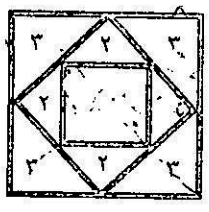
درس: آمار و احتمال	باسمه تعالی	وقت آزمون: ۱۰۰ دقیقه	سازمان آموزش و پرورش استثنایی ایران
نام ونام خانوادگی:	اداره کل آموزش وپرورش خراسان رضوی	تاریخ آزمون: ۴ / ۱۰ / ۱۴۰۲	
پایه: یازدهم رشته:ریاضی	آموزش وپرورش ناحیه ۴	ساعت شروع:	
نام آموزشگاه : دبیرستان فرزانگان ۱ دوره دوم	دی ماه ۱۴۰۲	تعدادسؤال:۱۷	
نام ونام خانوادگی دبیر وامضا: شمیم حسنی		نمره :	تعداد صفحه: ۲ صفحه

ردیف	سوال	بارم
۱	ارزش هر یک از گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) ۶ عددی اول است یا ۹ عددی مرکب نیست. ب) $\forall x \in \mathbb{Z}\,;\,(x^2+x+x) \in o$ (o : مجموعه اعداد فرد) ج) زوج بودن عدد ۱۳ شرط لازم و کافی برای اول بودن عدد ۱۹ است. د) $\exists x \in \mathbb{R}\,,\forall y \in \mathbb{R}\,;\,xy = 1$	۱
۲	نقیض هر یک از گزاره های زیر را بنویسید. الف) هر ساکن از ساختمان مینو کمتر از ۴۰ سال سن دارد ب) تابستان فصل دوم سال است. اگر و تنها اگر ۱۷ عددی فرد باشد.	۱
۳	فرض کنید P گزاره $(\forall x,y \in \mathbb{R}\,,x+y \neq xy)$ و q گزاره $\left(\exists x \in \left(۲_{و}+\infty\right);\,x^2+x-۲=۰\right)$ باشند. ارزش گزاره $(P \wedge \sim q) \Rightarrow (\sim P \Rightarrow q)$ را بیابید.	۱
۴	به کمک قوانین جبر گزاره ها هم ارزی برای گزاره زیر بنویسید. $q \Rightarrow [\sim(P \Rightarrow q) \wedge \sim P]$	۱.۵
۵	به کمک عضوگیری ثابت کنید اگر A و B دو مجموعه با مجموعه مرجع $\mathbb{U}$ باشند و $A \subseteq B$ آنگاه: $B' \subseteq A'$	۱
۶	اگر $A = \{۲\}$ و $B = \{۲,\{۲\}\}$ و $C = \{۲,\{۲,\{۲\}\}\}$ درستی یا نادرستی روابط زیر را مشخص کنید. الف) $A \subset B$ ب) $A \in B$ ج) $B \subset C$ د) $B \in C$	۱
۷	اگر A مجموعه ای ۵ عضوی، $A \cap B$ مجموعه ای دوعضوی و $(A-B) \times (B-A)$ دارای ۶ عضو باشد، $(A \cup B)^2$ از چند زوج مرتب تشکیل شده است.	۱.۵
۸	اگر دو عضو از اعضای مجموعه A حذف کنیم، از تعداد زیر مجموعه های آن ۱۹۲ واحد کم می شود. مجموعه B دارای ۱۵ زیر مجموعه ناتهی است. اگر $n(A \cap B)^2$ برابر ۹ باشد در این صورت تعداد عضوهای مجموعه $(A' \cup B)'$ چقدر است؟	۱.۵

www-kanoon.ir

۹	به کمک جبر مجموعه ها نشان دهید. $(A \cup B) - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C) \cup (B - C)$	۱
۱۰	ثابت کنید اگر $A \times B = A \times C$, $A \neq \phi$ آنگاه $B = C$	۱.۵
۱۱	در پرتاب سه تاس سالم با کدام احتمال اعداد روشده لااقل دو تاس از سه تاس با هم برابرند؟	۱
۱۲	تعداد مهره های آبی و قرمز در یک کیسه دو عدد متوالی هستند. اگر دو مهره هم زمان از کیسه خارج کنیم احتمال هم رنگ بودن دو مهره برابر $\frac{2}{5}$ است. تعداد مهره های داخل این کیسه کدام است؟	۱
۱۳	بر روی یک تاس اعداد ۳ ، ۲ ، ۲ ، ۱ ، ۱ ، ۱ نوشته شده است. در ۲ بار پرتاب این تاس با کدام احتمال اعداد ظاهر شده برابر نیستند؟	۱
۱۴	یک هدف به صورت شکل زیر است. احتمال برخورد تیر به نواحی با شماره ۳ دو برابر نواحی با شماره ۲ و سه برابر ناحیه با شماره ۱ است. اگر تیری پرتاب شود، چقدر احتمال دارد به ناحیه ۲ برخورد کند؟ 	۱.۵
۱۵	مریم و سارا هرکدام به ترتیب با احتمال ۰/۷ و ۰/۴ در یک مهمانی شرکت می کنند. احتمال حضور مریم به شرط حضور سارا برابر ۰/۴ است. احتمال حضور مریم به شرط حضور نیافتن سارا چقدر است	۱.۵
۱۶	در یک اتوبوس ۵ مرد و ۳ زن نشسته اند. در یک ایستگاه ۳نفر به ترتیب پیاده می شوند. با کدام احتمال اولین نفر مرد و سومین نفر زن است.	۱
۱۷	۱۰ مهره با شماره های ۱ تا ۱۰ در یک گلدان قرار دارند. ابتدا بابک و سپس حمید هرکدام یک مهره از این گلدان خارج می کنند. اگر اختلاف اعداد مهره های خارج شده برابر ۳ باشد، احتمال اینکه عدد یکی از مهره های خارج شده ۷ باشد چقدر است؟	۱

موفق باشید

www.kanoon.ir

آمار و احتمال - فرزانگان ۱ سوم دی ۱۴۰۲

① الف) نادرست ب) نادرست (بخاطر عدد صفر) ج) نادرست د) نادرست $(x=0 \rightarrow xy=0)$

② الف) هر یک از اعضای مجموعه حداقل ۴ سال سن دارد $\sim(P \rightarrow q) \equiv P \wedge \sim q$ عضو مجموعه $\rightarrow x<4$ $\forall x \in$

ب) اگر دقیقا ۱۷ فروردین، آنگاه تابستان فصل دوم سال نیست

فرد ۱۷ $\leftrightarrow$ تابستان فصل دوم سال

$\sim(P \leftrightarrow q) \equiv (\sim q \leftrightarrow \sim P)$

③ $(P \wedge \sim q) \Rightarrow (\sim P \Rightarrow q)$

F T F T F F

F T

ارزش آن درست است

$P = (\forall x,y \in \mathbb{R};\ x+y \neq xy) = F$

$q = (\exists x \in (1,+\infty);\ x^2+x-2=0) = F$

④

$q \rightarrow [\sim(P \Rightarrow q) \wedge \sim P] \equiv q \Rightarrow P$

$\equiv \sim((P \Rightarrow q) \vee P)$

$(P \wedge \sim q) \vee P \equiv P$

⑤ $A \subseteq B \rightarrow B' \subseteq A'$

A' = اعداد فرد طبیعی کمتر از ۴ $= \{1,3\}$ $B' = \{0\}$

A = اعداد طبیعی زوج $= \{0,2,4,\dots\}$

B = اعداد طبیعی

U = اعداد حسابی (اعداد طبیعی + ۰)

$\{0\} \subseteq \{0,2,4,\dots\}$ طبیعی $\Rightarrow$ زوج

⑥ الف) درست ✓ ب) درست ✓ ج) نادرست ✗ د) درست ✓

⑦

$n(A)=5$ $n(A \cap B)=2$ $n[(A-B) \times (B-A)] = 6$

$n(A-B) \times n(B-A) = 6$

$[n(A) - n(A \cap B)] \times [n(B) - n(A \cap B)] = 6$

$5-2$ $\Downarrow 4$ 2

$n(B)=4$ $n(A \cup B)^2$

$= n^2(A) + n^2(B) - 2n^2(A \cap B)$

$= 25 + 12 - 2 \times 2 = 37$

⑧

$2^{n-2} + 192 = 2^{n_A} \Rightarrow \frac{2^{n_A}}{4} + 192 = 2^{n_A} \Rightarrow \frac{3}{4}2^{n_A} = 192 \Rightarrow 2^{n_A} = 256 \Rightarrow n_A = 8$

$2^{n_B} - 1 = 15 \Rightarrow n_B = 4$ $n(A \cap B) = 3 \rightarrow n(A' \cup B)' = n(A \cap B')$

$= n(A-B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 - 3 = 5$

www-kanoon-ir

(۹)

$$(A\cup B)-(B\cap C)=(A\cup B)\cap(B\cap C)'=(A\cup B)\cap(B'\cup C')$$

$$=((A\cup B)\cap B')\cup((A\cup B)\cap C')=\underbrace{(\underbrace{(A\cap B')}_{A\cap B'}\cup\underbrace{(B\cap B')}_{\phi})}_{A-C}\cup\underbrace{(A\cap C')}_{B-C}\cup(B\cap C')$$

$$(A-B)\cup(A-C)\cup(B-C)$$

(۱۰)

$$\underbrace{A\times B}_{x_A=x_B}=\underbrace{A\times C}_{x_A=x_C}\xrightarrow{A\neq\phi}B=C\Rightarrow x_B=x_C$$

$$\begin{pmatrix}x_A\\y_A\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}x_B\\y_B\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_A\\y_A\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}x_C\\y_C\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}x_A\\y_B\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_A\\y_C\end{pmatrix}\longrightarrow y_B=y_C$$

$\Big\}\ [B]=[C]$

(۱۱)

$$P(A)=1-\underbrace{P(A')}_{\text{هیچ کدام از سه مسابقه نباشند}}=1-\frac{4\times5\times4}{9\times9\times9}=1-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$$

(۱۲)

$m=n\pm1$ حتماً مرتب نباشد $\longrightarrow m=n+1$

m مرد $\leftarrow 3$

n زن $\leftarrow 2$

$$\text{احتمال درخواست}=\frac{\frac{1}{2}\binom{m}{1}\binom{m-1}{1}+\frac{1}{2}\binom{n}{1}\binom{n-1}{1}}{\binom{m+n}{2}}$$

$$=\frac{\frac{m!}{(m-1)!}\times\frac{(m-1)!}{(m-2)!}+\frac{n!}{(n-1)!}\times\frac{(n-1)!}{(n-2)!}}{\frac{(m+n)!}{2!(m+n-2)!}}\times\frac{1}{2}=\frac{m(m-1)+n(n-1)}{(m+n)(m+n-1)}\times2=\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow\frac{n(n+1)+n(n-1)}{(2n+1)(2n)}=\frac{2n(n+1+n-1)}{2n(2n+1)}=\frac{2n}{2n+1}=\frac{2}{5}\Rightarrow5n=4n+2\Rightarrow\begin{cases}n=2\\m=3\end{cases}$$

(۱۳)

۲ بار پرتاب اعداد هم برنشده $=$ اعداد ظاهرشده برابر نه -1

احتمال ۳ آمدن | احتمال ۲ آمدن | احتمال ۱ آمدن

$$1-\left(\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\right)=1-\frac{9+4+1}{36}=\frac{22}{36}$$

(۱۴)

$$\begin{cases}P(4)=2P(2)=3P(1)\\P(2)=\frac{1}{2}P(4)=\frac{3}{2}P(1)\end{cases}$$

$$\begin{cases}4P(4)+4P(2)+P(1)=1\\4\times2P(2)+4P(2)+\frac{2}{3}P(2)=1\end{cases}\Rightarrow P(2)=\frac{3}{38}$$

$$8x+4x+\frac{2}{3}x=1\longrightarrow\frac{38}{3}x=1\quad x=\frac{3}{38}$$

www.kanoon.ir

$P(M)=0/7$ $P(S)=0/4$ $P(M|S)=0/4 \Rightarrow \frac{P(M\cap S)}{P(S)}=0/4 \Rightarrow P(M\cap S)=0/16$ (۱۵)

$P(M|S')=\frac{P(M\cap S')}{P(S')}=\frac{P(M)-P(M\cap S)}{1-P(S)}=\frac{0/7-0/16}{0/6}=0/9$

(۱۶) ۵ مرد ۳ زن

$\frac{5}{8}$ قرارداول مرد — $\frac{4}{7}$ قرارداول مرد — $\frac{3}{6}$ قرارداول زن

$\frac{3}{8}$ قرارداول زن — $\frac{3}{7}$ قرارداول زن — $\frac{2}{6}$ قرارداول زن

۲ حالت

$=\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}$

$\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}$

$\xrightarrow{+}\frac{100}{336}$ $\frac{25}{84}$

(۱۷) اعداد اعمال اختلاف اعداد →

$\{(9,10),(8,10),(7,10),(6,10),(10,9),(10,8),(10,7),(10,6),(9,1),(8,2),\ldots\}$

اختلاف $=3$ → حالت مطلوب $14 \Rightarrow$ (۱۰،۷) (۹،۶) (۸،۵) (۷،۴) (۶،۳) (۵،۲) (۴،۱) (۳،۶) (۲،۵) (۱،۴)

(۷،۴) (۶،۹) (۵،۸) (۴،۷) (۳،۱۰)

احتمال اینکه یکی از اعداد ۷ باشد $=\frac{3}{14}$