درخت تو گر بار دانش بگیرد به زیر آوری چرخ نیلوفری را

نمونه سوالات امتحانی دی ماه

آیا با بسته جهش کانون آشنا هستید؟

یکی از ابتکارات امسال کانون فرهنگی آموزش(قلم چی) بسته جهش می‌باشد که در ۳ حوزه ، فرایند آموزش شما را تکمیل خواهد کرد و باعث پیشرفت نمرات شما در مدرسه میشود.



✓ **آزمون های تشریحی کانون از دوم دبستان تا دوازدهم: با هدف تمرین بیشتر و بهبود نمرات در مدرسه و امتحانات نیمسال اول و دوم**



✓ **فیلم های آموزشی آفلاین پیشرفت: تدریس توسط مجرب ترین دبیران پرمخاطب کشور، منطبق بر برنامه آموزش و پرورش و کتاب درسی با هدف پیشرفت در مدرسه**



✓ **نرم افزار پلکان یادگیری: شامل آزمون‌های تستی و تشریحی در سطوح مقدماتی و پیشرفته، با امکان ساخت آزمون در هر سطح دشواری**



kanoonBook.ir

برای دریافت جایزه ویژه از کانون بوک و یا آشنایی بیشتر با بسته جهش کانون، عدد ۳۳ را به سر شماره ۹۰۰۰۸۴۵۱ ارسال کنید.

www.kanoon.ir

اداره آموزش و پرورش لاهیجان
دبیرستان دولتی پسرانه یاسین
۱۳۹۰

باسمه تعالی

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان لاهیجان

نام : نام خانوادگی : نام آموزشگاه : **غیردولتی یاسین**	شعبه کلاس : ..... نیمسال اول دی ماه سال تحصیلی : ۱۴۰۵ - ۱۴۰۴	امتحان درس : **آمار و احتمال** مدت امتحان: **۱۰۰ دقیقه** تاریخ امتحان **۷ دی ماه ۱۴۰۴**	پایه و رشته : **یازدهم ریاضی** تعداد صفحه : **۲** نام دبیر: **آقای حیدری**

۱ با استفاده از جدول ارزش‌ها، درستی هم‌ارزی زیر را بررسی کنید: **۱/۵ نمره**

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

۲ با استفاده از قوانین جبر گزاره‌ها و بدون جدول ارزش ثابت کنید: **۲ نمره**

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$$

۳ ثابت کنید هرگاه n عددی صحیح و n^2 مضرب ۳ باشد، آنگاه n نیز مضرب ۳ است. **۱/۵ نمره**

۴ ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید و سپس نقیض هریک را بنویسید. **۲ نمره**

الف

$$\forall x \in \mathbb{R};\ x^2 > 0$$

ب

$$\exists y \in \mathbb{R};\ y < 0 \wedge y^2 \leq 1$$

۵ مجموعهٔ متناهی A را در نظر بگیرید، اگر ۲ عضو به اعضای A اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴۸ واحد افزایش می‌یابد، مشخص کنید A چند عضوی است. **۱/۵ نمره**

۶ فرض کنید A و B دو مجموعه با مرجع U باشند و $A \subseteq B$. با استفاده از روش عضوگیری دلخواه ثابت کنید: $B' \subseteq A'$. **۱/۵ نمره**

۷ فرض کنید A، B، C و D چهار مجموعه با مرجع U باشند، ثابت کنید اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ باشد، آن‌گاه $A \cap C \subseteq B \cap D$. **۲ نمره**

۸ به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: **۱/۵ نمره**

$$(A - B) \cup (A \cap B) = A$$

۹ جعبه‌ای شامل ۱۲ لامپ است که سه‌تای آن‌ها معیوب است. اگر به‌تصادف و بدون جایگذاری ۳ لامپ از جعبه بیرون آوریم، احتمال آن را به دست آورید که: **۱/۵ نمره**

الف هر سه لامپ معیوب باشند.

ب حداقل یک لامپ معیوب باشد.

www-kanoon-ir

اداره آموزش و پرورش لاهیجان
دبیرستان غیردولتی پسرانه یاسین
۱۳۹۰

باسمه تعالی

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان لاهیجان

نام :	شعبه کلاس :	امتحان درس : **آمار و احتمال**	پایه و رشته : **یازدهم ریاضی**
نام خانوادگی :	نیمسال اول دی ماه	مدت امتحان: **۱۰۰ دقیقه**	تعداد صفحه : **۲**
نام آموزشگاه : **غیردولتی یاسین**	سال تحصیلی : ۱۴۰۵ - ۱۴۰۴	تاریخ امتحان **۷ دی ماه ۱۴۰۴**	نام دبیر: **آقای حیدری**

۱۰ با استفاده از اصول احتمال و قضایای اثبات‌شده، ثابت کنید: ۱/۵ نمره

الف اگر $B \subseteq A$، داریم $P(A-B) = P(A) - P(B)$.

ب اگر $B \subseteq A$، آنگاه $P(B) \leq P(A)$.

۱۱ احتمال قبولی علی در دو درس فیزیک و شیمی به‌ترتیب ۵۵ درصد و ۶۰ درصد است. اگر احتمال قبولی علی در یکی از این دو درس ۷۵ درصد باشد، با چه احتمالی در هر دو درس قبول می‌شود؟ ۱ نمره

۱۲ یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج سه برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در یک‌بار پرتاب این تاس، احتمال برآمدن اعداد ۲ یا ۳ چقدر است؟ ۱ نمره

۱۳ اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ و $B = \{a, b, c, d\}$ و $C = \{a\ ,\ b\ ,\ e\}$ سه پیشامد باشند به‌طوری‌که $P(A) = \frac{۲}{۷}$ و $P(B) = \frac{۳}{۵}$، مقدار $P(C')$ را به دست آورید. ۱/۵ نمره

سربلند باشید

www.kanoon.ir

۱

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
د	د	د	ن	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

هم‌ارز هستند.

۲

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv \sim p \vee (\sim q \vee r)$$
$$\equiv (\sim p \vee \sim q) \vee r \equiv \sim (p \wedge q) \vee r \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$$

۳

به‌جای اثبات $p \Rightarrow q$ عکس نقیض آن یعنی $\sim q \Rightarrow \sim p$ که با خود گزاره هم‌ارز منطقی است را ثابت می‌کنیم.

$$n \neq 3k \ \ (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow n^2 \neq 3k' \ \ (k' \in \mathbb{Z})$$

$$n \neq 3k \Rightarrow \begin{cases} (n = 3k+1)^2 \Rightarrow n^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1 = 3k' + 1 \\ (n = 3k+2)^2 \Rightarrow n^2 = 9k^2 + 12k + \overbrace{4}^{3+1} = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1 \\ \quad = 3k'' + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow n^2 \neq 3k' \quad (k' \in \mathbb{Z})$$

۴

الف ارزش این گزاره نادرست است؛ چون $x = 0$، مثالی نقض برای آن است.

$$\sim \ (\forall x \in \mathbb{R}\,;\, x^2 > 0) \equiv \exists x \in \mathbb{R}\,;\ x^2 \not> 0 \equiv \exists x \in \mathbb{R}\,;\ x^2 \leq 0$$

www-kanoon-ir

ب درست است؛ زیرا $y = -1$ در آن صدق می‌کند، پس مجموعهٔ جواب آن ناتهی است.

$$\sim (\exists y \in \mathbb{R};\ y < 0 \wedge y^2 \leq 1) \equiv \forall y \in \mathbb{R};\ \sim (y < 0 \wedge y^2 \leq 1)$$

$$\equiv \forall y \in \mathbb{R}; y \geq 0 \vee y^2 > 1$$

۵ فرض کنید A دارای n عضو باشد، پس دارای 2^n زیرمجموعه است؛ اگر ۲ عضو به اعضای A اضافه شود، در این صورت تعداد زیرمجموعه‌های A، به اندازهٔ ۴۸ واحد افزایش می‌یابد؛ یعنی در این حالت، تعداد زیرمجموعه‌های این مجموعه برابر با $2^n + 48$ است. ازطرفی وقتی ۲ عضو به اعضای A اضافه می‌شود، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه جدید، برابر با 2^{n+2} است، بنابراین داریم:

$$2^n + 48 = 2^{n+2} = 2^n \times 2^2 \Rightarrow 2^n + 48 = 4 \times 2^n \Rightarrow 4 \times 2^n - 2^n = 48$$

$$\Rightarrow 3 \times 2^n = 48 \Rightarrow 2^n = 16 = 2^4 \Rightarrow n = 4$$

درنتیجه مجموعهٔ A، چهار عضوی است.

۶ برای اینکه ثابت کنیم $B' \subseteq A'$ باید نشان دهیم که: $\forall x;\ (x \in B' \Rightarrow x \in A')$
بنابراین داریم:

$$\forall x;\ (x \in B' \Rightarrow x \notin B) \xrightarrow{A \subseteq B} x \notin A \Rightarrow x \in A'$$

درنتیجه داریم:

$$\forall x;\ (x \in B' \Rightarrow x \in A') \Rightarrow B' \subseteq A'$$

۷

$$\forall x; x \in (A \cap C) \Rightarrow \begin{cases} x \in A \xrightarrow{A \subseteq B} x \in B \\ \wedge \qquad\qquad \wedge \\ x \in C \xrightarrow{C \subseteq D} x \in D \end{cases} \Rightarrow (x \in B \wedge x \in D)$$

$$\Rightarrow x \in (B \cap D)$$

بنابراین داریم:

$$\forall x; [x \in (A \cap C) \Rightarrow x \in (B \cap D)] \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cap D$$

۸

$$(A - B) \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B \cup B') = A \cap U = A$$

۹

www-kanoon-ir

الف

$$\text{احتمال معیوب بودن هر سه لامپ} = \frac{\binom{۳}{۳}}{\binom{۱۲}{۳}} = \frac{۱}{\frac{۱۲!}{۳!۹!}} = \frac{۳ \times ۲ \times ۱}{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰} = \frac{۱}{۲۲۰}$$

ب

$$P(\text{حداقل یک لامپ معیوب}) = ۱ - P(\text{هر ۳ لامپ سالم})$$

$$= ۱ - \frac{\binom{۹}{۳}}{\binom{۱۲}{۳}} = ۱ - \frac{\frac{۹!}{۳! \times ۶!}}{\frac{۱۲!}{۳! \times ۹!}} = ۱ - \frac{۹ \times ۸ \times ۷}{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰} = \frac{۳۴}{۵۵}$$

۱۰

الف

$$B \subseteq A \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) \quad (۱)$$

می‌دانیم : $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

$$\xrightarrow{(۱)} P(A - B) = P(A) - P(B)$$

ب

می‌دانیم : $P(A - B) \geq ۰ \xrightarrow{\text{قسمت قبل}} P(A) - P(B) \geq ۰ \Rightarrow P(A) \geq P(B)$

۱۱

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{۷۵}{۱۰۰} = \frac{۵۵}{۱۰۰} + \frac{۶۰}{۱۰۰} - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{۴۰}{۱۰۰}$$

۱۲

$$P(۱) = P(۳) = P(۵) = xP(۲) = P(۴) = P(۶) = ۳x$$

$$P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = ۱ \Rightarrow ۱۲x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۱۲}$$

$$P(۲) + P(۳) = ۳x = \frac{۱}{۴}$$

www-kanoon-ir

$$\left.\begin{array}{l} P(B)=\frac{۳}{۵} \Rightarrow P(a)+P(b)+P(c)+P(d)=\frac{۳}{۵} \\ P(a)+P(b)+P(c)+P(d)+P(e)=۱ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۳}{۵}+P(e)=۱$$

$$\Rightarrow P(e)=\frac{۲}{۵}$$

$$P(A)=\frac{۲}{۷} \Rightarrow P(a)+P(b)=\frac{۲}{۷}$$

$$P(C)=P(a)+P(b)+P(e)=\frac{۲}{۷}+\frac{۲}{۵}=\frac{۱۰+۱۴}{۳۵}=\frac{۲۴}{۳۵}$$

$$P(C')=۱-P(C)=۱-\frac{۲۴}{۳۵}=\frac{۱۱}{۳۵}$$

www-kanoon-ir