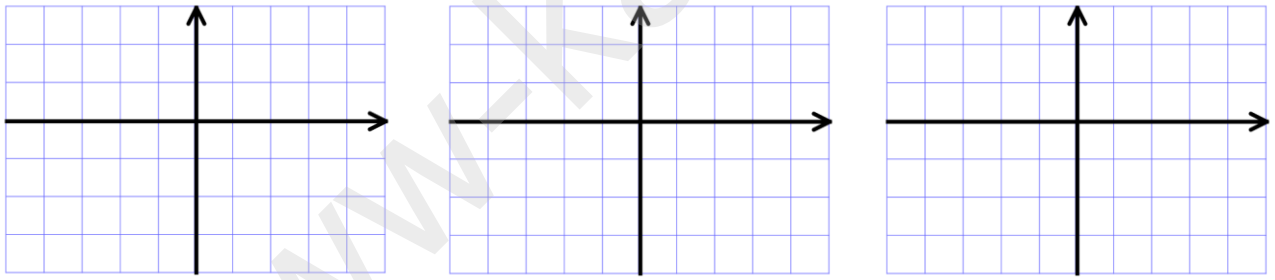
شماره صندلی: نام و نام‌خانوادگی: کلاس‌های: ۲۰۳ و ۲۰۴ پایه: یازدهم رشته: ریاضی و فیزیک	باسمه تعالی اداره کل آموزش وپرورش استان البرز مدیریت آموزش و پرورش ناحیه یک کرج دبیرستان استعدادهای درخشان شهید سلطانی ۱ نوبت اول ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲	تعداد صفحات: ۳ نام درس: آمار و احتمال نام دبیر: اسمعیلی، ح مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۶

ردیف	پاسخ پرسش‌ها را با خودکار مشکی یا آبی و خوانا بنویسید. *The moving power of mathematical invention is not reasoning but imagination. Augustus De Morgan.* نیروی محرک ابداع ریاضی، استدلال نیست، بلکه تخیل است. دمورگان	بارم
۱	**جاهای خالی را با واژه‌های داده شده روبه‌روی هر مورد در درون پرانتزها به درستی پر کنید.** آ) ترکیب فصلی $p \vee q$ تنها زمانی ..... است که هر دو گزاره p و q، ..... باشند. (درست/نادرست) ب) گزاره با سور وجودی زمانی درست است که مجموعه جواب گزاره‌نما ..... باشند. (تهی/ناتهی) ج)حاصل‌ضرب دکارتی $\mathbb{R} \times \{-1, 0, 1\}$، سه خط موازی با محور ..... است. (طول‌ها/عرض‌ها) د) ترکیب شرطی گزاره‌ها تنها زمانی ..... است که مقدم، ..... و تالی، ..... باشد. (درست/ نادرست) د) فضای نمونه‌ای پرتاب سه تاس یکسان، یک فضای احتمال ..... است. (هم‌شانس/ناهم‌شانس)	۲
۲	**کدام یک از گزاره‌های ترکیبی زیر همواره درست و کدام یک همواره نادرست است؟** (پاسخ خود را با F یا T جلوی هر مورد در جاهای خالی رو به‌رویشان بنویسید.) آ) $p \wedge \sim p$ ..... ب) $q \Leftrightarrow \sim q$ ..... ج) $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Longrightarrow q$	۰/۷۵
۳	**در هر مورد کدام جفت از پشامدهای زیر سازگار و کدام یک ناسازگار است؟**(دلیل خود را کوتاه بنویسید) آ) در پرتاب ۵ بار پی‌درپی یک سکه: A: پیشامد آمدن زوج بار "پشت" B: پیشامد آمدن "رو" فقط در پرتاب‌های سوم و پنجم ب) در پرتاب دو تاس: C: پیشامد این‌که مجموع عددهای رو شده، زوج شود D: پیشامد این‌که حاصل‌ضرب عددهای رو شده، فرد شود	۱
۴	**با جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید:** $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$	۱/۵
۵	**بدون جدول ارزش گزاره‌ها(جبر گزاره‌ها) ثابت کنید:** $p \vee (\sim (p \vee q)) \equiv q \Rightarrow p$	۱

www-kanoon.ir

۶	گیریم A، B و C مجموعه‌هایی مشمول در مجموعه جهانی U باشند، با جبر مجموعه‌ها نشان دهید: $(A \cap B) \cup (B \setminus A) = B$	۱
۷	گیریم $A = \{x^2 - y^2, 1\}$، $B = \{x + y, 9\}$ و $A \times B = B \times A$. مقادیر x و y را بیابید.	۱/۵
۸	ارزش گزاره‌های زیر و سپس نقیض هریک را بنویسید. آ) اگر $5 = 2 \times 2$، آنگاه 15 عددی اول است. ب) $\forall n \in \mathbb{Z}; (\exists k \in \mathbb{Z}; n(n+1) = 2k)$	۱/۵
۹	گیریم $A = [-3,2]$ و $B = (-2,3)$. ضرب‌های دکارتی $A \times B$، $B \times A$ و نیز $(A \times B) \setminus (B \times A)$ را در دستگاه‌های مختصات دکارتی به طور جداگانه نمایش دهید. 	۱/۵
۱۰	از مجموعه $\{1000, \dots, 102, 101\}$ عددی را به تصادف برمی‌داریم. چه‌قدر احتمال دارد عدد برداشته شده: آ) بر ۴ و بر ۱۰ بخش‌پذیر باشد؟ ب) بر ۴ یا بر ۱۰ بخش پذیر باشد؟ ج) نه بر ۴ و نه بر ۱۰ بخش‌پذیر باشد؟	۲

www.kanoon.ir

۱۱	گیریم A و B پیشامدهایی از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $A \subseteq B$. نشان دهید: آ) $P(B \setminus A) = P(B) - P(A)$ ب) $P(A) \leq P(B)$	۱
۱۲	گیریم $S = \{a, b, c, d\}$ یک فضای نمونه‌ای ۴ عضوی باشد به طوری که $P(b) = \frac{۱}{۳}$، $P(\{b, d\}) = \frac{۲}{۳}$ و $P(\{b, c\}) = \frac{۱}{۲}$. مقدار $P(a)$ را به‌دست آورید.	۱/۵
۱۳	گیریم A و B پیشامدهایی از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $۴P(A) = P(B) = ۱$. در این صورت هر یک از مقادیر زیر را بیابید. آ) $P(A')$ ب) $P(A \cap B)$	۱/۵
۱۴	یک تاس به‌گونه‌ای ساخته شده است که در هر پرتاب احتمال آمدن هر عدد زوج ۴ برابر احتمال آمدن هر عدد فرد است. در این صورت احتمال آمدن عدد اول چه‌قدر است؟	۱/۵
۱۵	برای گزاره‌نمای "درپرتاب یک تاس سالم داریم: $P(\{۴, ۴x\}) = \frac{۱}{۳}$"یک دامنه متغیر بنویسید و سپس متناظر با آن، مجموعه جواب را بیابید.	۰/۷۵
	"سرافراز باشید"	۲۰

www-kanoon-ir

به نام خدا

کاشانی مهندسی برق

سعید صندلی بادی

شماره صندلی: نام و نام‌خانوادگی: کلاس‌های: ۲۰۳ و ۲۰۴ پایه: یازدهم رشته: ریاضی و فیزیک	باسمه تعالی اداره کل آموزش وپرورش استان البرز مدیریت آموزش و پرورش ناحیه یک کرج دبیرستان استعدادهای درخشان شهید سلطانی ۱ نوبت اول ۱۴۰۳-۱۴۰۲	تعداد صفحات: ۳ نام درس: آمار و احتمال نام دبیر: اسمعیلی، ح مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۶

ردیف	پاسخ پرسش‌ها را با خودکار مشکی یا آبی و خوانا بنویسید.	بارم
	The moving power of mathematical invention is not reasoning but imagination. Augustus De Morgan. نیروی محرک ابداع ریاضی، استدلال نیست، بلکه تخیل است. دمورگان	
۱	جاهای خالی را با واژه‌های داده شده روبه‌روی هر مورد در درون پرانتزها به درستی پر کنید. آ) ترکیب فصلی $p \vee q$ تنها زمانی نادرست است که هر دو گزاره p و q، نادرست باشند. (درست/نادرست) ب) گزاره با سور وجودی زمانی درست است که مجموعه جواب گزاره‌نما ناتهی باشند. (تهی/ناتهی) ج)حاصل‌ضرب دکارتی $\{-1, 0, 1\} \times \mathbb{R}$، سه خط موازی با محور طول‌ها است. (طول‌ها/عرض‌ها) د) ترکیب شرطی گزاره‌ها تنها زمانی نادرست است که مقدم، درست و تالی، نادرست باشد. (درست/ نادرست) د) فضای نمونه‌ای پرتاب سه تاس یکسان، یک فضای احتمال هم‌شانس است. (هم‌شانس/ناهم‌شانس)	۲
۲	کدام یک از گزاره‌های ترکیبی زیر همواره درست و کدام یک همواره نادرست است؟ (پاسخ خود را با F یا T جلوی هر مورد در جاهای خالی رو به‌رویشان بنویسید.) آ) $p \wedge \sim p$ ..... F ..... ب) $q \Leftrightarrow \sim q$ ..... F ..... ج) $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$ ..... T	۰/۷۵
۳	در هر مورد کدام جفت از پیشامدهای زیر سازگار و کدام یک ناسازگار است؟(دلیل خود را کوتاه بنویسید) آ) در پرتاب ۵ بار پی‌درپی یک سکه: A: پیشامد آمدن زوج بار "پشت" B: پیشامد آمدن "رو" فقط در پرتاب‌های سوم و پنجم ب) در پرتاب دو تاس: C: پیشامد این‌که مجموع عددهای رو شده، زوج شود D: پیشامد این‌که حاصل‌ضرب عددهای رو شده، فرد شود	۱
۴	با جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید: $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$	۱/۵
۵	بدون جدول ارزش گزاره‌ها(جبر گزاره‌ها) ثابت کنید: $p \vee (\sim (p \vee q)) \equiv q \Rightarrow p$	۱

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim(p \Rightarrow q)$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	F	F

www.konoon.ir

۶ گیریم A، B و C مجموعه‌هایی مشمول در مجموعه جهانی U باشند، با جبر مجموعه‌ها نشان دهید: **۱**

$$(A \cap B) \cup (B \setminus A) = B$$

U: مجموعه‌ی مرجع

$(A \cap B) \cup (B - A) = (A \cap B) \cup (B \cap A') = B \cap (A \cup A') = B \cap U = B$

۷ گیریم $A = \{x^2 - y^2, 1\}$، $B = \{x + y, 9\}$ و $A \times B = B \times A$. مقادیر x و y را بیابید. **۱/۵**

$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B$ ، A و B هر دو ناتهی هستند پس:

$A = B \Rightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ x^2-y^2=9 \Rightarrow (x-y)(x+y)=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-4 \end{cases}$

۸ ارزش گزاره‌های زیر و سپس نقیض هریک را بنویسید. **۱/۵**

$\sim(p \Rightarrow q) = p \wedge \sim q$

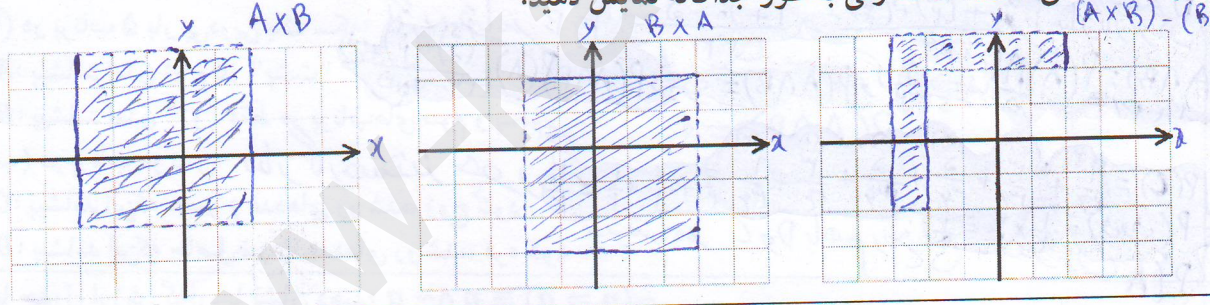
آ) اگر $5 = 2 \times 2$، آن‌گاه 15 عددی اول است. (درست)

$2 \times 2 = 5$ و 15 عدد اول نیست.

ب) $\forall n \in \mathbb{Z}; (\exists k \in \mathbb{Z}; n(n+1) = 2k)$ (درست)

$\exists n \in \mathbb{Z}; (\forall k \in \mathbb{Z}; n(n+1) \neq 2k)$

۹ گیریم $A = [-3,2]$ و $B = (-2,3)$. ضرب‌های دکارتی $A \times B$، $B \times A$ و نیز $(A \times B) \setminus (B \times A)$ را در دستگاه‌های مختصات دکارتی به طور جداگانه نمایش دهید. **۱/۵**



۱۰ از مجموعه $\{1000, \ldots, 102, 101\}$ عددی را به تصادف برمی‌داریم. چه‌قدر احتمال دارد عدد برداشته شده: **۲**

آ) بر ۴ و بر ۱۰ بخش‌پذیر باشد؟

$A \cap B$: ک.م.م ۴ و ۱۰ برابر است با: ۲۰

$n(A \cap B) = \left[\frac{1000}{20}\right] - \left[\frac{100}{20}\right] = 50 - 5 = 45$

$n(S) = 1000 - 101 + 1 = 900$

$P(A \cap B) = \frac{45}{900} = \frac{1}{20}$

ب) بر ۴ یا بر ۱۰ بخش پذیر باشد؟

$n(A \cup B) = \left[\frac{1000}{4}\right] - \left[\frac{100}{4}\right] + \left[\frac{1000}{10}\right] - \left[\frac{100}{10}\right] - n(A \cap B)$

$= (250 - 25) + (100 - 10) - 45 = 270$

$P(A \cup B) = \frac{270}{900} = \frac{3}{10}$

ج) نه بر ۴ و نه بر ۱۰ بخش‌پذیر باشد؟

$A' \cap B' = (A \cup B)' \Rightarrow P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

www.tanoon.ir

۱۱	گیریم A و B پیشامدهایی از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $A \subseteq B$. نشان دهید: آ) $P(B \setminus A) = P(B) - P(A)$ ب) $P(A) \leq P(B)$	۱
۱۲	گیریم $S = \{a, b, c, d\}$ یک فضای نمونه‌ای ۴ عضوی باشد به طوری که $P(b) = \frac{1}{3}$، $P(\{b, d\}) = \frac{2}{3}$ و $P(\{b, c\}) = \frac{1}{2}$. مقدار $P(a)$ را به‌دست آورید.	۱/۵
۱۳	گیریم A و B پیشامدهایی از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(A) = P(B) = 1$. در این صورت هر یک از مقادیر زیر را بیابید. آ) $P(A')$ ب) $P(A \cap B)$	۱/۵
۱۴	یک تاس به‌گونه‌ای ساخته شده است که در هر پرتاب احتمال آمدن هر عدد زوج ۴ برابر احتمال آمدن هر عدد فرد است. در این صورت احتمال آمدن عدد اول چه‌قدر است؟	۱/۵
۱۵	برای گزاره‌نمای "درپرتاب یک تاس سالم داریم: $P(\{4, 4x\}) = \frac{1}{3}$". یک دامنه متغیر بنویسید و سپس متناظر با آن، مجموعه جواب را بیابید.	۰/۷۵
۲۰	"سرافراز باشید"	