Kanoon.ir

شما با دانلود این نمونه سوال، کد تخفیف خرید کتاب از سایت کانون بوک دریافت می کنید.

برای دریافت کد جایزه خود، عدد 33 را به سر شماره 90008451 ارسال کنید.



تمرین بیشتر نمونه سوالات امتحانی با کتاب های پرتکرار

همین حالا جایزه خود را دریافت کنید.

kanoonBook.ir

www.kanoon.ir

شماره:	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره آمـوزش و پـرورش منـطـقـه ۶ **دبیرسـتان مـانـدگـار الـبرز** **پایه یازدهم، رشته ریاضی** **امتحانات نوبت اول دی ماه ۱۴۰۳**	سوال درس: **آمار و احتمال**	**نمره با عدد:**
دانش آموز گرامی ؛ به هیچ وجه نام و نام خانوادگی خود را در برگ سوال ننویسید.		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۱۴	**نمره با حروف:**
		زمان امتحان: ۱۱۰ **دقیقه**	
		نام دبیر:	امضاء دبیر
		تعداد صفحه: ۲	

ردیف	سوالات	بارم
۱	جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید. (ارائه راه‌حل لازم نیست) الف) اگر گزارهٔ $p \Rightarrow q \sim$ ارزش نادرست داشته باشد، آن‌گاه گزارهٔ $p \vee q$ ارزش ..... دارد. ب) اگر برای دو مجموعهٔ A و B داشته باشیم $A \times B = B \times A$، آن‌گاه ..... . پ) پرسش «درآمد کارمندان شهرداری چقدر است؟» مربوط به علم ..... است. (آمار- احتمال) ت) در پرتاب سه سکه، پیشامدهای «هر سه بار مشابه بیاید» و «زوج بار رو دیده شود»، ..... هستند. (سازگار- ناسازگار)	۲
۲	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. (ارئه راه‌حل لازم نیست) الف) جملهٔ «در پرتاب یک تاس، احتمال وقوع پیشامد A برابر با $\frac{۱}{۲}$ است»، یک گزاره است. ب) اگر A یک مجموعهٔ دلخواه باشد، آن‌گاه $A \times \varnothing = A$. پ) در پرتاب یک تاس، اگر پیشامد «عدد زوج ظاهر شده است» رخ دهد، پیشامد $\{۲\}$ نیز رخ داده است. ت) اگر A یک مجموعهٔ ۵ عضوی باشد، مجموعهٔ توانی A دارای ۳۲ عضو خواهد بود.	۱
۳	هم‌ارزی $\sim p \Leftrightarrow q \equiv \sim (p \Leftrightarrow q)$ به کمک جدول هم‌ارزی ثابت کنید.	۱
۴	ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کرده و نقیض هر یک را بنویسید. الف) اگر ۲ عددی زوج باشد، آن‌گاه ۹۱مضرب ۷ نیست. ب) $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^۲ - ۹}{x + ۳} = x - ۳$	۱/۵
۵	اگر A، B و C سه مجموعه از مرجع U باشند، به کمک تعریف اجتماع، اشتراک و خواص گزاره‌ها ثابت کنید که: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	۱/۵
۶	به روش عضوگیری برای دو مجموعهٔ A و B از مجموعهٔ مرجع U، نشان دهید: $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$	۱
۷	اگر به مجموعهٔ A سه عضو اضافه شود، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۲۲۴ واحد اضافه خواهد شد، مجموعهٔ A چند عضو دارد؟	۱
۸	به کمک جبر مجموعه‌ها نشان دهید که: الف) $A \cup (A \cap B) = A$ (خاصیت جذب) ب) $(A - B) \cup (A \cap C) = A - (B - C)$	۱/۵

www-kanoon-ir

۹	در هر یک از قسمت‌های زیر، مجموعه $A\times B$ را رسم کنید. الف) $A=[۱,۴]$ و $B=[-۱,۲]$ ب) $A=\mathbb{N}$ و $B=(-۲,۳]$	۱/۵
۱۰	خانواده‌ای دارای سه فرزند است. الف) فضای نمونه دارای چند عضو است؟ ب) پیشامد «این خانواده حداقل ۲ پسر داشته باشد» را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ج) احتمال آن که هر سه فرزند خانواده از یک جنس باشند را بیابید.	۱/۷۵
۱۱	فرض کنیم A و B دو پیشامد از فضای نمونهٔ S و $A\subseteq B$ است، نشان دهید: $P(B-A)=P(B)-P(A)$.	۰/۷۵
۱۲	عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌نیم. احتمال این که عدد انتخابی نه بر ۳ و نه بر ۷ بخش‌پذیر باشد را تعیین کنید.	1
۱۳	در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده هر عدد متناسب با مربع همان عدد است. در پرتاب این تاس، احتمال آن‌که عددی اول مشاهده شود را محاسبه کنید.	۱
۱۴	دو تاس همگن را انداخته‌ایم. اگر حاصل‌جمع شماره‌های رو شده بیشتر از ۸ باشد، احتمال آن‌که شمارهٔ یکی از تاس‌های رو شده ۴ باشد، چقدر است؟	۱
۱۵	امیر و بهروز هر کدام به ترتیب با احتمال ۰/۶ و ۰/۳ در یک مسابقهٔ علمی شرکت می‌کنند. احتمال شرکت امیر به شرط شرکت بهروز ۰/۵ است. احتمال شرکت امیر به شرط شرکت نکردن بهروز، کدام است؟	۱
۱۶	در جعبه اول ۱۰ لامپ قرار دارد که ۴ تای آن‌ها سوخته است و در جعبه دوم که ۸ لامپ قرار دارد، ۲ تای آن‌ها سوخته است. از جعبه اول ۴ لامپ و از جعبه دوم ۲ لامپ به تصادف انتخاب شده و در جعبه جدیدی قرار می‌گیرند. احتمال آن‌که لامپ انتخاب شده از جعبه جدید، سوخته باشد را تعیین کنید.	۱/۵
	«موفق باشید»	

www.kanoon.ir

شماره:	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره آمـوزش و پـرورش منطـقـه ۶ **دبیرسـتان مـانـدگـار الـبـرز** **پایه دوازدهم**،رشته **علوم انسانی** **امتحانات نوبت اول دی ماه ۱۴۰۳**	سوال درس: **ریاضی و آمار ۳** تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۰۸ زمان امتحان: ۱۱۰ **دقیقه**	**نمره با عدد:** **نمره با حروف:**
دانش آموز گرامی ؛ به هیچ وجه نام و نام خانوادگی خود را در برگ سوال ننویسید.		نام دبیر: تعداد صفحه: ۲	امضاء دبیر

ردیف	کلید سوالات تشریحی	بارم
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) $A=\varnothing$ (۰/۲۵) یا $B=\varnothing$ (۰/۲۵) یا $A=B$ (۰/۲۵) پ) آمار (۰/۲۵) د) سازگار (۰/۷۵)	
۲	الف) نادرست ب) نادرست پ) نادرست ت) درست (هر کدام ۰/۲۵)	
۳	(نمره به تناسب توزیع شود) p | q | $p \Leftrightarrow q$ | $\sim(p \Leftrightarrow q)$ | $\sim p$ | $\sim p \Leftrightarrow q$ د | د | د | ن | ن | ن د | ن | ن | د | ن | د ن | د | ن | د | د | د ن | ن | د | ن | د | ن هم‌ارزند	
۴	الف) ارزش گزاره: نادرست (زیرا مقدم درست و تالی نادرست است) (۰/۲۵) نقیض گزاره: ۲ عددی زوج است و ۹۱ مضرب ۷ است. (۰/۵) ب) ارزش گزاره: نادرست (زیرا به ازای $x=-3$، تعریف نشده است) (۰/۲۵) نقیض گزاره: $\exists x\in\mathbb{R};\frac{x^2-9}{x+3}\neq x-3$ (۰/۵)	
۵	فرض می‌کنیم: $\forall x; x\in[A\cup(B\cap C)]$ تعریف اجتماع: $\Rightarrow[x\in A\vee(x\in(B\cap C))]$ تعریف اشتراک: $\Rightarrow[x\in A\vee(x\in B\wedge x\in C)]$ توزیع‌پذیری «$\vee$» نسبت به «$\wedge$»: $\Rightarrow[(x\in A\vee x\in B)\wedge(x\in A\vee x\in C)]$ تعریف «$\cup$»: $\Rightarrow[x\in(A\cup B)\wedge x\in(A\cup C)]$ تعریف اشتراک: $\Rightarrow x\in[(A\cup B)\cap(A\cup C)]$ تعریف زیرمجموعه: $\Rightarrow A\cup(B\cap C)\subseteq[(A\cup B)\cap(A\cup C)]$ و به همین ترتیب ثابت می‌شود $(A\cup B)\cap(A\cup C)\subseteq A\cup(B\cap C)$، بنابراین دو مجموعه با هم برابرند. (بارم به تناسب توزیع شود)	
۶	برای اینکه ثابت کنیم $B'\subseteq A'$ باید نشان دهیم که: $\forall x;(x\in B'\Rightarrow x\in A')$ (۰/۲۵) بنابراین داریم: $\forall x;(x\in B'\Rightarrow x\notin B\xrightarrow{A\subseteq B}x\notin A\Rightarrow x\in A')$ (۰/۵) در نتیجه داریم: $\forall x;(x\in B'\Rightarrow x\in A')\Rightarrow B'\subseteq A'$ (۰/۲۵)	

www-kanoon-ir

۷ تعداد عضوهای مجموعهٔ A را برابر با k فرض می‌کنیم. طبق فرض مسئله داریم:

$$۲^{k+۳}=۲^k+۲۲۴\Rightarrow ۲^k\times ۲^۳-۲^k=۲۲۴$$

$$\Rightarrow ۲^k(۸-۱)=۲۲۴\xrightarrow{\div ۷}۲^k=۳۲=۲^۵\Rightarrow k=۵$$

(برای هر مرحله ۰/۲۵ در نظر گرفته شود)

۸ الف) روش اول: طبق قضیهٔ کتاب می‌دانیم اگر $C\subseteq D$، آن‌گاه $C\cup D=D$، پس:

طبق تعریف اشتراک: $\underset{(۰/۲۵)}{(A\cap B)}\subseteq A\xrightarrow{\text{قضیه}}A\cup\underset{(۰/۲۵)}{(A\cap B)}=A$:

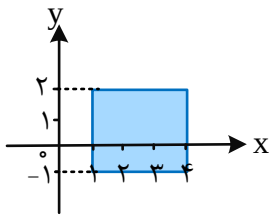
روش دوم:

$$A\cup(A\cap B)=\underset{(۰/۲۵)}{(A\cap U)}\cup(A\cap B)=A\cap(\underbrace{U\cup B}_{U})=A\ (۰/۲۵)$$

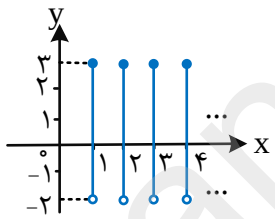
ب)

$$(A-B)\cup(A\cap C)=(A\cap B')\cup(A\cap C)\ (۰/۲۵)$$
$$=A\cap(B'\cup C)\ (۰/۲۵)$$
$$=A\cap(B\cap C')'\ (۰/۲۵)$$
$$=A-(B\cap C')=A-(B-C)\ (۰/۲۵)$$

۹ الف)



ب) $B=(-۲,۳]\ ,\ A=\mathbb{N}$



(نمره به تناسب توزیع شود)

۱۰ الف) $۲^۳=۸$ (۰/۲۵)

ب) {(پ،پ،پ) و (پ،پ،د) و(پ،د،پ) و(د،پ،پ) } (۱نمره)

پ) (۰/۵) $P(\text{هر سه دختر}\cup\text{هر سه پسر})=\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}$

۱۱ طبق قضیه کتاب می‌دانیم:

$$P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)\ (۰/۲۵)\quad (۰/۲۵)$$

اما چون $A\subseteq B$، پس $A\cap B=A$ و در نتیجه $P(A\cap B)=P(A)$ (۰/۲۵)

و داریم: $P(B-A)=P(B)-P(A)$ (۰/۲۵)

۱۲ $n(S)=۱۰۰$

A :۳ مضرب‌های $\Rightarrow n(A)=\left[\frac{۱۰۰}{۳}\right]=۳۳$

B :۷ مضرب‌های $\Rightarrow n(B)=\left[\frac{۱۰۰}{۷}\right]=۱۴$

$A\cap B=$ ۳ و ۷ مضرب‌های $\Rightarrow n(A\cap B)=\left[\frac{۱۰۰}{۳\times ۷}\right]=۴$

$$P(A'\cap B')=P\big((A\cup B)'\big)=۱-P(A\cup B)=۱-P(A)-P(B)+P(A\cap B)=۱-\frac{۳۳}{۱۰۰}-\frac{۱۴}{۱۰۰}+\frac{۴}{۱۰۰}=\frac{۵۷}{۱۰۰}$$

(بارم به تناسب توزیع شود)

www-kanoon-ir

۱۳

$$P(۱)+P(۲)+P(۳)+P(۴)+P(۵)+P(۶)=۱$$

$$\xrightarrow{\text{طبق فرض}} x+۴x+۹x+۱۶x+۲۵x+۳۶x=۱\Rightarrow ۹۱x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۹۱}$$

اکنون به خواسته سوال می‌پردازیم:

$$P(\text{عددی اول})=P(\{۲,۳,۵\})=P(۲)+P(۳)+P(۵)=\frac{۴}{۹۱}+\frac{۹}{۹۱}+\frac{۲۵}{۹۱}=\frac{۳۸}{۹۱}$$

(بخش اول راه‌حل: ۰/۵ نمره،بخش دوم راه‌حل:۰/۵ نمره)

۱۴

روش اول (به کمک کاهش فضای نمونه):

$$S_{\text{جدید}}=\{\underbrace{(۳,۶),(۴,۵),(۵,۴),(۶,۳)}_{\text{مجموع ۹}},\underbrace{(۴,۶),(۵,۵),(۶,۴)}_{\text{مجموع ۱۰}},\underbrace{(۵,۶),(۶,۵)}_{\text{مجموع ۱۱}},\underbrace{(۶,۶)}_{\text{مجموع ۱۲}}\}$$

که در این فضای نمونه، ۴ حالت مطلوب وجود دارد، پس احتمال برابر با ۰/۴ است. (هر مرحله ۰/۵ نمره)

روش دوم: (به کمک فرمول احتمال شرطی)

$$n(S)=۶^۲=۳۶$$

$$A:\text{یکی از تاس‌ها ۴ بیاید}\Rightarrow A=\{(۴,۱),(۴,۲),(۴,۳),(۴,۵),(۴,۶),(۱,۴),(۲,۴),(۳,۴),(۵,۴),(۶,۴)\}$$

$$B:\text{مجموع دو تاس بیشتر از ۸ است}\Rightarrow B=\{(۳,۶),(۴,۵),(۵,۴),(۶,۳),(۴,۶),(۵,۵),(۶,۴),(۵.۶),(۶,۵),(۶,۶)\}$$

$$A\cap B=\{(۴,۵),(۵,۴),(۴,۶),(۶,۴)\}$$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{۴}{۳۶}}{\frac{۱۰}{۳۶}}=\frac{۴}{۱۰}$$

(هر مرحله:۰/۲۵ نمره)

۱۵

$$\begin{cases}A:\text{شرکت کردن امیر در مسابقه}\Rightarrow P(A)=۰/۶\\ B:\text{شرکت کردن بهروز در مسابقه}\Rightarrow P(B)=۰/۳\end{cases}$$

طبق فرض: $P(A|B)=۰/۵\Rightarrow \frac{P(A\cap B)}{\underbrace{P(B)}_{۰/۳}}=۰/۵\Rightarrow P(A\cap B)=۰/۳\times ۰/۵=۰/۱۵$ (۰/۲۵)

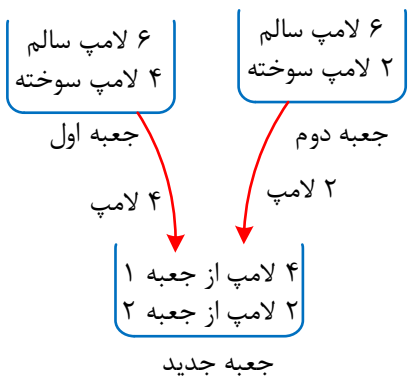
$$P(A|B')=\frac{P(A\cap B')}{P(B')}=\frac{P(A-B)}{P(B')}=\frac{P(A)-P(A\cap B)}{۱-P(B)}\quad (۰/۵)$$

$$=\frac{۰/۶-۰/۱۵}{۱-۰/۳}=\frac{۰/۴۵}{۰/۷}=\frac{۹}{۱۴}\quad (۰/۲۵)$$

۱۶

پیشامدهای زیر را معرفی می‌کنیم:

(۰/۵)
$$\begin{cases}A:\text{لامپ انتخابی سوخته است}\\ B_۱:\text{لامپ انتخابی از جعبه جدید متعلق به جعبه ۱ است}\Rightarrow P(B_۱)=\frac{۴}{۶}\\ B_۲:\text{لامپ انتخابی از جعبه جدید متعلق به جعبه ۲ است}\Rightarrow P(B_۲)=\frac{۲}{۶}\end{cases}$$



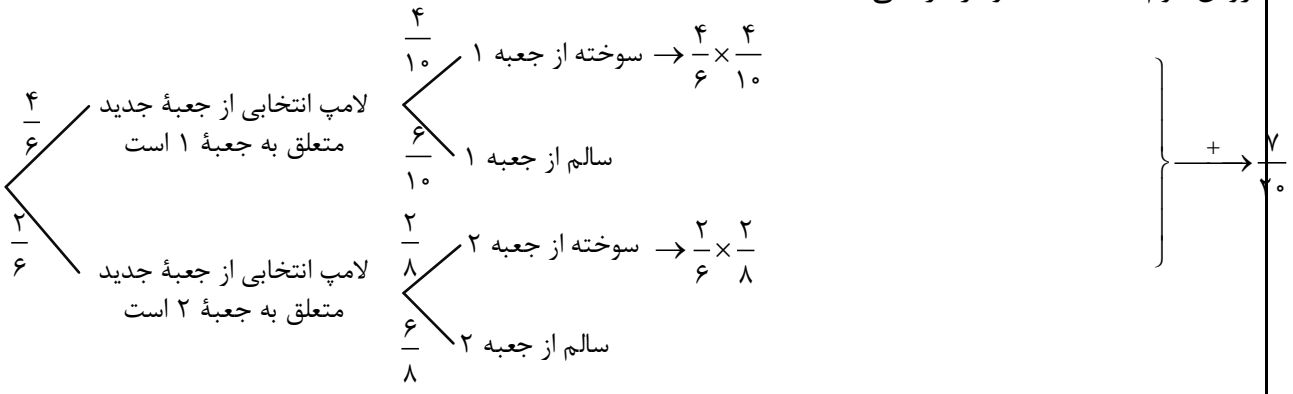
www.kanoon.ir

از طرفی داریم: (۰/۵) $\begin{cases} P(A|B_1)=\frac{4}{10} \\ P(A|B_2)=\frac{2}{8} \end{cases}$

طبق فرمول احتمال کل داریم:

$$P(A)=P(B_1).P(A|B_1)+P(B_2).P(A|B_2)=\frac{4}{6}\times\frac{4}{10}+\frac{2}{6}+\frac{2}{8}=\frac{4}{6}(\frac{4}{10}+\frac{1}{8})=\frac{2}{3}\times\frac{21}{40}=\frac{7}{20}$$ (۰/۵)

روش دوم: به کمک نمودار درختی



«موفق باشید»