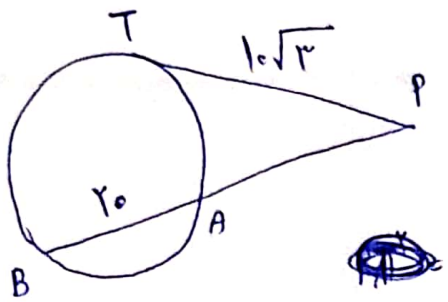


$$\begin{cases} 31^\circ = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2} \ (0,25) \\ 91^\circ = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{2} \ (0,25) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD} = 62^\circ \\ \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD} = 182^\circ \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \overset{\frown}{AB} = 122^\circ \ (0,25), \quad \overset{\frown}{CD} = 60^\circ \ (0,25) \Longrightarrow \alpha = \frac{\overset{\frown}{CD}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \ (0,5)$$

Scanned with CamScanner

۶ - بر طبق روابط طولی در دایره داریم:

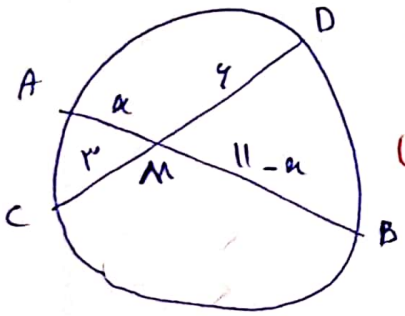


$PT^2 = PA \cdot PB$ (۰,۲۵) $\Rightarrow PT^2 = PA \cdot (PA + 20)$ (۰,۲۵) $\Rightarrow (10\sqrt{3})^2 = PA \cdot (PA + 20)$

$\Rightarrow PA^2 + 20PA - 300 = 0 \Rightarrow (PA - 10)(PA + 30) = 0$

$PA > 0 \longrightarrow PA = 10$ (۰,۵)

۷- باتوجه به اطلاعات مسئله شکل مسئله را رسم می‌کنیم:



(۰,۲۵)

اکنون بر طبق روابط طولی داریم:

$AM \times BM = CM \times DM$ (۰,۲۵)

$\Rightarrow \alpha \cdot (11 - \alpha) = 3 \times 6$ (۰,۲۵) $\Rightarrow \alpha^2 - 11\alpha + 18 = 0 \Rightarrow (\alpha - 2)(\alpha - 9) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \alpha = 9 \end{cases}$ فرض کنیم $\longrightarrow \begin{cases} AM = 2 \\ BM = 9 \end{cases}$ (۰,۵) $\Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{2}{9}$

بنابراین وتر CD وتر AB را به نسبت ۲ به ۹ قطع می‌کند. (۰,۲۵)

---

۸ - می دانیم اندازه‌ی هر دو مماس رسم شده از نقطه‌ی خارج یک دایره برآن دایره با هم برابرند بنابراین در شکل داده شده از آنجایکه هر چهار دایره در نقطه‌ی T بر هم مماس اند، بنابراین (۰,۲۵)

MT بر هر چهار دایره مماس بوده و هریک از پاره خط های MT_1 ، MT_2 ، MT_3 و MT_4 بر هریک از دایره ها مماس اند، پس داریم: (۰,۲۵)

$MT = MT_1$
$MT = MT_2$
$MT = MT_3$ (۰,۲۵) $\Longrightarrow MT_1 = MT_2 = MT_3 = MT_4 = MT$ (۰,۲۵)
$MT = MT_4$

Scanned with CamScanner

۹- می دانیم اگر a، b، c اضلاع مثلث و p نصف محیط مثلث باشد، داریم:

$$r = \frac{S}{p} \quad , \quad r_a = \frac{S}{p-a} \quad , \quad r_b = \frac{S}{p-b} \quad , \quad r_c = \frac{S}{p-c} \qquad (0{,}25)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a}{S} + \frac{p-b}{S} + \frac{p-c}{S} = \frac{3p - (a+b+c)}{S} \qquad (0{,}25)$$

$$= \frac{3p - 2p}{S} = \frac{p}{S} = \frac{1}{\frac{S}{p}} = \frac{1}{r} \qquad (0{,}25) \quad (0{,}25)$$

۱۰- از آنجایی که تبدیل طولیات، بنابراین خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l} OA = O'A' \\ OB = O'B' \quad (0{,}25) \\ AB = A'B' \end{array}\right\} \xrightarrow{(\text{ض ض ض})} O\hat{A}B \cong O'\hat{A}'B' \qquad (0{,}25)$$

می دانیم در دو مثلث همنهشت کلیه اجزاء متناظر از جمله زاویه ها باهم برابرند بنابراین:

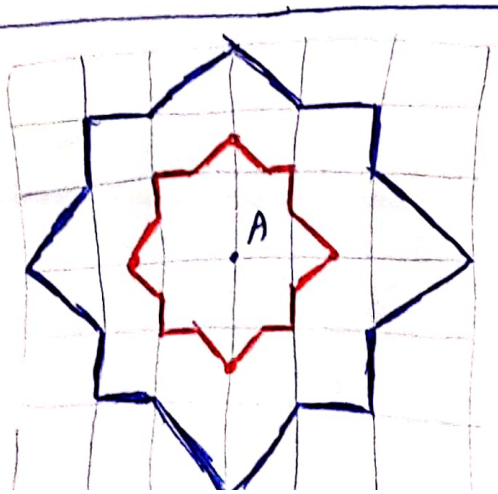
$$A\hat{O}B = A'\hat{O}'B' \qquad (0{,}25)$$

و به طور مشابه سایر زوایای متناظر نیز باهم برابر بوده و در نتیجه در هر تبدیل طولیا اندازهٔ هر زاویه فقط می شود. $(0{,}25)$

۱۱-

$$\left.\begin{array}{l} AB = AM + MB \quad (0{,}25) \\ A'B' = A'M + MB' \quad (0{,}25) \\ MB = MB' \quad (0{,}25) \quad , \quad AM = A'M \quad (0{,}25) \end{array}\right\} \Rightarrow AB = A'B' \qquad (0{,}75)$$

۱۲-



(۱)

Scanned with CamScanner

۱۳- می دانیم در هر مثلث نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه مقابل به آن ضلع برابر است با قطر دایره محیطی آن مثلث پس: (۰٫۲۵)

$$2R = \frac{BC}{\sin\hat{A}} \quad (۰٫۲۵) \Longrightarrow \quad R = \frac{BC}{2\sin\hat{A}} = \frac{10}{2\times\sin 60^\circ} = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

$$\Longrightarrow R = \frac{10\sqrt{3}}{3} \quad (۰٫۵)$$

۱۴-

الف) بر طبق قضیه کسینوس ها داریم:

$$Ac^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cdot \cos\hat{B} \quad (۰٫۲۵) \Longrightarrow Ac^2 = 3^2 + 4^2 - 2\times 3\times 4\times \cos 60^\circ \quad (۰٫۲۵)$$

$$\Longrightarrow Ac^2 = 13 \Longrightarrow AC = \sqrt{13} \quad (۰٫۵)$$

ب)

$$S_{\hat{ABC}} = \frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC\cdot \sin\hat{B} = \frac{1}{2}\times 3\times 4\times \sin 60^\circ = 3\sqrt{3} \quad (۰٫۵)$$

(۰٫۵)

۱۵- طبق قضیه نیمساز می دانیم:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} \quad (۰٫۲۵) \xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{ترکیب بنسبا}} \frac{BD}{BD+CD} = \frac{3}{8} \Longrightarrow \frac{BD}{7} = \frac{3}{8}$$

$$\Longrightarrow BD = \frac{21}{8} \quad (۰٫۲۵) \Longrightarrow CD = 7 - \frac{21}{8} = \frac{35}{8} \quad (۰٫۲۵)$$

اکنون طبق رابطه محاسبه طول نیمساز داریم:

$$AD^2 = AB\cdot AC - BD\cdot CD \quad (۰٫۲۵) \Longrightarrow AD^2 = 3\times 5 - \frac{21}{8}\times\frac{35}{8}$$

$$\Longrightarrow AD^2 = \frac{225}{64} \Longrightarrow AD = \frac{15}{8} \quad (۰٫۵)$$

Scanned with CamScanner

۱۶- ابتدا مقدار p (نصف محیط) را محاسبه می‌کنیم و سپس بر طبق قضیه هرون داریم:

$$p = \frac{۵+۹+۸}{۲} = \frac{۱۹}{۲} \quad (۰/۲۵)$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow S = \sqrt{\frac{۱۹}{۲} \times \left(\frac{۱۹}{۲}-۸\right)\left(\frac{۱۹}{۲}-۹\right)\left(\frac{۱۹}{۲}-۵\right)} \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{\frac{۱۹}{۲} \times \frac{۳}{۲} \times \frac{۷}{۲} \times \frac{۹}{۲}} \Rightarrow S = \frac{۳}{۴}\sqrt{۳۹۹} \quad (۰/۲۵)$$

Scanned with CamScanner