نام ونام خانوادگی :	**باسمه تعالی**	**تاریخ امتحان: 01 / 03/1402**
پایه و رشته: یازدهم ریاضی فیزیک	**مدیریت آموزش و پرورش ناحیه 3 تبریز**	**مدت امتحان: ۹۰ دقیقه**
دبیر مربوطه : اسماعیل‌نژاد	**دبیرستان غیر دولتی برهان (دوره دوم)**	**تعداد سوالات: ۱۱**

نام آزمون: هندسه ۲

سوال ۱(۲ نمره)

صحیح یا غلط بودن عبارات زیر را مشخص کنید

الف) ذوزنقه متساوی الساقین هم محیطی است و هم محاطی.

ب) هر دو شکل متشابه، متجانس هستند.

ج) هدف مسایل هم پیرامونی این است که بدون اینکه محیط چندضلعی تغییر کند، مساحت آن چندضلعی را تغییر دهیم.

د) در مثلث ABC ، $A > ۹۰$ اگر و تنها اگر $a^۲ < b^۲ + c^۲$.

سوال ۲ (۲ نمره)

مردی می‌خواهد برای برداشتن آب از خانه به ساحل رودخانه‌ای که لبه‌ی مستقیمی دارد برود و بعد سطل آب را به اسطبل ببرد که در همان سمت رودخانه است. او از کدام نقطه از ساحل آب بردارد که مسافتی که در مجموع طی می‌کند، کمترین حالت ممکن باشد؟ (رسم شکل و اثبات جزئیات الزامی است).

سوال ۳(۱/۵ نمره)

در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

الف) تبدیلی که هر نقطه صفحه را به خود آن نقطه نظیر می کند ..... نام دارد.

ب) شرط اینکه تجانس طولپا باشد، این است که ..... .

سوال ۴(۲ نمره)

اندازه ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع های ۱۴ و۶ واحد برابر ۱۵ است. طول خط المرکزین این دو دایره چند واحد است؟

سوال ۵(۲ نمره)

نشان دهید اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف کمان مقابل.

www.kanoon.ir

سوال ۶ **(۱ نمره)**

اگر r_a و r_b و r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، ثابت کنید: $\frac{۱}{r} = \frac{۱}{r_a} + \frac{۱}{r_b} + \frac{۱}{r_c}$

سوال ۷ (۲ نمره)

نشان دهید بازتاب طولپاست.(اثبات برای حالتی که پاره خط AB، خط بازتاب راقطع کند)

سوال ۸ (۲ نمره)

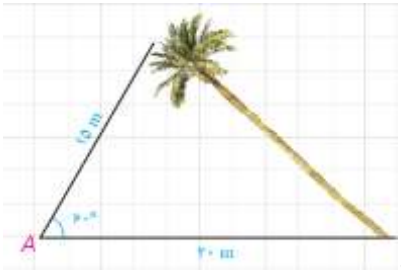
در مثلث ABC به اضلاع ۵ و ۶ و ۷ سانتی متر، نقطه ای که از اضلاع ۵ و ۶ به فاصله‌ی ۲ و ۳ سانتی متر است از ضلع سوم چقدر فاصله دارد؟

سوال ۹ (۲ نمره)

یک درخت کج از نقطه‌ی A روی زمین، که در فاصله‌ی ۱۵ متری از نوک درخت است به زاویه‌ی ۶۰ درجه دیده می شود. اگر فاصله‌ی A تا پای درخت ۲۰ متر باشد، مطلوب است:

الف) طول درخت

ب) فاصله ی نوک درخت از زمین



سوال ۱۰ (۲ نمره)

در مثلث ABC، $AB = ۷$، $AC = ۴$، $BC = ۱۰$ است. طول نیمساز زاویه‌ی C را بدست آورید.

سوال ۱۱ (۱/۵ نمره)

در مثلثی به اضلاع ۴و ۶ و ۸ طول کوچکترین میانه را بیابید.

www-kanoon-ir

www-kanoon-ir

نام ونام خانوادگی :	باسمه تعالی	تاریخ امتحان: 01 / 1402/03
پایه و رشته: یازدهم ریاضی فیزیک	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه 3 تبریز	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه
دبیر مربوطه : اسماعیل‌نژاد	دبیرستان غیر دولتی برهان (دوره دوم)	تعداد سوالات: ۱۱

نام آزمون: هندسه ۲

سوال ۱(۲ نمره)

صحیح یا غلط بودن عبارات زیر را مشخص کنید

الف) ذوزنقه متساوی الساقین هم محیطی است و هم محاطی. ص

ب) هر دو شکل متشابه، متجانس هستند. غ

ج) هدف مسایل هم پیرامونی این است که بدون اینکه محیط چندضلعی تغییر کند، مساحت آن چندضلعی را تغییر دهیم. غ

د) در مثلث ABC ، $A > ۹۰$ اگر و تنها اگر $a^۲ < b^۲ + c^۲$. غ

سوال ۲ (۲ نمره)

مردی می‌خواهد برای برداشتن آب از خانه به ساحل رودخانه‌ای که لبه‌ی مستقیمی دارد برود و بعد سطل آب را به اسطبل ببرد که در همان سمت رودخانه است. او از کدام نقطه از ساحل آب بردارد که مسافتی که در مجموع طی می‌کند، کمترین حالت ممکن باشد؟ (رسم شکل و اثبات جزئیات الزامی است).

ابتدا بازتاب نقطه‌ی A را نسبت به خط d (رودخانه) پیدا می‌کنیم (۰/۵) تصویر A را A’ می‌نامیم و نقطه A’ زا به B وصل می‌کنیم. محل تقاطع خط A’B با خط d را M می‌نامیم که مکان کورد نظر می‌باشد(۰/۵). نشان می‌دهیم اگر M’ نقطه‌ی دیگری روی خط d باشد، همواره AM+MB<AM’+M’B(اثبات جزییات ۱ نمره)

سوال ۳(۱/۵ نمره)

در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

الف) تبدیلی که هر نقطه صفحه را به خود آن نقطه نظیر می کند ..همانی.. نام دارد.

ب) شرط اینکه تجانس طولپا باشد، این است که $|K|=۱$

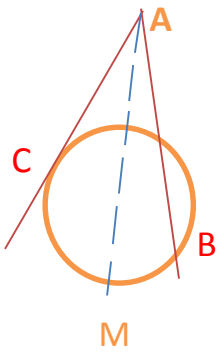
سوال ۴(۲ نمره)

اندازه ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع های ۱۴ و۶ واحد برابر ۱۵ است. طول خط المرکزین این دو دایره چند واحد است؟

$$TT' = \sqrt{d^۲ - (R - R')^۲} \rightarrow ۱۵^۲ = d^۲ - \left(۱۴ - ۶\right)^۲ \rightarrow ۲۲۵ + ۶۴ = d^۲ \rightarrow d = ۱۷$$

www.kanoon.ir

سوال ۵(۲ نمره)



نشان دهید اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف کمان مقابل.

ابتدا نقطه A را به مرکز دایره وصل کرده امتداد می‌دهیم. اندازه زاویه A برابر مجموع دو زاویه محاطی A_1 و A_2 است بنابراین داریم:

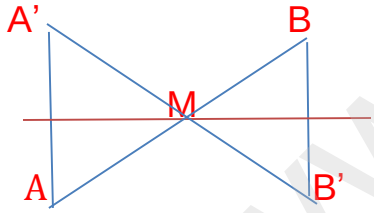
$$\hat{A} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \frac{BM}{2} + \frac{CM}{2} = \frac{BC}{2}$$

سوال ۶ **(۱ نمره)**

اگر r_a و r_b و r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، ثابت کنید: $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$

$r_a=\frac{S}{P-a}$ و $r_b=\frac{S}{P-b}$ و $r_c=\frac{S}{P-c}$ $\rightarrow$ $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{P-a}{S} + \frac{P-b}{S} + \frac{P-c}{S} = \frac{3P-(a+b+c)}{S} = \frac{p}{S} = \frac{1}{r}$

سوال ۷ (۲ نمره)



نشان دهید بازتاب طولپاست.(اثبات برای حالتی که پاره خط AB، خط بازتاب را قطع کند)

بازتاب نقطه A را پیدا می‌کنیم و A' می‌نامیم و بازتاب نقطه B را پیدا می‌کنیم و B' می‌نامیم

تبدیل یافته هر خط راست یک خط راست است. وخط بازتاب عمود منصف A'B' و AB است.

AB= A'B' داریم AM=A'M و MB=MB' و چون A'B'=A'M+MB' و AB=AM+MB

سوال ۸ (۲ نمره)

در مثلث ABC به اضلاع ۵ و ۶ و ۷ سانتی متر، نقطه ای که از اضلاع ۵ و ۶ به فاصله‌ی ۲ و ۳ سانتی متر است از ضلع سوم چقدر فاصله دارد؟

رسم شکل و رابطه $S_{ABC} = S_{ABO} + S_{AOC} + S_{OBC}$ (۰/۵ نمره)

www-kanoon-ir

بنا به رابطه هرون(۰/۵ نمره) مساحت مثلث ABC برابر است با $\sqrt{۹ \times ۲ \times ۳ \times ۴} = ۶\sqrt{۶}$ (۰/۵ نمره)

$S_{ABO} = \frac{۶ \times ۳}{۲}$ و $S_{AOC} = \frac{۵ \times ۲}{۲}$ و $S_{OBC} = \frac{۷ \times x}{۲}$ لذا با جایگذاری در رابطه اول x محاسبه می‌شود. (۰/۵ نمره)

سوال ۹ (۲ نمره)

یک درخت کج از نقطه‌ی A روی زمین، که در فاصله‌ی ۱۵ متری از نوک درخت است به زاویه‌ی ۶۰ درجه دیده می شود. اگر فاصله‌ی A تا پای درخت ۲۰ متر باشد، مطلوب است:

الف) طول درخت: $a^۲ = b^۲ + c^۲ - bc.\cos ۶۰ \rightarrow a^۲ = ۱۵^۲ + ۲۰^۲ - ۲ \times ۱۵ \times ۲۰ \times \frac{۱}{۲} \rightarrow a = ۱۵\sqrt{۳}$ (۰/۵ نمره)

ب) فاصله ی نوک درخت از زمین: $\sin ۶۰ = \frac{h_a}{۱۵} \rightarrow h_a = \frac{۱۵\sqrt{۳}}{۲}$ (۰/۵ نمره)

سوال ۱۰ (۲ نمره) =

در مثلث ABC، $AB = ۷$، $AC = ۴$، $BC = ۱۰$ است. طول نیمساز زاویه‌ی C را بدست آورید.

پای نیمساز زاویه C را D می‌نامیم. پس داریم: $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DB}$

در نتیجه $\frac{AD}{DB} = \frac{۴}{۱۰}$ با توجه به ویژگی تناسب $\frac{AD+DB}{DB} = \frac{AB}{DB} = \frac{۱۴}{۱۰}$ پس $\frac{۷}{DB} = \frac{۱۴}{۱۰}$ پس $DB = ۵$ و $AD = ۲$. (۱ نمره)

بنا به قضیه دوم نیمسازها $CD^۲ = CB.CA - AD.DB$ و درنتیجه $CD^۲ = ۱۰ \times ۴ - ۲ \times ۵ = ۳۰$ و $CD = \sqrt{۳۰}$(۱ نمره)

سوال ۱۱ (۱/۵ نمره)

در مثلثی به اضلاع ۴و ۶ و ۸ طول کوچکترین میانه را بیابید.

$$b^۲ + c^۲ = ۲m_a^۲ + \frac{a^۲}{۲} \rightarrow ۳۶ + ۱۶ = ۲m_a^۲ + ۳۲ \rightarrow m_a = \sqrt{۱۰}$$