به عدد: ..... نمره تجدید نظر : به حروف: ..... نام و نام خانوادگی و امضاء تجدید نظر کننده: ..... آزمون درس : آمار و احتمال طراح سوال: خانم حاج محمد حسینی	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان قم اداره آموزش و پرورش ناحیه چهار قم دبیرستان غیر دولتی رایحه دانش سال تحصیلی ۱۴۰۵ - ۱۴۰۴	به عدد: ..... نمره : به حروف: ..... نا م و نام خانوادگی و امضای دبیر : ..... تاریخ امتحان : ۲۵ / ۱۰ /۱۴۰۴ مدت امتحان : ۱۰۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	نام پدر : کلاس : شماره صندلی:	نام دبیر :

۱ **درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.** — ۲

الف- اگر A یک مجموعه ی دلخواه باشد آنگاه $A\times\emptyset=\emptyset$ درست

ب-$P(\emptyset)$ برابر ۱ می باشد. نادرست

ج- بررسی یک نمونه ی نامعلوم از یک جامعه ی معلوم را علم احتمال می نامیم. درست

د- نقیض هر آسیایی،ایرانی نیست. بصورت هر آسیایی ایرانی است، می باشد. نادرست

۲ **جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید.** — ۲

الف- فرض کنید A یک مجموعه ی n عضوی باشد مقدار زیر مجموعه های A برابر 2^n است.

ب- احتمال عددی است که در بازه ی [۰,۱] قرار دارد.

ج- اگر دو مجموعه A,B باشند که با هم هیچ اشتراکی نداشته باشنداین دو مجموعه نسبت به هم مستقل هستند.

د-اگر در ترکیب فصلی دو گزاره،یک مجموعه ی نادرست باشند در این صورت ارزش کل گزاره نادرست است.

۳ گزاره های زیر را با استفاده از نماد سورها (∀یا∃) بنویسید سپس ارزش آن را با ذکر دلیل مشخص کنید. — ۱

الف-هر عدد طبیعی از مربع خودش کوچکتر است.

$\forall x;\ x<x^2$ نادرست مثال نقض عدد ۱ و ۰ مساوی هستند.

ب- عدد صحیح مثبتی وجود دارد مانند xبه طوریکه ۵<۲x-۱

$\exists x;\ 1-2x>5$

$\frac{-2x}{-2}>\frac{4}{-2}\rightarrow x<-2$ $(-\infty,-2)$ نادرست - هیچ عدد مثبتی وجود ندارد

۴ ارزش گزاره های سوری زیر را تعیین کنید و سپس نقیض هر یک را بنویسید. — ۱

الف) $\forall x\in(-\infty,0);x-\frac{1}{x}\leq -2$ $x^2-1\leq -2x\rightarrow x^2+2x-1\leq 0$

$\exists x\in(-\infty,0);x-\frac{1}{x}\geq -2$ نادرست

ب) $\exists y\in R;\frac{y-3}{5}=0$

$y=3$ درست $\forall y\in R;\frac{y-3}{5}\neq 0$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۵	ثابت کنید هرگاه n عددی صحیح و n^2 مضرب ۳ باشد آنگاه n نیز مضرب ۳ است.	۱.۵

عکس نقیض: اگر n مضرب ۳ نباشد آنگاه n^2 مضرب ۳ نیست.

$n=3k+1$ توان ۲ $\rightarrow n^2=(3k+1)^2 \rightarrow 9k^2+6k+1 \rightarrow 3k'+1$

$n=3k+2$ توان ۲ $\rightarrow n^2=(3k+2)^2 \rightarrow 9k^2+12k+4 \rightarrow 3k''+1$ ($4=3+1$)

$n=3k$ توان ۲ $\rightarrow n^2=9k^2 \rightarrow n^2=3(3k^2) \rightarrow 3k$ (k)

n^2 مضرب ۳ است در اعکس نقیض درست نیست و حکم اصل اثبات می‌شود.

۶	ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.	۱

الف) اگر ۴ عددی فرد باشد آنگاه ۴ مربع کامل نیست — F — F

$F \Rightarrow F \quad T$

ب) ۲ عدد اول نیست اگر و تنها اگر ۲ مربع کامل است. — F — F

$F \Leftrightarrow F \quad T$

۷	با استفاده از جدول ارزش گزاره ها اثبات کنید:	۱

$(P \rightarrow q) \equiv (\sim P \vee q)$

P	$\sim P$	q	$P \rightarrow q$	$\sim P \vee q$
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	T	F	T	T

$\equiv$

۸	با استفاده از جبر مجموعه ها درستی تساوی زیر را بررسی کنید:	۲

الف- $(A \cap B) \cup (B' \cap A) = A$

$(A \cap B) \cup (B' \cap A) \overset{\text{جابجایی}}{=} (A \cap B) \cup (A \cap B') \overset{\text{پخشی}}{=}$

$A \cap (B \cup B') = A \cap U = A$

ب- $(A-B) \cap (B-A) = \emptyset$

$(A \cap B') \cap (B \cap A') = [((A \cap B') \cap B] \cap A'$ شرکت‌پذیری

$[A \cap (B' \cap B)] \cap A' = (A \cap \emptyset) \cap A' = \emptyset \cap A' = \emptyset$

شرکت‌پذیری — عضو متمم

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۹	اگر A,B,C,D چهار مجموعه با مرجع U باشند. به روش عضو گیری دلخواه ثابت کنید اگر $A\subseteq B$ $C\subseteq D$ آنگاه $AUC\subseteq BUD$ است.	۱
۱۰	با استفاده از جبر مجموعه ها عبارت زیر را تا حد امکان ساده کنید. $(A-B)U(A\cap B)$	۱
۱۱	اگر A=N و B=[۱,٤] حاصل ضرب دکارتی A×B را بیابید.	۱
۱۲	اگر A={۲,X+۲Y,٤}, B={٤,٥,X-Y} باشند و A=B در این صورت مقادیر X,Y را بیابید.	۰.۵
۱۳	یک تاس به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد اول،چهار برابر احتمال وقوع هر عدد غیر اول است در پرتاب این تاس احتمال اینکه عدد زوج مشاهده شود را بیابید.	۱

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۴	عددی به تصادف از بین ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می کنیم احتمال های زیر را محاسبه کنید. الف- عدد انتخابی بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد. $n(A)=\left[\frac{100}{2}\right]=50$ $n(B)=\left[\frac{100}{3}\right]=33$ $n(A\cap B)=\left[\frac{100}{6}\right]=16$ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ $\frac{50}{100}+\frac{33}{100}-\frac{16}{100}=0/67$	
۱.۵	ب- عدد انتخابی نه بر۲ بخش پذیر باشد و نه بر۳ بخش پذیر باشد. $P(A'\cap B')=P(A\cup B)'=1-P(A\cup B)$ $1-0/67=0/33$	
۱	۱۵ اگر $2P(B)=P(A)=3P(A\cap B)$ باشد حاصل $\frac{P(A-B)}{P(A\cup B)}$ کدام است؟ $2P(B)=P(A)=3P(A\cap B)\rightarrow\begin{cases}P(A)=3P(A\cap B)\\P(B)=\frac{3}{2}P(A\cap B)\end{cases}$ $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=3P(A\cap B)-P(A\cap B)=2P(A\cap B)$ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\xrightarrow{(1),(2)}\frac{5}{2}P(A\cap B)$ $\frac{P(A-B)}{P(A\cup B)}=\frac{2P(A\cap B)}{\frac{5}{2}P(A\cap B)}=\frac{4}{5}$	
۱	۱۶ از جعبه ای که شامل پنج مهره ی سبز و چهار مهره ی آبی و دو مهره ی زرد می باشد سه مهره به تصادف و با هم خارج می کنیم احتمال اینکه: الف- هر سه مهره سبز باشند. $n(S)=\binom{11}{3}=\frac{11!}{8!3!}=165$ پیشامد سبزبودن $\Rightarrow n(A)=\binom{5}{3}=10\rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{10}{165}=\frac{2}{33}$ ب- هر سه مهره همرنگ باشند. پیشامد همرنگ بودن $n(B)=\binom{5}{3}+\binom{4}{3}=14$ $P(A)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{14}{165}$	

موفق باشید

Scanned with CamScanner