محل مهر یا امضای مدیر

صوال

جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه تهران

ش صندلی (ش داوطلب):	نام واحد آموزشی: علامه حلی ۳	نوبت امتحانی:اول ۱۴۰۲
نام و نام خانوادگی :	نام پدر : پایه : یازدهم	رشته : ریاضی
امتحان درس: آمار و احتمال	نام دبیر / دبیران :	سال تحصیلی: ۱۴۰۲

ساعت امتحان : ۸
وقت امتحان : ۸۰ دقیقه
تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۱۰/۱۴
تعداد برگ سوال: ۴ برگ

۱)جملات زیر را کامل کنید: (۱ نمره)

الف) به هر عضو از فضای نمونه ای یک ..... و به هر زیرمجموعهٔ آن یک..... می گوییم.

ب) احتمال قبولی در امتحان به احتمال قبول نشدن در آن امتحان برای شخصی $\frac{5}{6}$ است. احتمال قبول شدن او در امتحان .....است.

۲) گزینهٔ صحیح را انتخاب کنید.(۱ نمره)

الف) اگر $p \Longrightarrow q$ نادرست باشد و r گزارهٔ دلخواهی باشد، ارزش $p \Longrightarrow (q \Longrightarrow r)$ برابر است با،

۱) T ۲) F ۳) r ۴) $\sim r$

ب) مجموعهٔ $A = \{1و2و3و4\}$ شامل چند افراز ۲ عضوی است؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۷ ۴) ۱۰

3) بدون استفاده از جدول ارزش گزاره ها، هم ارزی زیر را ثابت کنید.(۲ نمره)

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$$

۴) ارزش گزارهٔ سوری زیر را مشخص کنید و نقیض آن را بنویسید.(۱/۵)

$$\forall x \in R; (|x+1| \neq 0 \wedge |x-2| \geq 2)$$

۵) فرض کنید AوB دو مجموعه با مرجع U باشند و $A \subseteq B$ ثابت کنید $\acute{B} \subseteq \acute{A}$(روش عضوگیری دلخواه)(۱ نمره)

۶) با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید: (۲/۵ نمره)

الف) $A \cup B = A \cap B \Longrightarrow A = B$ ب) $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$

۷) مجموعهٔ A دارای n عضو است. اگر به اعضای آن ۲ عضو اضافه کنیم، به تعداد زیرمجموعه های آن ۹۶ واحد اضافه می شود، مجموعهٔ A چند زیرمجموعهٔ سره ناتهی دارد؟(۱ نمره)

۸) اگر $A = (2,3], B = [1,3)$ نمودار $A^2 \cup B^2$ را رسم نمایید.(۲نمره)

۹) احمد و عباس با هم دو مرتبه سنگ، کاغذ، قیچی بازی می کنند. اگر هر بار برد یک امتیاز داشته باشد، مطلوبست احتمال برنده شدن احمد در مجموع این دو مسابقه.(۱ نمره)

www.konkoon.ir

CamScanner
Scanned with CamScanner

۱۰) اگر A و B دو پیشامد از S باشند و $P(A)=\frac{2}{11}$ و $P(B)=\frac{7}{11}$، آنگاه حداقل و حداکثر مقدار برای $\frac{P(A-B)}{P(B-A)}$ چقدر است؟(۱/۵ نمره)

۱۱)یک تاس به گونه ای ساخته شده است که احتمال ظاهر شدن هر وجه، متناسب با عکس عدد آن وجه است. با کدام احتمال در پرتاب این تاس عددی بزرگ تر از ٤ ظاهر می شود؟(۲ نمره)

۱۲) از بین اعداد مجموعهٔ $\{51,52,\ldots,300\}$ عددی را به تصادف انتخاب می کنیم. مطلوبست احتمال آنکه عدد انتخابی حداکثر بر یکی از اعداد ٦و۷ بخش پذیر باشد؟(۱/۵ نمره)

۱۳) در تیر اندازی به یک صفحهٔ هدف که از چهار ناحیه به شماره های 1,2,3,4تشکیل شده است. احتمال برخورد تیر به سطح هر ناحیه برابر $\frac{a}{2}$ است که در آن ۲ شمارهٔ ناحیهٔ مورد نظر است.اگر احتمال عدم برخورد تیر به صفحه برابر ۰/۱ باشد، احتمال برخورد تیر به ناحیهٔ سوم را به دست آورید.(۲ نمره)

جمع کل:	موفق باشید

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

سوال ①

الف) برآمد - ب) $\frac{5}{11}$

سوال ②

الف) گزینه ① توضیحات: $p \Rightarrow q$ زمانی نادرست است که p درست و q نادرست باشد

$$\Rightarrow \dot{P} \Rightarrow \underbrace{(\dot{q} \Rightarrow r)}_{\text{انتخای مقدم}} \equiv \dot{P} \Rightarrow T \equiv T$$ در این صورت

ب) گزینه ①

$$= \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{\not{4}^{2} \times 3 \times \not{2}!}{\not{2}! \times \not{2}} = 6$$ طبق فرمول افراز

سوال ③

$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ ← از این خاصیت استفاده می‌کنیم ص داریم

$(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim(p \vee q) \vee (p \wedge q)$ ((خاصیت جابجایی)) $\sim(p \vee q) \vee (p \wedge q) \Rightarrow$ سمت چپ هم ارزی

سوال ④

$\forall x \in R\,(|x+1| \neq 0 \wedge |x-2| \geq 2)$ → برای تشخیص ارزش این مدل گزاره سوری باید به دنبال مثال نقض بگردیم

- اگر مثال نقض پیدا کردیم $= F_{als_e}$
- اگر مثال نقض پیدا نکردیم $= T_{rue}$

بازای $x = -1$ ⟶ برقرار نیست ⟶ ارزش $= False$

$= \text{نقیضش} = \exists x \in R\,(|x+1| = 0 \vee |x-2| < 2)$

سوال ⑤

راهبرد: اکثر اوقات اثبات سوالات زیرمجموعه‌ای را با روش عضو گیری انجام می‌دهیم

① $A \subseteq B \Longrightarrow \forall x \in A \Rightarrow x \in B$ (p ⇒ q)

$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$ می‌دانیم

$x \in A \Rightarrow x \in B \equiv x \notin B \Rightarrow x \notin A$

② $x \in A' \equiv x \notin A$

$x \in B' \equiv x \notin B$

①، ② $\Rightarrow x \notin B \Rightarrow x \notin A$

$\rightarrow x \in B' \Rightarrow x \in A$

$\Rightarrow B' \subseteq A'$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

⑥ از طرف راست معادله

$$(A-B)\cap(B-A) \Rightarrow (A\cap B')\cap(B\cap A')$$

① $= A-B = A\cap B'$

② $= B-A = B\cap A'$

$\xrightarrow{\text{جابجایی}}$ $(A\cap\cancel{A A'})\cap(\cancel{B\cap B'}) = \emptyset$

$\cancel{\emptyset}$ $\cancel{\emptyset}$

---

⑦

طبق فرمول $2^n =$ تعداد زیرمجموعه $\Longrightarrow$ $\underbrace{2^{n+2}}_{\text{زمانی که ۲ تا عضو اضافه کردیم}} = \underbrace{2^n}_{\text{تعداد اعضای اصلی}} + 96$

$\Rightarrow 2^{n+2} - 2^n = 96 \longrightarrow 2^n \times 2^2 - 2^n = 96 \longrightarrow 2^n(2^2-1) = 96$

$2^n \times 3 = 96 \Longrightarrow 2^n = 32 = 2^5$

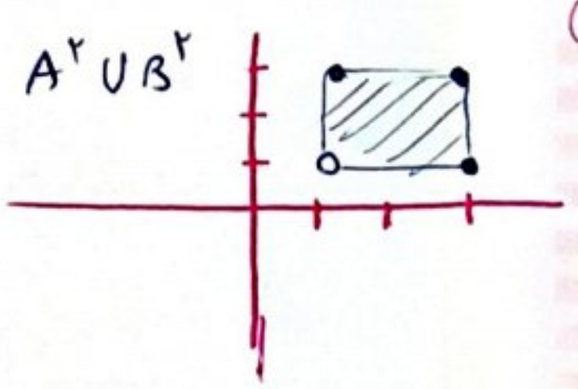
تعداد اعضا $\longrightarrow \boxed{n=5}$

تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی $= 2^n - 1 = 2^5 - 1 = \boxed{31}$

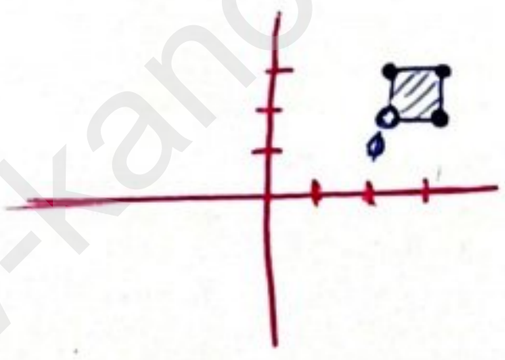
---

⑧

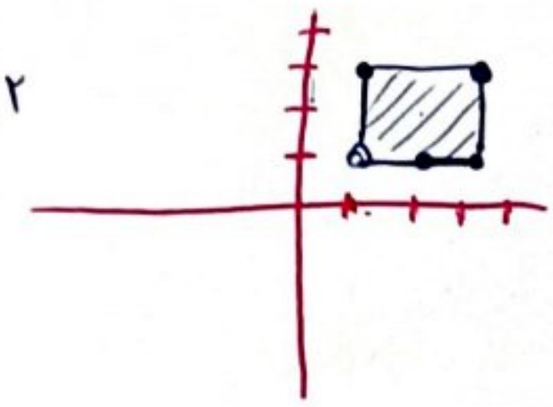
$A^2 \cup B^2$



A^2



B^2



---

⑨

دست دوم	دست اول	حالت هایی که احد در کل برنده می‌شود
برداشته ———	برداشته ①	
برداشته ———	مساوی ②	
مساوی ———	برداشته ③	

③ $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ ① $= \frac{1}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

در کل $= \frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$

احتمال برد احد در یک دست $= \frac{1}{3}$

احتمال مساوی شدن $= \frac{1}{3}$

احتمال برد عباس در یک دست $= \frac{1}{3}$

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

(۱۰)

بیشترین مقدار $\Rightarrow \frac{\frac{۲}{۱۱}}{\frac{۷}{۱۱}} = \frac{۲}{۷}$

$A-B = A-A\cap B \xrightarrow{\text{برای بیشترین شدن}} A\cap B = ۰$

کمترین مقدار $\Rightarrow \frac{P(A-B)}{P(B-A)} = ۰$

$A-B = A-A\cap B \xrightarrow{\text{برای کمترین شدن}} A \subseteq B$

$A\cap B = A$

---

(۱۱)

روشن شدن یک $= ۱۸$

روشن شدن دو $= \frac{۱۸}{۲}$

روشن شدن ۳ $= \frac{۱۸}{۳}$

روشن شدن ۴ $= \frac{۱۸}{۴}$

روشن شدن ۵ $= \frac{۱۸}{۵}$

روشن شدن ۶ $= \frac{۱۸}{۶}$

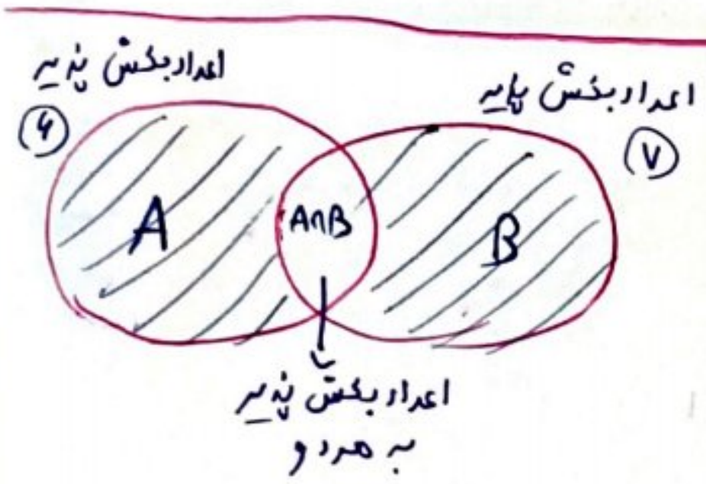
$\Rightarrow ۸ + \frac{۸}{۲} + \frac{۸}{۳} + \frac{۸}{۴} + \frac{۸}{۵} + \frac{۸}{۶} = ۱$ $= \frac{۶۰\lambda + ۳۰\lambda + ۲۰\lambda + ۱۵\lambda + ۱۲\lambda + ۱۰\lambda}{۶۰} = ۱$

$\Rightarrow \frac{۱۴۷\lambda}{} = ۶۰ \Longrightarrow \lambda = \frac{۶۰}{۱۴۷}$

$\Rightarrow$ روشن بیش از ۴ $= \frac{\lambda}{۵} + \frac{\lambda}{۶} = \frac{۱۱\lambda}{۳۰} = \frac{۱۱}{۳۰} \times \frac{۶۰^{۲}}{۱۴۷} = \frac{۲۲}{۱۴۷}$

---

(۱۲)



تعداد اعدادی که حداکثر به یکی از اعداد ۶ یا ۷ بخش پذیرند $= A\cup B - A\cap B \overset{A+B-A\cap B}{=}$

$= A+B-۲A\cap B = ۴۲+۳۵-۱۲ = ۶۵$

$A = ۵۴, ۶۰, ۶۶, \ldots\ldots, ۳۰۰$ $\quad n_A = \frac{۳۰۰-۵۴}{۶}+۱ = ۴۲$

$B = ۵۶, ۶۳, \ldots\ldots, ۲۹۴$ $\quad n_B = \frac{۲۹۴-۵۶}{۷}+۱ = ۳۵$

$A\cap B = ۸۴, ۱۲۶, \ldots, ۲۹۴$ $\quad n_{A\cap B} = \frac{۲۹۴-۸۴}{۴۲}+۱ = ۶$

احتمال رخ دادن $= \frac{n(A)+n(B)-۲n(A\cap B)}{n(S)} = \frac{۶۵}{۲۵۰}$

WWW.KANDOON.IR

Scanned with CamScanner

برخورد به نایه ① $= \frac{a}{1}$ ، برخورد به نایه ② $= \frac{a}{2}$ ، برخورد به نایه ③ $= \frac{a}{3}$

برخورد به نایه ④ $= \frac{a}{4}$ ، برخورد نکردن $= 0/1$

$$\Longrightarrow \text{جمع کل احتمال‌ها} = 1 \Longrightarrow a + \frac{a}{2} + \frac{a}{3} + \frac{a}{4} + 0/1 = 1$$

$$\frac{12a + 6a + 4a + 3a}{12} = \frac{9}{10}$$

$$\Longrightarrow 25a = \frac{12 \times 9}{10} \Longrightarrow a = \frac{12 \times 9}{250} = \frac{108}{250}$$

برخورد به نایه ③ $= \frac{a}{3} = \frac{\frac{108}{250}}{\frac{3}{1}} = \frac{36}{250}$

Scanned with CamScanner