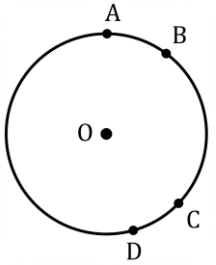
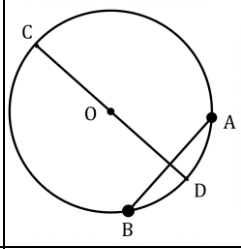
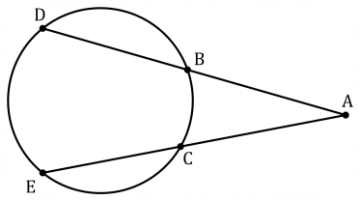
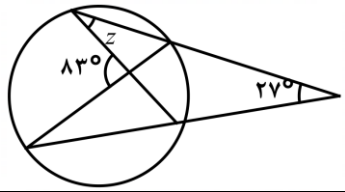
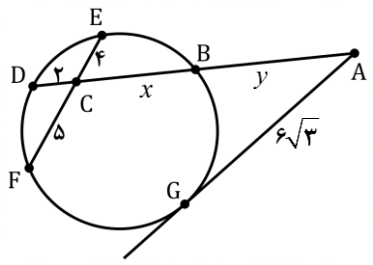
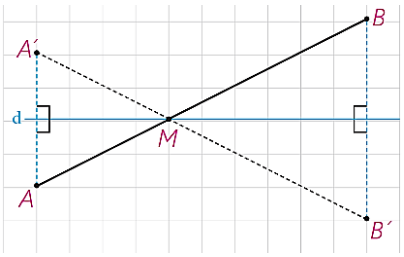
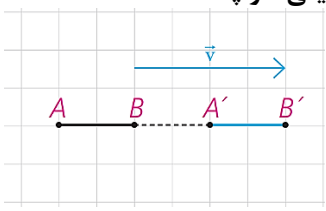
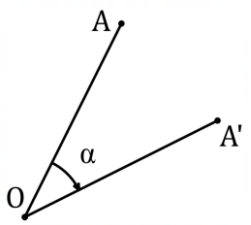
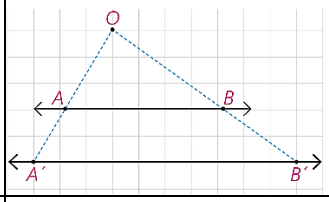
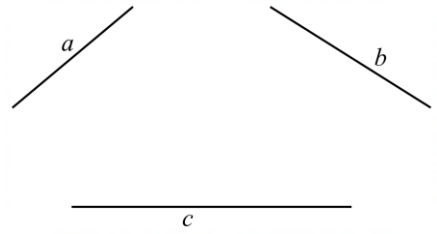
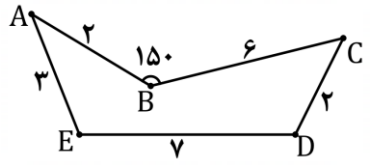
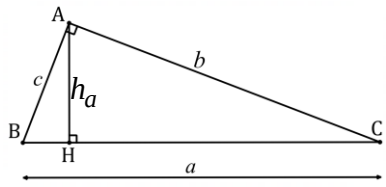
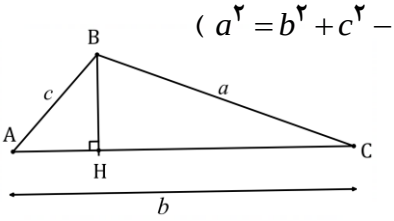
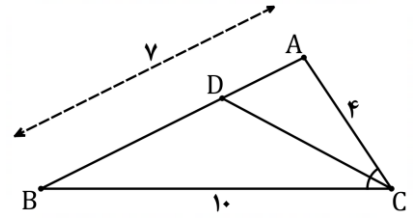
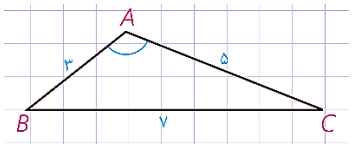
نام و نام خانوادگی :	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش هرمزگان اداره آموزش و پرورش قشم **دبیرستان نمونه دولتی خوارزمی** امتحانات خرداد ماه سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰	تاریخ آزمون :	مهر مدرسه
نام پدر :		وقت آزمون : ۱۱۰ دقیقه	
نام درس : هندسه (۲)		نمره به عدد :	نام و امضاء مصحح :
پایه و رشته : یازدهم ریاضی		نمره به حروف :	

ردیف	سوالات — صفحه ۱ از ۳	بارم
۱	فرض کنید اندازه کمان‌های AB و CD ازدایره مقابل با هم برابرند ، نشان دهید وتر های AB و CD نیز با هم برابرند. 	۰/۷۵
۲	در دایره زیر قطر CD کمان AB را نصف کرده است. نشان دهید CD بر AB عمود است. 	۰/۷۵
۳	در شکل زیر نشان دهید ، اندازه زاویه A برابر $\frac{۱}{۲}(DE-BC)$ است. 	۱
۴	در شکل مقابل اندازه زاویه z را بدست آورید. 	۱
۵	در شکل مقابل AG بر دایره مماس است. مقدار x و y را بیابید. 	۱/۵
۶	طول خط المرکزین دو دایره مماس درونی ۲ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها ۳۶π سانتی‌متر مربع است. طول شعاع های دو دایره را بدست آورید.	۱
	ادامه سوالات در صفحه بعد	

	ادامه سوالات – صفحه دوم	
۷	**شعاع دایره محاطی مثلثی به اضلاع ۵,۱۲,۱۳ را بیابید.**	۱
۸	**در حالتی که پاره خط AB خط بازتاب را در نقطه ای مانند M قطع کند ، نشان دهید بازتاب تبدیلی طولپاست.** 	۱
۹	**اگر پاره خط AB با بردار V موازی باشد ، با توجه به شکل نشان دهید ؛ انتقال تبدیلی طولپاست.** 	۱
۱۰	**در شکل مقابل نقطه A' دوران یافته نقطه A در دورانی به مرکز O و زاویه α است. نشان دهید عمود منصف AA' از نقطه O می‌گذرد.** 	۱
۱۱	**در تجانسی به مرکز O و با نسبت k (در حالتی که نقطه O غیر واقع بر خط AB است و $k>0$) نشان دهید ، تجانس شیب خط را حفظ می‌کند.** 	۱
۱۲	**سه خط دو به دو ناموازی a و b و c در صفحه مفروض‌اند. پاره خطی به طول ۵ سانتی متر رسم کنید که دو سر آن روی a و b و موازی خط c باشد.** (روش رسم را توضیح دهید) 	۱
۱۳	**زمینی به شکل زیر داریم ، می‌خواهیم بدون آنکه محیط این زمین تغییر کند ، مساحتش را افزایش دهیم. چطور این کار را انجام دهیم و میزان افزایش مساحت را حساب کنید.** 	۱
	ادامه سوالات در صفحه بعد	

	ادامه سوالات – صفحه سوم	
۱۴	ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A}=۹۰^\circ$) با ارتفاع $AH=h_a$ داریم : $\frac{۱}{h_a^۲}=\frac{۱}{b^۲}+\frac{۱}{c^۲}$ 	۱/۵
۱۵	در مثلث ABC ($\hat{A}<۹۰^\circ$) قضیه کسینوس ها را اثبات کنید. ($a^۲=b^۲+c^۲-۲bc.\cos A$) 	۲
۱۶	در مثلث ABC ، $AB=۷$ و $AC=۴$ و $BC=۱۰$ است. طول نیمساز زاویه داخلی C را بدست آورید. 	۲
۱۷	مثلث ABC با اضلاع ۳ و ۵ و ۷ مفروض است. مساحت مثلث را با استفاده از دستور هرون بدست آورید و سپس اندازه زاویه منفرجه $\hat{A}$ را حساب کنید. 	۱/۵
موفق باشید ۲۰		

پاسخ تشریحی هندسه ۲
دبیرستان نمونه دولتی فرازمن
دبیر: حسین اسدزاده

رشته: ریاضی
پایه یازدهم

۱- صحابتی شکل واضح است که چهار پاره خط OA، OB، OC و OD شعاع های دایره هستند (۰٫۲۵) بنابراین همگی باهم برابرند از طرفی می دانیم اندازه ی هر زاویه ی مرکزی برابر کمان مقابل به آن است (۰٫۲۵) بنابراین $A\hat{O}B = C\hat{O}D$ خواهد بود و از هم نهشتی مثلث های OAB و OCD به حالت برابری دو ضلع و زاویه ی بین، نتیجه می شود $AB = CD$ است. (۰٫۲۵)

۲- از O به A و B وصل می کنیم و داریم: (۰٫۲۵)

$$A\hat{O}D = B\hat{O}D = \frac{\overset{\frown}{AD}}{2}$$

$$AH = AH \text{ مشترک} \Rightarrow AOH \cong BOH \quad (۰٫۵)$$

$OA = OB$ شعاع دایره

بنابراین از هم نهشتی دو مثلث AOH و BOH نتیجه می شود $O\hat{H}A = O\hat{H}B$ و $O\hat{H}A + O\hat{H}B = 180^\circ$

و در نتیجه $O\hat{H}A = O\hat{H}B = 90^\circ$ و این یعنی CD بر AB مماس است. (۰٫۲۵)

۳- از B به E وصل می کنیم، داریم: (۰٫۲۵)

$$\text{مماس } B\hat{E}C = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2} \quad (1)$$

$$\text{مماس } D\hat{B}E = \frac{\overset{\frown}{DE}}{2} \quad (2)$$

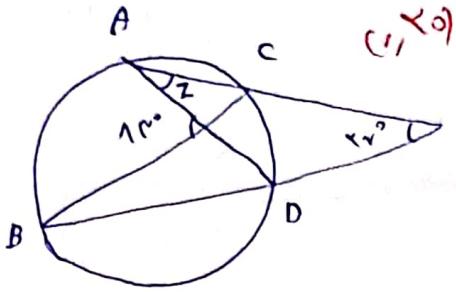
در مثلث ABE زاویه ی $D\hat{B}E$ زاویه ی خارجی است پس:

$$D\hat{B}E = \hat{A} + B\hat{E}C \quad (۰٫۲۵) \Rightarrow \hat{A} = D\hat{B}E - B\hat{E}C$$

$$(1), (2) \Rightarrow \hat{A} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{DE} - \overset{\frown}{BC}) \quad (۰٫۲۵)$$

Scanned with CamScanner

۴- مطابق شکل داریم: (۰٫۲۵)



$$\begin{cases} 84^\circ = \dfrac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{2} \\ 27^\circ = \dfrac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2} \end{cases} \xrightarrow{(0,25)} \begin{cases} \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD} = 168^\circ \\ \overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD} = 54^\circ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(-)} \overset{\frown}{CD} = 57^\circ \ (0,25) \Rightarrow Z = \frac{\overset{\frown}{CD}}{2} = 28^\circ \ (0,25)$$

۵- طبق روابط طولی داریم:

$$DC \cdot BC = EC \cdot FC \ (0,25) \Rightarrow 2x = 20 \Rightarrow x = 10 \ (0,5)$$

$$AG^2 = AB \cdot AD \ (0,25) \Rightarrow 108 = y \times (y+12) \Rightarrow y = 9 \ (0,5)$$

۶- اگر شعاع دو دایره را R_1 و R_2 ($R_1 > R_2$) در نظر بگیریم، چون دو دایره مماس درون اند چنین:

$$R_1 - R_2 = 2 \quad (*1)$$

$$\pi R_1^2 - \pi R_2^2 = 36\pi \ (0,25) \Rightarrow R_1^2 - R_2^2 = 36 \Rightarrow (R_1 - R_2)(R_1 + R_2) = 36$$

$$\xrightarrow{(*1)} 2(R_1 + R_2) = 36 \Rightarrow R_1 + R_2 = 18 \ (0,25) \quad (**1)$$

$$\xrightarrow{(*1),(**1)} \begin{cases} R_1 - R_2 = 2 \\ R_1 + R_2 = 18 \end{cases} \Longrightarrow R_1 = 10, \ R_2 = 8 \quad (0,25) \ (0,25)$$

۷- چون اعداد داده شده در صورت سوال اعداد فیثاغورثی اند ($5^2 + 12^2 = 13^2$) پس مثلث قائم الزاویه است و داریم: (۰٫۲۵)

$$r = \frac{S}{p} \ (0,25) = \frac{\frac{1}{2} \times 5 \times 12}{\frac{1}{2}(5+12+13)} = \frac{60}{30} = 2 \ (0,5)$$

۸- اگر AA' محل تقاطع d و H را نقاط دلخواه در نظر بگیریم داریم:

$AH = A'H$ تعریف بازتاب

$HM = HM$ مشترک $\Rightarrow AHM \cong A'HM \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} AM = A'M \ (0,25)$ (۰٫۲۵)

$A\hat{H}M = A'\hat{H}M = 90^\circ$

$$\begin{cases} AM = A'M \\ BM = B'M \end{cases} \xrightarrow{+} AM + BM = A'M + B'M \Rightarrow AB = A'B' \ (0,5)$$

پس B و B' نسبت به d قرینه اند.

Scanned with CamScanner

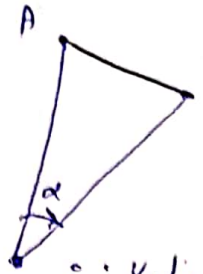
۹- مطابق شکل:

$z_{A'} - z_A = |\vec{v}|$ (۰٫۲۵) $\xrightarrow{(-)}$ $z_{A'} - z_A - z_{B'} + z_B = 0$ (۰٫۲۵)

$z_{B'} - z_B = |\vec{v}|$ (۰٫۲۵)

$\Longrightarrow z_B - z_A = z_{B'} - z_{A'} \Rightarrow |AB| = |A'B'|$ (۰٫۲۵)

۱۰- مطابق تعریف دوران می دانیم: $OA = OA'$ (۰٫۲۵)



بنابراین مثلث AOA' در رأس O متساوی الساقین است (۰٫۲۵)

و می دانیم در مثلث متساوی الساقین ارتفاع رأس قائم و عمود منصف قاعده بر هم منطبق اند، بنابراین عمود منصف AA' از O خواهد گذشت. (۰٫۲۵) (۰٫۲۵)

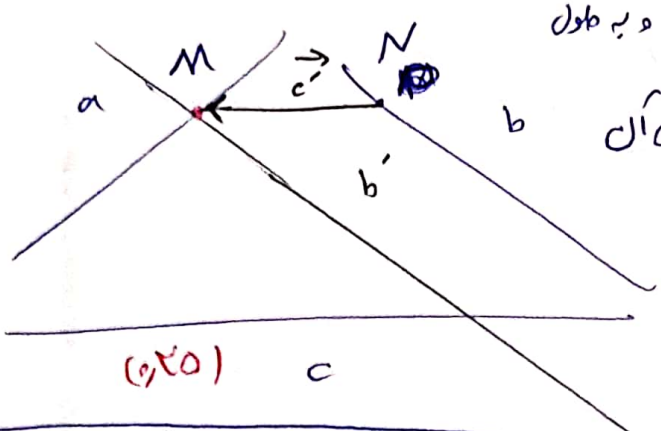
۱۱- در این تجانس می دانیم A' مجانس A و B' مجانس B است پس:

$OA' = k\,OA$ (۰٫۲۵) $\div$ $\xrightarrow{}$ $\frac{OA'}{OB'} = \frac{OA}{OB}$ $\xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}}$ $\frac{OB}{OB'} = \frac{OA}{OA'}$ (۰٫۲۵)

$OB' = k\,OB$

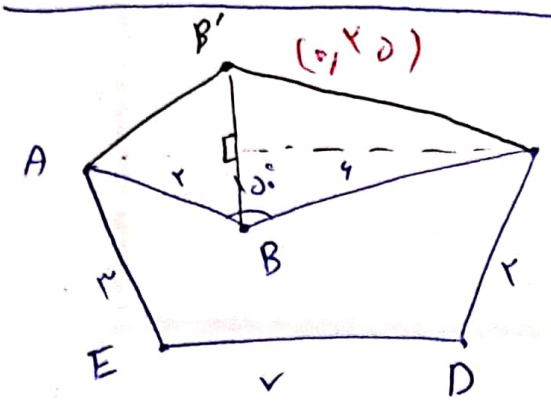
بنابراین طبق عکس قضیه تالس در مثلث $OA'B'$ داریم: $AB \parallel A'B'$ (۰٫۲۵)

۱۲- ابتدا خط b را با بردار موازی خط c و به طول $\vec{c}$ (۰٫۲۵) به سمت چپ انتقال می دهیم. محل تلاقی آن با خط a را M می نامیم و نقطه متناظر با آن روی خط b را N می نامیم. (۰٫۲۵) (۰٫۲۵)



پاره خط MN جواب مسئله است. (۰٫۲۵)

۱۳- باید مطابق شکل B را نسبت به پاره خط AC بازتاب دهیم. مساحت چهارضلعی $ABCB'$ برابر است با: (۰٫۲۵)



$S_{ABCB'} = 2\,S_{ABC} = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 6 \times \sin 30^\circ\right)$

$= 6$ (۰٫۵)

Scanned with CamScanner

۱۴- مساحت مثلث را از دو روش حساب می‌کنیم:

$S = \frac{1}{2} bc$ (۰٫۲۵) برابری $\frac{1}{2} bc = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \Rightarrow h_a = \frac{bc}{a}$ (۰٫۲۵)

$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$

$\Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{bc}$ به توان ۲ $\frac{1}{h_a^2} = \frac{a^2}{b^2 * c^2}$ (۰٫۲۵)



فیثاغورس $\frac{1}{h_a^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 \times c^2} = \frac{1}{c^2} + \frac{1}{b^2}$ (۰٫۲۵) ✓ (۰٫۵)

۱۵- در مثلث BHC طبق فیثاغورس داریم: (۰٫۵)

$a^2 = BH^2 + (b - AH)^2 \Rightarrow a^2 = BH^2 + b^2 + AH^2 - 2bAH$

$\Rightarrow a^2 = b^2 + \underbrace{(AH^2 + BH^2)}_{c^2} - 2bAH$ (۰٫۵)

در مثلث ABH داریم: $\cos\hat{A} = \frac{AH}{c} \Rightarrow AH = c \cdot \cos\hat{A}$ (۰٫۵)

جایگذاری $\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\hat{A}$ ✓ (۰٫۵)

۱۶- ابتدا طبق قضیه نیم‌ساز داریم: (۰٫۵)

$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ ترکیب در صورت $\frac{AD}{AD + BD} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{2}{7}$ (۰٫۲۵)

$\Rightarrow AD = 4$ (۰٫۲۵)، $BD = 5$ (۰٫۲۵)

اکنون طبق رابطه طول نیم‌ساز داریم:

$CD^2 = AC \cdot BC - AD \cdot BD = 4 \times 10 - 2 \times 5 = 20 \Rightarrow CD = 2\sqrt{5}$ (۰٫۵)

۱۷- $p = \frac{3 + 5 + 7}{2} = \frac{15}{2}$ (۰٫۲۵) $\Rightarrow S = \sqrt{\frac{15}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{9}{2}} = \frac{15}{4}\sqrt{3}$ (۰٫۵)

اکنون طبق قضیه کسینوس‌ها داریم:

$7^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \times 3 \times 5 \times \cos\hat{A} \Rightarrow \cos\hat{A} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$

(۰٫۲۵) (۰٫۲۵) (۰٫۲۵)

Scanned with CamScanner