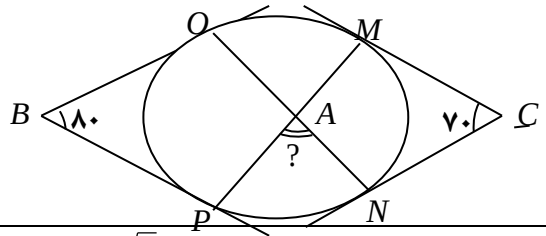
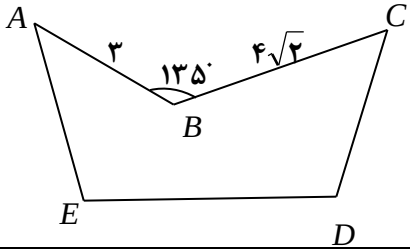
سئوالات درس:هندسه	باسمه تعالی اداره آموزش و پرورش خراسان رضوی اداره آموزش و پرورش شهرستان درگز نوبت دوم	مدت امتحان: ۹۰دقیقه	محل مهر آموزشگاه
نام و نام خانوادگی :		ساعت برگزاری:	
نام آموزشگاه : دبیرستان اختران		تاریخ امتحان:	
پایه تحصیلی : یازدهم ریاضی		تعداد سؤال: ۱۴	تعداد صفحه : ۲ صفحه

سـؤالات		
ردیف		بارم
۱	در شکل مقابل اضلاع زاویه های B و C بر دایره مماس اند . اندازه زاویه A چند درجه است ؟ 	۱/۵
۲	طول شعاع های دو دایره متخارج را بدست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $۳\sqrt{۷}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{۱۵}$ و طول خط المرکزین آنها ۸ باشد .	۱/۵
۳	ثابت کنید یک ذوزنقه محاطی است اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد.	۲
۴	در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرارا دارد ثابت کنید که اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد . AB و $A'B'$ هم اندازه اند .	۱
۵	اصطلاحات زیر را تعریف کنید ؟ الف) تبدیل طولپا ب) نقطه ثابت تبدیل	۱
۶	نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط L است . اگر $AA'=۱۶$ و نقطه ی O روی خط L و $OA=۱۰$ باشد . فاصله نقطه A از خط OA' چقدر است ؟	۱/۵
۷	یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس $\frac{۲}{۳}$ و به مرکز محل تلاقی قطرها تصویر کرده ایم . اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۵ باشد . محیط مربع اولیه را محاسبه کنید .	۱/۵
۸	زمینی به شکل زیر داریم می خواهیم بدون آنکه محیط آن تغییر کند مساحت آن را افزایش دهیم . میزان افزایش مساحت را حساب کنید . 	۲

۹	مساحت یک مثلث با اضلاعی به طول های ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ بدست آورید .	۱/۵
۱۰	دو قایق از یک نقطه در دریاچه ای با سرعت های $۶۰km/h$ و $۱۰۰km/h$ و با زاویه ی ۱۲۰ درجه از هم دور می شوند . نیم ساعت بعد دو قایق در چه فاصله ای از یکدیگرند ؟	۱/۵
۱۱	در مثلث ABC ، $AB=۳$ و $AC=۵$ و $BC=۷$ است . طول نیمساز زاویه A را بیابید.	۱
۱۲	در مثلث ABC ، $AB=۷$ و $AC=۵$ و $BC=۸$ طول های دو قطعه ای را که نیمساز زاویه B روی ضلع ایجاد می کند را بدست آورید .	۱
۱۳	در مثلث ABC ، $AB=۱۰$ و $AC=۶$ و $\hat{A}=۶۰^\circ$ است . الف) طول BC را بدست آورید . ب) مساحت مثلث را بدست آورید .	۲
۱۴	قضیه sin را برای مثلث ABC بنویسید .	۱
	جمع بارم	**۲۰**

موفق و پیروز باشید

۱- برای زوایای B و C داریم:

$$\hat{B} = \frac{\overset{\frown}{OM} + \overset{\frown}{MN} + \overset{\frown}{NP} - \overset{\frown}{OP}}{2} \quad (0,25)$$

$$\hat{C} = \frac{\overset{\frown}{OP} + \overset{\frown}{OM} + \overset{\frown}{NP} - \overset{\frown}{MN}}{2} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = \overset{\frown}{OM} + \overset{\frown}{PN} = 180^\circ \quad (0,25)$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{OM} + \overset{\frown}{PN}}{2} \quad (0,25) = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ \quad (0,5)$$

۲- اگر شعاع دو دایره را R_1 و R_2 $(R_1 > R_2)$ درنظر بگیریم، طبق روابط طول مماس مشترک خارجی و داخلی داریم:

$$\sqrt{12} = \sqrt{8^2 - (R_1 - R_2)^2} \quad (0,25)$$

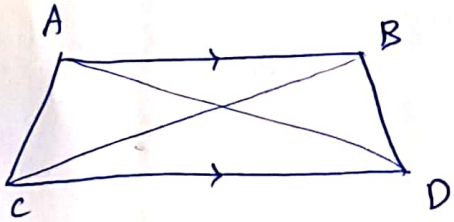
$$\sqrt{15} = \sqrt{8^2 - (R_1 + R_2)^2} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (R_1 - R_2)^2 = 1 & (0,25) \\ (R_1 + R_2)^2 = 49 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 - R_2 = 1 \\ R_1 + R_2 = 7 \end{cases} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow R_1 = 4 \quad (0,25) \quad , \quad R_2 = 3 \quad (0,25)$$

۳- می‌دانیم در یک چهارضلعی محاطی زوایای روبرو مکمل‌اند پس باید ثابت کنیم اگر در یک ذوزنقه زوایای روبرو مکمل باشند، آن ذوزنقه متساوی‌الساقین است و برعکس: (0,25)

ابتدا ثابت می‌کنیم اگر زوایای روبرو مکمل باشند، ذوزنقه متساوی‌الساقین است:



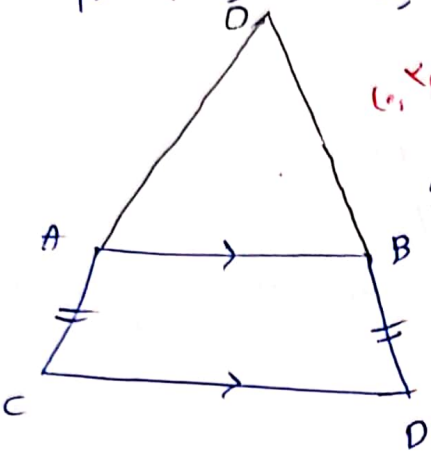
$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ & (0,25) \\ \text{دو زاویهٔ مجاور}: \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \hat{C} = \hat{D} \quad (0,25)$$

می‌دانیم در ذوزنقه‌ای که زوایای مجاور به ساق‌ها برابر باشند، آن ذوزنقه متساوی‌الساقین است.

Scanned with CamScanner

حال عکس قضیه را ثابت می‌کنیم. فرض می‌کنیم ذوزنقه متساوی الساقین باشد، باید ثابت کنیم زوایای روبروی آن متمایل‌اند:



(۰٫۲۵)

فرض کنیم امتداد CA و DB یکدیگر در O قطع کرده‌اند:

$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD}$$

ترکیب در صورت

$$\longrightarrow \frac{OA+AC}{AC} = \frac{OB+BD}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{OC}{AC} = \frac{OD}{BD} \xrightarrow{AC=BD} OC = OD \quad (۰٫۲۵)$$

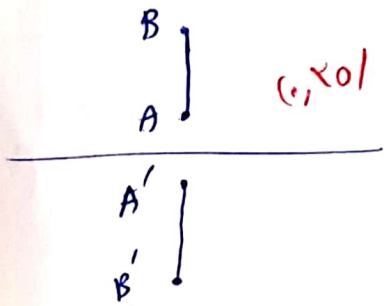
بنابراین مثلث OCD در رأس O متساوی الساقین است و نتیجه می‌شود:

$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{D} \\ \hat{A} = \hat{B} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \hat{C} + \hat{D} = 180^\circ \\ \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \quad (۰٫۲۵)$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow A + \hat{D} = 180^\circ$$

بنابراین زوایای روبرو مکمل‌اند و قضیه ثابت می‌شود. (۰٫۲۵)

۴- اگر این شکل را در یک دستگاه مختصات محور کنیم داریم:



(۰٫۲۵)

$$\begin{cases} y_{A'} = 2y_d - y_A \\ y_{B'} = 2y_d - y_B \end{cases} \xrightarrow{-} y_{A'} - y_{B'} = y_B - y_A \quad (۰٫۲۵)$$

(۰٫۲۵)

$$\Rightarrow |A'B'| = |AB| \quad (۰٫۲۵)$$

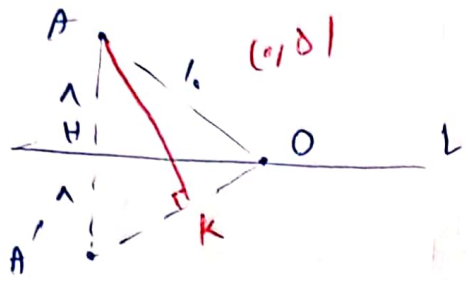
۵-

الف) تبدیلی است که اندازهٔ پاره‌خط‌ها را ثابت نگه می‌دارد. (۰٫۵)

ب) تقارن است که در هر تبدیل با تغییر آن بر خودش منطبق است. (۰٫۵)

Scanned with CamScanner

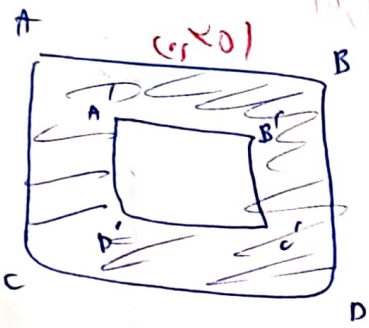
۶- شکل مسئله را رسم می‌کنیم: (۰٫۵)



$A\hat{O}H$: $OH = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ (۰٫۲۵)

$\Rightarrow S_{OAA'} = \frac{1}{2} \cdot AA' \cdot OH = \frac{1}{2} \cdot OA' \cdot AK \Rightarrow AK = \frac{16 \times 6}{10} = 9,6$ (۰٫۲۵) (۰٫۵)

۷- k^2 برابر می‌شود یعنی: (۰٫۲۵)

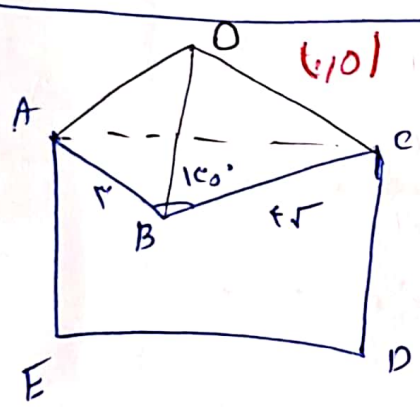


$S_{ABCD} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 S_{ABCD} = 5 \Rightarrow \frac{5}{9} S_{ABCD} = 5$ (۰٫۲۵) (۰٫۲۵)

$\Rightarrow S_{ABCD} = 9$ (۰٫۲۵)

$\Rightarrow$ ضلع $= 3 \Rightarrow$ محیط $= 12$ (۰٫۲۵) (۰٫۲۵)

۸- باید B را نسبت به AC بازتاب دهیم: (۰٫۲۵) برای اثبات این مساحت چهار ضلعی $ABCO$ است داریم: (۰٫۲۵)



$S_{ABCO} = 2S_{ABC} = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 12$ (۰٫۵) (۰٫۵)

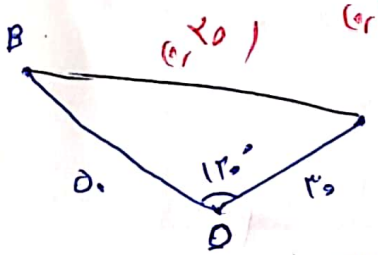
۹- طبق فرمول هرون داریم:

$p = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$ (۰٫۵)

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \Rightarrow S = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84$ (۰٫۵) (۰٫۵)

۱۰- نیم ساعت برابر با $\frac{1}{2}$ ساعت است پس مسافت‌های $\frac{1}{2} \times 40 = 20\,km$ و $\frac{1}{2} \times 100 = 50\,km$ را طی کرده‌اند (۰٫۲۵) (۰٫۲۵)

مطابق شکل زیر و قضیه کسینوس‌ها داریم: (۰٫۲۵)



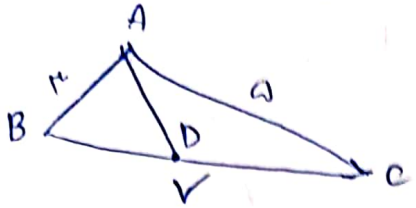
$AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2\,AO \cdot BO \cdot \cos\hat{O}$ (۰٫۲۵)

$\Rightarrow AB^2 = 30^2 + 50^2 - 2(30)(50) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow AB^2 = 4900 \Rightarrow AB = 70\ km$ (۰٫۵)

Scanned with CamScanner

-۱۱



ابتدا طبق قضیه نیم‌ساز داریم:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{۴}{۵} \xrightarrow{\text{ترکیب و نسبت}} \frac{BD}{BD+CD} = \frac{۴}{۴+۵} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{۴}{۹}$$

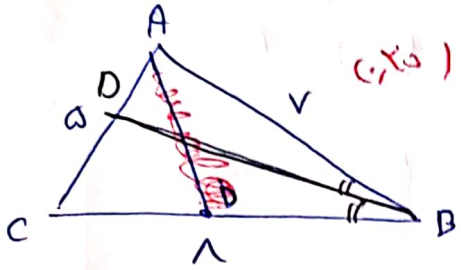
$$\Rightarrow BD = \frac{۲۱}{۸} \quad (۰/۲۵), \quad CD = \frac{۳۵}{۸} \quad (۰/۲۵)$$

اکنون طبق رابطه طول نیم‌ساز داریم: (۰/۲۵)

$$AD^۲ = AB \cdot AC - BD \cdot CD \Rightarrow AD^۲ = ۴ \times ۵ - \frac{۲۱}{۸} \times \frac{۳۵}{۸}$$

$$\Rightarrow AD^۲ = \frac{۲۲۵}{۶۴} \Rightarrow AD = \frac{۱۵}{۸} \quad (۰/۲۵)$$

۱۲- طبق قضیه نیم‌ساز داریم: (۰/۲۵)



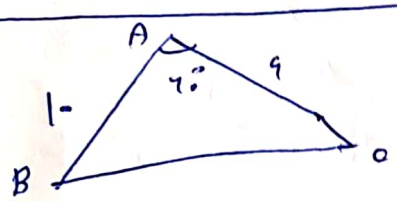
(۰/۲۵)

$$\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{BC} = \frac{۷}{۸} \xrightarrow{\text{ترکیب و نسبت}} \frac{AD}{AD+CD} = \frac{۷}{۱۵}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{۷}{۱۵} \Rightarrow AD = \frac{۷}{۴}, \quad CD = AC - AD = ۵ - \frac{۷}{۴} = \frac{۸}{۴}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۳-



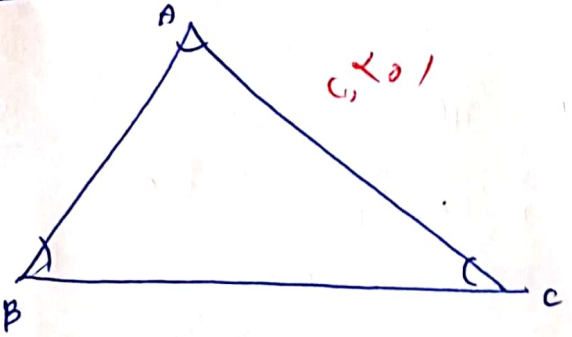
الف) طبق قضیه کسینوس‌ها داریم: (۰/۵)

$$BC^۲ = ۹^۲ + ۱۰^۲ - ۲(۹)(۱۰)\left(\frac{۱}{۲}\right) = ۷۹ \Rightarrow BC = ۲\sqrt{۱۹} \quad (۰/۵)$$

ب)

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \cdot ۱۰ \times ۹ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۱۵\sqrt{۳} \quad (۱)$$

۱۴- برای مثلث مقابل داریم: (۰/۲۵)



$$\frac{AB}{\sin\hat{C}} = \frac{AC}{\sin\hat{B}} = \frac{BC}{\sin\hat{A}}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

Scanned with CamScanner