به نام خدا		
نام و نام خانوادگی:	دبیرستان استعدادهای درخشان فرزانگان دوره دوم شهرستان شوشتر	امتحان نوبت دوم
نام درس : هندسه ۲	نام دبیر: ابراهیمی	
پایه :یازدهم	تاریخ امتحان: ...../...../۱۴۰۱	
رشته : ریاضی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	

شماره	سوال	بارم

نکته: فقط به پنج سوال از شش سوال 1/5 نمره ای پاسخ دهید

فصل ۱ (۵ نمره)

۱ کامل کنید

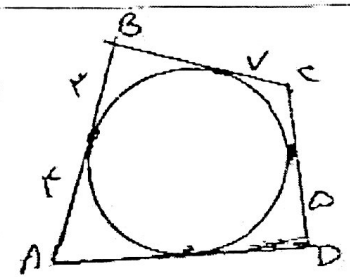
الف)در هر مثلث ۱دایره محاطی داخلی و ۳ دایره ی محاطی خارجی و ۱ دایره ی محیطی وجود دارد. ۱/۵

که مرکز دایره ی محیطی ..... و مرکز دایره ی محاطی داخلی .....و مرکز دایره ی محاطی خارجی

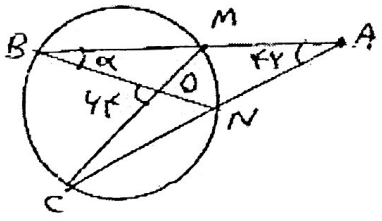
..... و شعاع دایره ی محاطی داخلی ..... و شعاع دایره ی محاطی خارجی

..... می باشد.

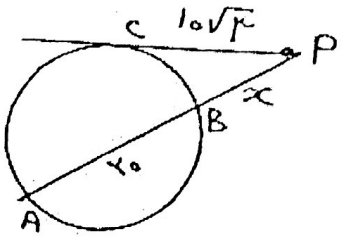
۲ محیط چهارضلعی زیر را به دست اورید.



۳ در شکل مقابل α را به دست اورید. ۱/۵



۴ PB را به دست اورید.(PC بر دایره مماس است) ۱



فصل ۲ (۷ نمره)

۵ جاهای خالی را کامل کنید

۲

۱)بازتاب مرکزی شیب خط را حفظ..... .

۲)انتقال جهت شکل را حفظ ..... .

۳)دوران شیب خط را حفظ..... .

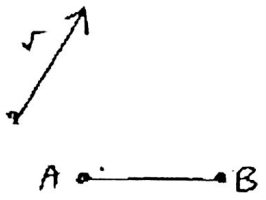
۴)نتیجه ی ترکیب دو بازتاب با محور های موازی یک.....است.

۵)اگر تجانس را..... می نامند و اگرباشد تجانس را ..... می نامند .

۶)اگر در تجانس تصویر شکل .....و آن را ..... می نامند .

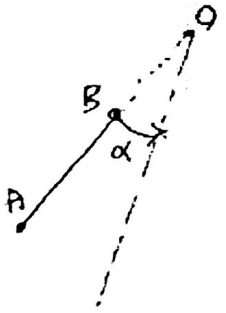
۶ ثابت کنید در حالت زیر انتقال طولپاست .

۱



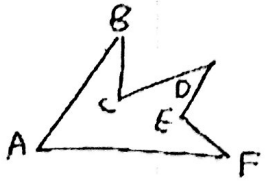
۷ ثابت کنید در حالت زیر دوران طولپاست .

۱



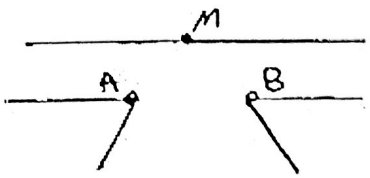
۸ در شکل زیر دور زمین هایی مطابق شکل حصارکشی شده است چطور می توان بدون کم کردن حصار ها مساحت زمین را افزایش داد؟ (توضیح دهید)

۱/۵



۹ میخواهیم کنار رودخانه ها ، ۳ اسکله بزنیم جای ۲ اسکله A و B مطابق شکل مشخص شده است و اسکله ی M را در چه فاصله ای از ساحل رودخانه قرار دهیم تا قایق ها هنگام طی مسیر MABM کوتاهترین مسیر را طی کنند؟

۱/۵



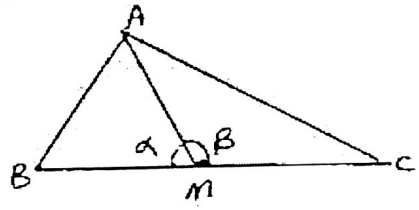
فصل ۳ (۸ نمره و ۱/۵ نمره اختیاری)

۱۰ قضیه ی سینوس ها را در حالتی که $\hat{A} < 90^\circ$ اثبات کنید .

۲

۱۱ ثابت کنید $b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{1}{2}a^2$ ($Am = m_a$ میانه می باشد)

۲



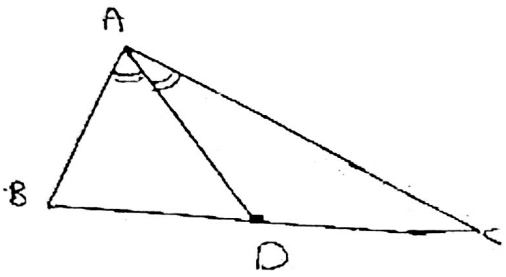
۱۲ به کمک دستور هرون مساحت و ارتفاع های مثلثی را حساب کنید که اندازه ی اضلاع آن ۱۵،۱۴،۱۳ باشد

۲

۱۳ در مثلثی $a = 4$ و $b = 4\sqrt{3}$ و $\hat{C} = 30^\circ$ می باشد اندازه ی دیگر زاویه ها و ضلع سوم مثلث را بیابید.

۱/۵

۱۴	نشان دهید مثلثی با این مشخصات وجود ندارد . $\hat{A}=60^\circ$ $a=2$ $b=6$	۰ ۱/۵
۱۵	ثابت کنید اگر AD نیمساز است $\frac{AB}{BD}=\frac{AC}{CD}$	۱/۵



موفق باشید

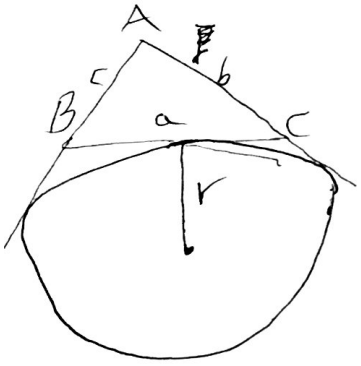
نکته: به بیش از ۲۰ نمره پاسخ ندهید. سؤال اضافی به ترتیب حذف می‌شود. فقط سؤالات ۱/۵ نمره انتخابی هستند.

طراح پاسخ‌نامه: امیرضا شهبازی علوی — دانشجو بورسیه ایران / دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

سابقه کار در مدارس: سید الشهدا، ریان نور الهدی، مفید زنجان و ... رشته: مهندسی مکانیک

☆ ☆ ☆

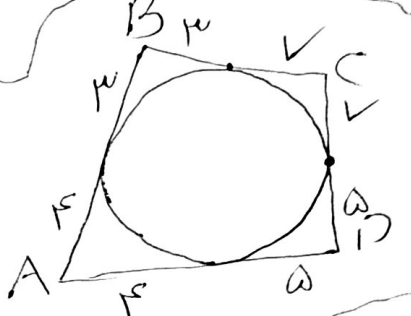
(۱) محل همرسی عمودمنصف‌ها / محل همرسی نیمسازها / برروی تقاطع نیمساز یک زاویه داخلی و نیمسازهای خارجی /



شعاع دایره‌ی محاطی داخلی: $r = \frac{S}{p}$ / شعاع دایره‌ی محاطی خارجی: $r = \frac{S}{p-a}$

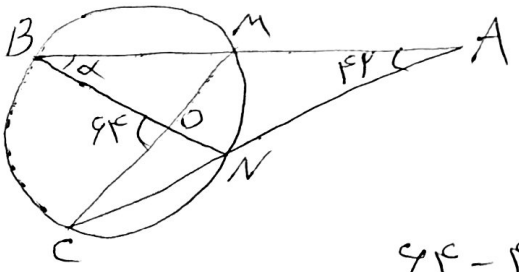
نکته: منظور از p، نصف محیط مثلث است.

(۲)



$$\Rightarrow \text{محیط} = 2(3+7+12+4) = 38$$

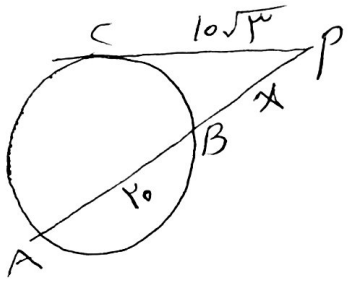
(۳)



$$\left.\begin{array}{l} \frac{\overset{\frown}{BC} - \overset{\frown}{MN}}{2} = 42 \\ \frac{\overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{MN}}{2} = 64 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$64 - 42 = \overset{\frown}{MN} = 22 \Rightarrow \alpha = \frac{\overset{\frown}{MN}}{2} \Rightarrow 11 = \alpha$$

(۴) طبق روابط طولی می‌دانیم:



$$PC^2 = PB \times PA \Rightarrow (10\sqrt{3})^2 = x(20+x)$$

$$\Rightarrow 300 = 20x + x^2 \Rightarrow x = 10$$

$$(x+30)(x-10) = 0$$

x ✗ ✓

(۵)

۱) می‌کند

۲) می‌کند

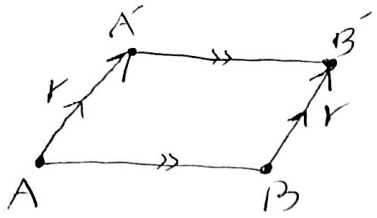
۳) نمی‌کند

۴) انتقال

۵) $k>0$ مستقیم، $k<0$ معکوس

۶) خودش شعاع تجانس‌هاست

(۶)

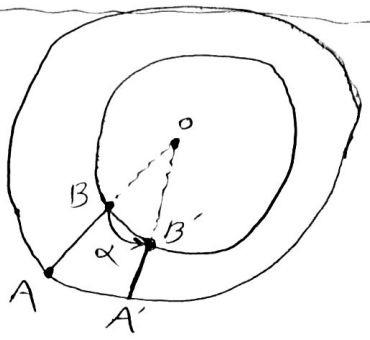


چهارضلعی $AA'B'B$ داریم $AA'=BB'=|\vec{r}|$ ، $AA' \parallel BB' \parallel \vec{r}$

$\Rightarrow$ چهارضلعی متوازی الاضلاع است $\Leftarrow AB = A'B'$

---

(۷)

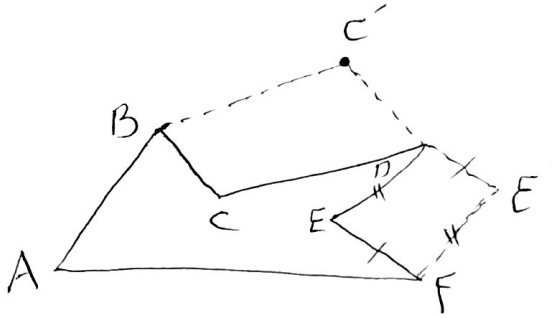


$$\left.\begin{array}{l} AB = AO - OB \\ A'B' = A'O - OB' \\ OA = OA',\ OB = OB' \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$AB = A'B'$$

---

(۸)



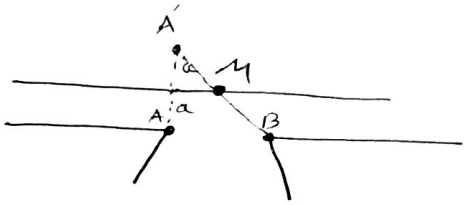
می دانیم در متوازی الاضلاع، اضلاع روبرو با هم برابرند

$\Leftarrow$ اگر شکل $ABC'E'F$ را در نظر بگیریم

بیشترین مساحت عکس را بدون تغییر محیط بدست آورده ایم

---

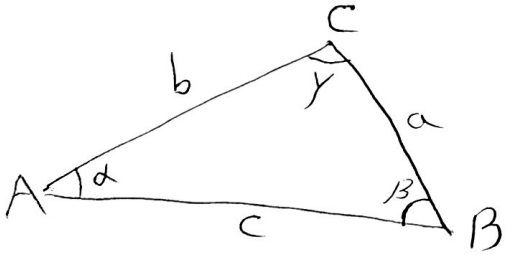
(۹)



$\longleftarrow$ با توجه به تعاریف گفته شده خواندیم

---

(۱۰)



$$S = (\sin\alpha)\cdot b\cdot c = (\sin\beta)\cdot a\cdot c$$

$$\Rightarrow (\sin\alpha)\cdot b = (\sin\beta)\cdot a$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} \quad (I)$$

$$S = (\sin\alpha)\cdot b\cdot c = (\sin\gamma)\cdot a\cdot b$$

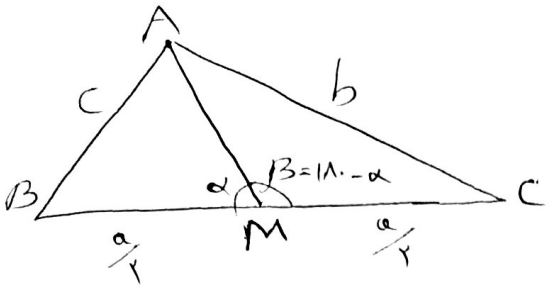
$$\Rightarrow (\sin\alpha)\cdot c = (\sin\gamma)\cdot a$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma} \quad (II)$$

(I), (II) $\Rightarrow$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

(۱۱)



$$A\hat{C}M: b^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+AM^2-2\times\frac{a}{2}\times AM\times\cos\alpha$$

$$b^2=\frac{a^2}{4}+AM^2-a\cdot AM\cdot\cos\alpha \quad (I)$$

$$A\hat{B}M: c^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+AM^2-2\times\frac{c}{2}\times AM\times\cos(180-\alpha)$$

$$c^2=\frac{a^2}{4}+AM^2+a\cdot AM\cdot\cos\alpha \quad (II)$$

$$\Rightarrow (I)+(II)=b^2+c^2=\frac{a^2}{4}+AM^2-a\cdot AM\cdot\cos\alpha+\frac{a^2}{4}+AM^2+a\cdot AM\cdot\cos\alpha$$

$$\longrightarrow b^2+c^2=\frac{a^2}{2}+2AM^2=\frac{a^2}{2}+2m_a^2$$

---

(۱۲) $P=\frac{13+14+15}{2}=21$

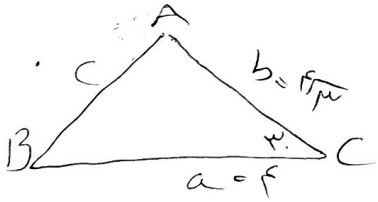
هرون: $S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$

$$\Rightarrow S=\sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}=7\times3\times4=84$$

$$\Rightarrow S=\frac{h_a\times a}{2} \Rightarrow 84=\frac{h_a\times 15}{2} \Rightarrow h_a=11{,}2,\ h_b=12,\ h_c\simeq 12{,}9$$

---

(۱۳)



$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$$

$$\Rightarrow c^2=16+48-2(4)(4\sqrt{3})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\Rightarrow c=4$$

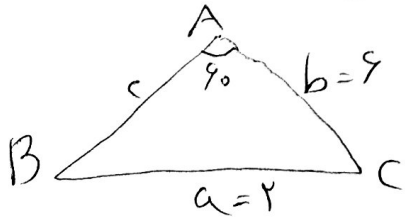
$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\Rightarrow\cos A=\frac{48+16-16}{2\times4\sqrt{3}\times4}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \hat{A}=30 \quad \Rightarrow \hat{B}=120^\circ$$

راه دوم: میشود از خواص مثلث متساوی‌الاضلاع هم استفاده کرد

---

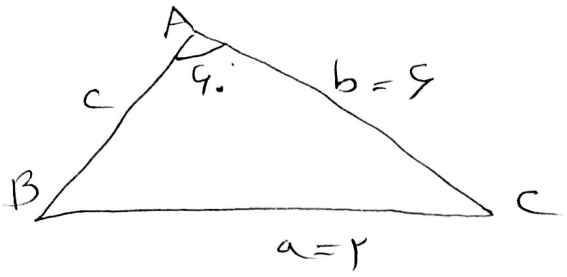
(۱۴)



$$c^2=4+36-2(2)(6)\times\cos C$$

$$\Rightarrow c^2=40-24\cos C$$

(۱۴)



می‌دانیم $\cos ۶۰ = \frac{۱}{۲}$ ، $\frac{c^۲ + ۳۶ - ۴}{۱۲c}$

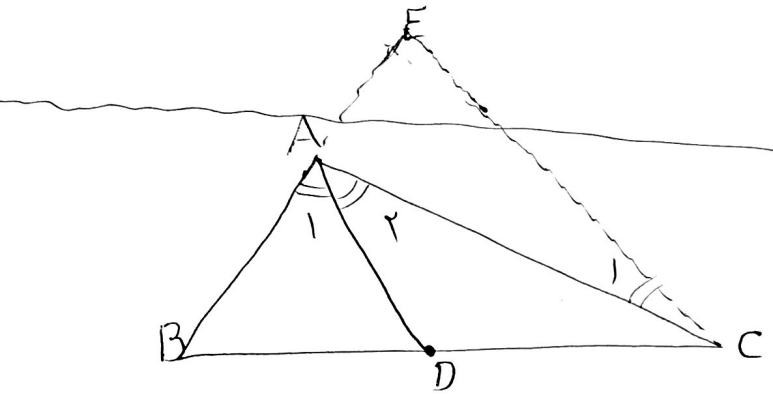
$$\Rightarrow ۶c = c^۲ + ۳۲ \Rightarrow c^۲ - ۶c + ۳۲ = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta < ۰ \longrightarrow \text{ریشه ندارد}$$

ولذا مثلثی با این مشخصات نداریم.

(۱۵)

حکم : $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD}$



خطی موازی AD از C رسم می‌کنیم

$EC \parallel AD \Leftarrow$

$$CE \parallel AD, \not\parallel AC \Rightarrow \hat{A}_۲ = \hat{C}_۱$$
$$CE \parallel AD, \not\parallel AC \Rightarrow A_۱ = \hat{E}$$
$$\hat{A}_۱ = \hat{A}_۲$$
$$\Rightarrow \hat{C}_۱ = E \Rightarrow AE = AC \quad (I)$$

تالس $\longrightarrow AD \parallel CE \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AE} \xrightarrow{(I)} \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD}$$

موفق باشید ☺