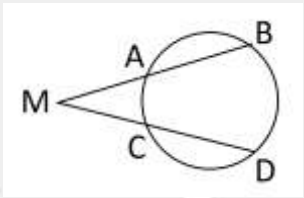
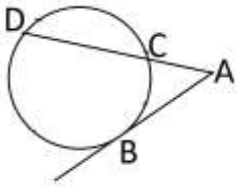
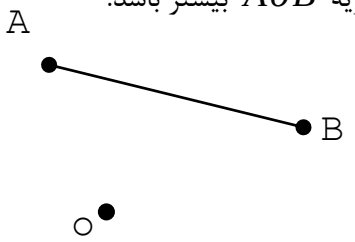
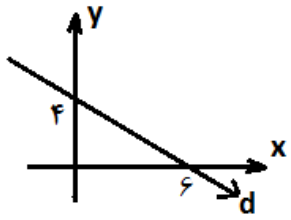
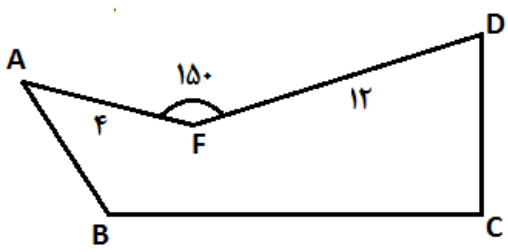
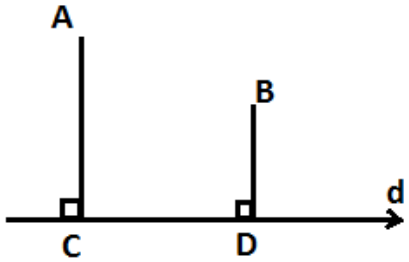
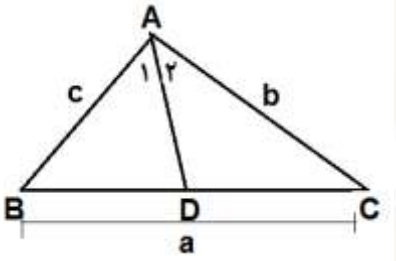
آزمون: نوبت دوم	آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران	کد مدرک: ف ر-م ت-۰۸
تاریخ آزمون: ۷/ ۳ /۱۴۰۱	مجتمع آموزشی غیردولتی سوده	شماره بازنگری: ۰۴
نام درس: هندسه	سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰	صفحه ۱ از ۴
نام دبیر: خانم بدیعی	نام و نام خانوادگی :	
مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه	شماره دانش‌آموز:	
تعداد سوال :	مقطع/ پایه: متوسطه دوم/ یازدهم	

سوالات	بارم
۱- در جاهای خالی کلمات مناسب بنویسید. الف) در چهار ضلعی محیطی $ABCD$, $BC=۱۲$, $AD=۱۸$, $CD=۲AB$ اندازه **CD** برابر ..... است. ب) محیط ۶ ضلعی محاط در یک دایره به شعاع ۴ برابر ..... است. ج) در بازتاب اگر ..... باشد شیب خط حفظ می شود. د) در تجانس اگر ..... باشد تجانس دارای انقباض است. هـ) اگر در دوران ..... باشد دوران یک تبدیل همان است. و) ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی پک ..... است. ز) مساحت قطاع در دایره به شعاع **r** و با زاویه مرکزی α برابر ..... است.	۲
۲- در شکل های زیر **X** را بیابید. الف) $\widehat{BD}=x$, $\widehat{BD}=۴\widehat{AC}$, $\widehat{M}=۴۸$  ب) $AB=x$, $CD=۶$, $AC=۴$ 	۲
۳- دو دایره متخارج اند طول خط المرکزین ۱۰ سانتی متر و طول مماس مشترک خارجی $۴\sqrt{۶}$ و طول مماس مشترک داخلی برابر ۶ سانتی متر است. شعاع های دو دایره را بیابید.	۱/۲۵
۴- در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ شعاع دایره محاطی داخلی ۲ = **r** و شعاع دایره محاطی خارجی ۹= r_a و مساحت $S=۹\sqrt{۶}$ می باشد طول ضلع **a** را حساب کنید.	۱

۵- ثابت کنید در هر دوران اندازه هر پاره خط و تصویر آن برابرند. در حالتی که مرکز دوران **o** روی پاره خط **AB** نباشد و زاویه دوران از زاویه AoB بیشتر باشد. 	۱/۵
۶- در شکل مقابل خط **d** را در تجانس به مرکز **o** و نسبت تجانس $\frac{۳}{۲}$ تصویر می کنیم خط **d′** ایجاد می شود مساحت بین دو خط **d′ , d** و محورها را بیابید. 	۱/۵
۷- به مساحت شکل اضافه کنید بدون آنکه محیط شکل تغییر کند (با توضیح کامل) سپس مساحت قسمت اضافه شده را بیابید. 	۱/۲۵
۸- در شکل مقابل فاصله نقطه **A** از خط **d** ، **AC** = ۴ و فاصله نقطه **B** از خط **d** **BD** =۲ و طول پاره خط **CD** = ۸ کوتاهترین مسیر بین خط **d** و نقاط **A , B** را مشخص کنید. (مراحل را توضیح دهید بدون اثبات) سپس طول کوتاهترین مسیر را بیابید. 	۱/۵

۹- دو موتور سوار از نقطه **A** باز زاویه ۱۲۰ درجه با سرعت های ۵۰ و ۲۵ کیلومتر بر ساعت از هم دور می شوند بعد از ۲ ساعت در چه فاصله ای از یکدیگر قرار دارند ؟	۱/۲۵
۱۰- مثلثی با اضلاع ۱۲ = **AB** و ۸ = **AC** و ۱۵= **BC** مفروض است. الف) طول دو قطعه ای را که از رسم نیمساز زاویه **A** بر ضلع مقابل ایجاد میشود بیابید. ب) طول نیمساز **AD** را حساب کنید.	۱/۵
۱۱- در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ با فرض $AC=۲۰ , AB=۲۰\sqrt{۲}$ و زاویه $B=۳۰$ مطلوب است . اندازه زاویه **C** و شعاع دایره محیطی مثلث	۱/۲۵
۱۲- در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ اضلاع $AB=۱۳ , AC=۱۴ , BC=۱۵$ و نقطه **O** درون مثلث با فاصله ۴ ، ۲ به ترتیب از اضلاع **BC** , **AC** در نظر بگیرید و فاصله نقطه **O** از ضلع **AB** را بیابید.	۱/۵

۱۳- در مثلث **ABC** اگر ۸ = **BC** و ۶ = **AC** و ۱۲= **AB** باشد. الف) طول کوچک ترین میانه مثلث را بیابید. ب) مرکز دایره محیطی مثلث کجا قرار دارد.	۱/۲۵
۱۴- در مثلث **ABC** ، پاره خط **AD** نیمساز زاویه **A** است. با استفاده از مساحت مثلث های $\overset{\Delta}{ABD}$, $\overset{\Delta}{ADC}$ و مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ ثابت کنید. $AD=\frac{۲bc\cos\frac{\hat{A}}{۲}}{b+c}$  راهنمایی : $S\left(\overset{\Delta}{ABC}\right)=S\left(\overset{\Delta}{ADC}\right)+S\left(\overset{\Delta}{ABD}\right)$	۱/۲۵
«موفق باشید»	

پاسخنامه دوره متوسطه ۲ — رشتهٔ ریاضی

دبیرستان غیردولتی سوره — پایهٔ یازدهم

دبیر: حسین اسدزاده

۱- الف) ۲۰ ب) ۲۴ ج) خط با محور بازتاب موازی یا عمود

د) $|k|<1$ هـ) زاویهٔ دوران مضربی از ۳۶۰ درجه

و) انتقال به طول دو برابر فاصلهٔ بین دو محور ز) $\frac{2}{360}\pi k^2$

مورد الف (۰٫۵) نمره و بقیهٔ موارد (۰٫۲۵) نمره

۲-

الف) با استفاده از روابط داده شده و رابطهٔ زاویهٔ بین امتداد دو وتر داریم:

$$\hat{M}=\frac{\overset{\frown}{BD}-\overset{\frown}{AC}}{2}=\frac{4\overset{\frown}{AC}-\overset{\frown}{AC}}{2}=\frac{3}{2}\overset{\frown}{AC}=48^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AC}=32^\circ \quad (0{,}25)$$

$$\Longrightarrow \overset{\frown}{BD}=4\overset{\frown}{AC}=128^\circ \Rightarrow n=128^\circ \quad (0{,}25)$$

ب) طبق روابط طولی داریم:

$$AB^2=AC\cdot AD \Rightarrow x^2=4\times(4+9) \Rightarrow x^2=40 \Rightarrow x=2\sqrt{10} \quad (0{,}5)$$

۳- طبق اطلاعات مسئله و روابط مماس مشترک خارجی و داخل داریم:

$$4\sqrt{9}=\sqrt{10^2-(R_1-R_2)^2} \quad (0{,}25)$$

$$9=\sqrt{10^2-(R_1+R_2)^2} \quad (0{,}25)$$

$$\Longrightarrow \begin{cases}(R_1-R_2)^2=4\\ (R_1+R_2)^2=64\end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases}R_1-R_2=2\\ R_1+R_2=8\end{cases} \quad (0{,}25) \Longrightarrow R_1=5 \quad (0{,}25),\quad R_2=3 \quad (0{,}25)$$

Scanned with CamScanner

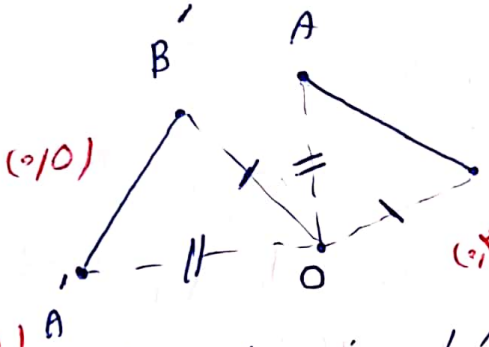
۴- S داریم $r = \frac{S}{P}$ و $ra = \frac{S}{P-a}$ با شرط a داریم:

$$r = \frac{9\sqrt{9}}{P} \Rightarrow P = \frac{9}{2}\sqrt{9} \quad (0{,}25)$$

اکنون با جایگذاری در رابطه دوم داریم:

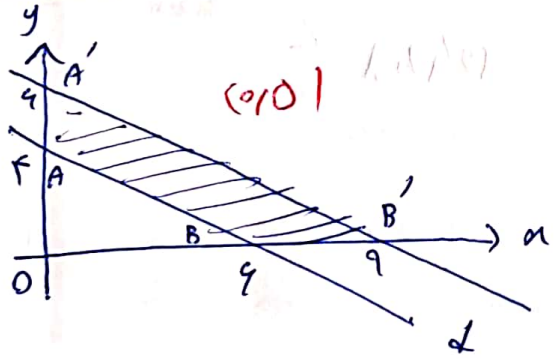
$$9 = \frac{9\sqrt{9}}{\frac{9}{2}\sqrt{9} - a} \quad (0{,}25) \Rightarrow \frac{9}{2}\sqrt{9} - a = \sqrt{9} \Rightarrow a = \frac{7}{2}\sqrt{9} \quad (0{,}5)$$

۵- طبق تعریف دوران در شکل زیر صادقیم



$OA = OA'$ و $OB = OB'$ (0,25) با شرط و از آنجا یکه هر دو پاره خط OA و OB با یک زاویه دوران یافته اند، بنابراین $A\hat{O}B = A'\hat{O}B'$ (0,25) بوده و از همنهشتی دو مثلث OAB و $OA'B'$ نتیجه می گیریم $AB = A'B'$ بوده و در نتیجه در هر دوران اندازه یک پاره خط و تصویر آن با هم برابرند. (0,25)

۶- ابتدا خط d' را رسم می کنیم و داریم:



(0,5)

اکنون مساحت قسمت هاشور خورده برابر است با:

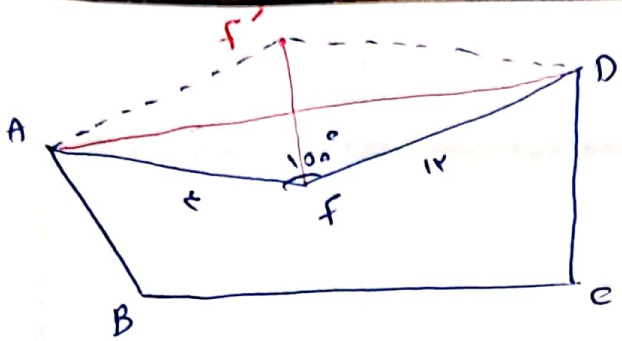
$$S_{AA'B'B} = S_{OA'B'} - S_{OAB} \quad (0{,}5)$$

$$\Rightarrow S_{AA'B'B} = \frac{1}{2} \times 9 \times 9 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 27 - 12 = 15 \quad (0{,}5)$$

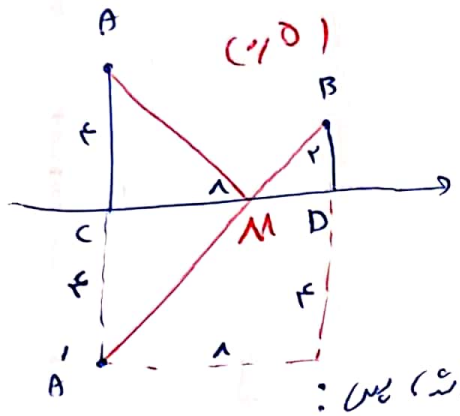
۷- طبق مسئله مع پرامون یا مع محیط $\square$ در شکل مورد سوال از آنجا که زاویه داخلی F در این شکل بیشتر از ۱۸۰ درجه است پس با ثابت نگه داشتن محیط و بازتاب F نسبت به پاره خط AD می توانیم مساحت شکل را به میزان زیر افزایش دهیم:

$$S_{\text{افزوده}} = 2 \cdot S_{AFD} = 2 \times \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \times 12 \times \sin 150^\circ\right) = 24$$

Scanned with CamScanner



۸- ابتدا A را نسبت به خط d بازتاب داده و آن را A' می‌نامیم و سپس از A' به B وصل می‌کنیم و محل تلاقی آن با خط d را M می‌نامیم. (۰٫۲۵) در این صورت AMB کوتاه‌ترین مسیر بین A و B و خط d است. (۰٫۲۵)

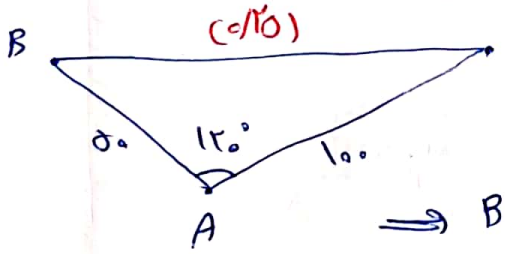


(۰٫۵)

اندازه‌ی مسیر AMB همان طول پاره‌خط A'B می‌باشد پس:

$$A'B = \sqrt{۸^۲ + ۶^۲} = \sqrt{۱۰۰} = ۱۰$$ (۰٫۵)

۹- بعد از ۲ ساعت هر کدام از خودروها به ترتیب $۲\times ۵۰ = ۱۰۰$ و $۲\times ۲۵ = ۵۰$ کیلومتر مسافت طی کرده‌اند. بنابراین (۰٫۲۵) مطابق شکل زیر و با استفاده از قضیه‌ی کسینوس‌ها داریم:



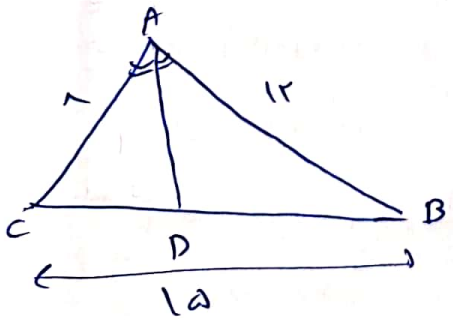
(۰٫۲۵)

$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲\,AB.AC.\cos\hat{A}$$ (۰٫۲۵)

$$\Rightarrow BC^۲ = ۵۰^۲ + ۱۰۰^۲ - ۲(۵۰)(۱۰۰)\left(-\frac{۱}{۲}\right)$$

$$\Longrightarrow BC^۲ = ۱۷۵۰۰ \Longrightarrow BC = ۵۰\sqrt{۷}\ km$$ (۰٫۵)

۱۰-



الف) مطابق قضیه‌ی نیم‌ساز داریم:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{۱۲}{۸} = \frac{۳}{۲}$$ (۰٫۲۵)

ترکیب نسبت در صورت $\longrightarrow \frac{BD}{BD+CD} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow BD = \frac{۳}{۵}\times ۱۵ = ۹$

(۰٫۲۵)

Scanned with CamScanner

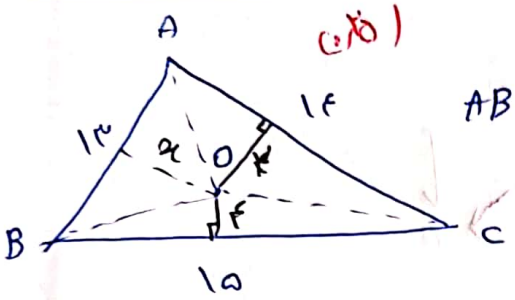
$\Rightarrow CD = 15 - 9 = 6$ (۰٫۲۵)

ب) طبق رابطه‌ٔ طول نیم ساز داریم :

$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot CD$ (۰٫۲۵)

$\Rightarrow AD^2 = 8 \times 12 - 6 \times 9 \Rightarrow AD^2 = 42 \Rightarrow AD = \sqrt{42}$ (۰٫۵)

۱۲- مطابق شکل مقابل باید مجموع مساحت های سه مثلث AOB ، AOC و BOC برابر مساحت مثلث ABC شود. ابتدا طبق قضیه‌ٔ هرون مساحت مثلث ABC را می یابیم : (۰٫۲۵)

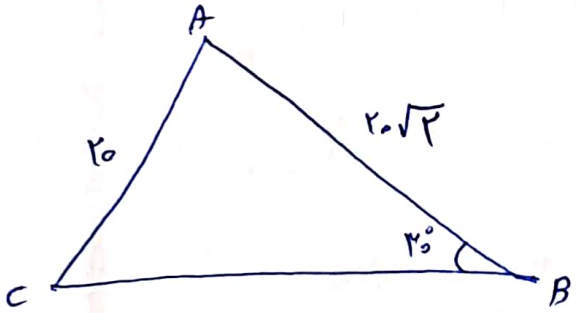


$p = \frac{13+14+15}{2} = 21 \Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{21 \times 6 \times 7 \times 8} = 84$ (۰٫۵)

اکنون داریم :

$\frac{1}{2} \times 4 \times 15 + \frac{1}{2} \times 4 \times 14 + \frac{1}{2} \times 4 \times 13 = 84 \Rightarrow \alpha = \frac{80}{13}$ (۰٫۵)

۱۱-



طبق قضیه‌ٔ سینوس ها داریم :

$\frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}}$ (۰٫۲۵)

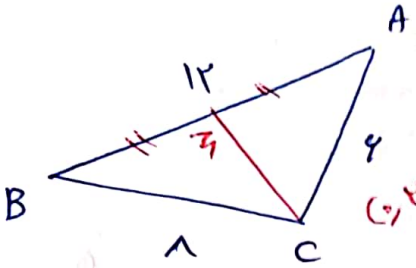
$\Rightarrow \frac{20\sqrt{2}}{\sin \hat{C}} = \frac{20}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 45^\circ \\ \hat{C} = 135^\circ \end{cases}$ (۰٫۲۵) (۰٫۲۵)

حال شعاع دایرهٔ محیطی را محاسبه می کنیم:

$2R = \frac{AC}{\sin \hat{B}}$ (۰٫۲۵) $\Rightarrow 2R = \frac{20}{\frac{1}{2}} \Rightarrow R = 20$ (۰٫۵)

Scanned with CamScanner

-۱۳



الف) کوچکترین میانه، میانه وارد بر بزرگترین ضلع است (۰٫۲۵)

پس داریم:

$$Ac^2+Bc^2=2CM^2+\frac{AB^2}{2} \quad (۰٫۲۵) \Longrightarrow 9^2+8^2=2CM^2+\frac{12^2}{2}$$

$$\Longrightarrow CM^2=14 \Longrightarrow CM=\sqrt{14} \quad (۰٫۲۵)$$

ب) ابتدا مقدار کسینوس بزرگترین زاویه (مثلا $\hat{C}$) را تعیین می‌کنیم:

$$AB^2=Ac^2+Bc^2-2AC\cdot Bc\cdot\cos\hat{C} \quad (۰٫۲۵) \Longrightarrow 12^2=8^2+9^2-2(9)(8)\cos\hat{C}$$

$$\Longrightarrow \cos\hat{C}=-\frac{11}{24}$$

چون کسینوس این زاویه منفی شد پس منفرجه بوده و مرکز دایرهٔ محیطی خارج مثلث قرار دارد. (۰٫۲۵)

۱۴- ما دانیم مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب هر دو ضلع در سینوس زاویهٔ بین آن دو ضلع، داریم: (۰٫۲۵)

$$S_{\hat{ABC}}=S_{\hat{ABD}}+S_{\hat{ACD}} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot bc\cdot\sin\hat{A}=\frac{1}{2}cAD\sin\frac{\hat{A}}{2}+\frac{1}{2}bAD\sin\frac{\hat{A}}{2} \quad (۰٫۲۵)$$

$$\xrightarrow{\sin\hat{A}=2\sin\frac{\hat{A}}{2}\cdot\cos\frac{\hat{A}}{2}} 2bc\sin\frac{\hat{A}}{2}\cdot\cos\frac{\hat{A}}{2}=AD\cdot\sin\frac{\hat{A}}{2}\cdot(b+c) \quad (۰٫۲۵)$$

$$\Longrightarrow AD=\frac{2bc\cdot\cos\frac{\hat{A}}{2}}{b+c} \quad (۰٫۵)$$

Scanned with CamScanner