شماره: نام و نام خانوادگی: کلاس:	به نام خدا **آزمون پایانی نیمسال دوم** **آمارواحتمال**	سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان دبیرستان متوسطه دوم علامه حلی پنج
سال تحصیلی ۰۲-۱۴۰۱	مدت آزمون: **100 دقیقه** تاریخ آزمون: **۱۴۰۲/۳/۶**	دبیر: **آقای یارمحمدی** پایه: **یازدهم ریاضی**
		دبیرستان علامه حلی پنج

۱- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخّص کنید. برای انتخاب خود در موارد ۴، ۵، ۹ و ۱۲ استدلال خیلی کوتاه بیاورید. (۶)

۱.۱ به‌ازای هر عدد زوج مانند n، عدد فردی وجود دارد که مضرب n است یا اوّل است. د ن

۲.۱ شرط لازم برای آن که تبدیلی طول‌پا حافظ شیب باشد این است که تبدیلِ انتقال باشد. د ن

۳.۱ در مجموعه‌ها می‌توان از تساوی $A - B = A - C$ نتیجه گرفت $B = C$. د ن

۴.۱ در هربار انجام یک آزمایش تصادفی با فضای نمونه‌ایِ nعضوی، 2^{n-1} پیش‌آمد رخ می‌دهد. د ن

۵.۱ دو پیش‌آمد مستقل، اگر غیرممکن نباشند، نازسازگار نیستند. د ن

۶.۱ انحراف معیار تعدادی داده‌ی آماری صفر است اگروتنهااگر دامنه‌ی تغییرات این داده‌ها صفر باشد. د ن

۷.۱ در نمونه‌گیری سامانمند، شماره‌یِ واحدهای آماریِ انتخاب‌شده، تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند. د ن

۸.۱ اگر اندازه‌ی یک نمونه‌ی آماری را ۴۹برابر کنیم، انحراف معیار برآوردهایِ میانگینِ جامعه ۷برابر می‌شود. د ن

۹.۱ روشِ جمع‌آوریِ داده برای آمارگیری «میانگینِ طولِ عمرِ پشه‌هایِ تهران» و «میانگینِ طولِ عمرِ مردمِ تهران» یکی است. د ن

۱۰.۱ هر تبدیل ایزومتری (طول‌پا) که بیش از یک نقطه‌ثابت داشته باشد، بی‌نهایت نقطه‌ثابت دارد. د ن

۱۱.۱ ترکیب دو بازتاب محوری، همواره یک دوران است. د ن

۱۲.۱ هر دو دایره در صفحه، توسّط دقیقاً یک تجانس مستقیم و یک تجانس معکوس به‌هم تصویر می‌شوند. د ن

۲- به پرسش‌های زیر پاسخ کوتاه بدهید. (۴)

۱.۲ تعداد زیرمجموعه‌هایِ سره‌یِ مجموعه‌یِ اعدادِ تک‌رقمی چندتاست؟

۲.۲ نمودار ونِ مجموعه‌یِ $\big((A \cap B') - (A' \cup C)\big) \cup \big(C \cap (C \cup A')\big)$ را فقط رسم کنید.

۳.۲ مساحتِ ناحیه‌یِ $[۲,۶] \times [۰,۵] - [۰,۹] \times [-۱,۵]$ روی صفحه‌ی مختصات چه‌قدر است؟

۴.۲ اگر $\mathbb{P}(A|B) = ۰/۲$، در این صورت $\mathbb{P}(A'|B)$ چه‌قدر است؟

۵.۲ پنج نفر به‌طور تصادفی دور یک میز می‌نشینند. چه‌قدر احتمال دارد که جلیل و جلال کنار هم نباشند؟

۶.۲ مدرسه‌ای ۶۰نفر ریاضی و ۲۰نفر تجربی دارد. نمونه‌ای ۱۵نفره به‌شکل طبقه‌ای انتخاب می‌کنیم. تعداد ریاضی‌ها چند نفر است؟

۷.۲ نمونه‌ی ۴تایی ۱۹,۱۷,۷,۱۷ از نمرات ورزش کلاسی گرفته شده است. برآوردِ نقطه‌ایِ میانگینِ نمراتِ این کلاس چند است؟

۸.۲ مُجانسِ نقطه‌یِ $(۱,۲-)$ به مرکز مبدأ مختصات و نسبت ۳− چه نقطه‌ای است؟

۳- برای رابط گزاره‌ای «تعدادِ گزاره‌هایِ درست بین ... و ... و ... بیش‌تر است» ادات منطقیِ $ را در نظر می‌گیریم. (۱/۵)

۱.۳ برای گزاره‌ی $\$(p,q,r)$ جدول ارزش بکشید و قاعده‌یِ جدولیِ این ادات را مشخّص کنید.

www-kanoon-ir

۲.۳ گزاره‌ای بنویسید که هم‌ارز با گزاره‌ی $\$(p, \sim p, q \vee r)$ باشد و ادوات به‌کاررفته در آن فقط $\sim$ و $\wedge$ باشد.

۳.۳ آیا نقیضِ گزاره‌یِ $\$(p, q, p \Rightarrow q)$ با گزاره‌ی $\$(\sim p, \sim q, p \wedge \sim q)$ هم‌ارز است؟ بله خیر

۴- مجموعه‌ی A متشکّل از اعدادِ سه‌رقمیِ کوچک‌تر از ۶۰۰ و بخش‌پذیر بر ۴ است. مجموعه‌ی B متشکّل از اعدادِ سه‌رقمیِ بزرگ‌تر از ۳۰۰ و بخش‌پذیر بر ۶ است. مجموعه‌ی $A^2 \cup B^2$ چند عضو دارد؟ (۱/۵)

۵- یک برنامه‌ی کامپیوتری هر بار، یکی از افرازهایِ مجموعه‌یِ $\{1,2,\dots,5\}$ را به‌طور تصادفی و هم‌شانس خروجی می‌دهد. چه‌قدر احتمال دارد که در این لحظه از برنامه خروجی بگیریم و مشاهده کنیم که افراز، مجموعه‌ی تک‌عضوی ندارد؟ (۰/۷۵)

۶- فرض کنید احتمال این که دی‌روز در شهر شیراز باران باریده باشد امّا برف نباریده باشد ۳۰درصد و احتمال این که حدّاکثر یکی از باران یا برف باریده باشد ۵۵درصد است. شما ساکن تهران هستید و از اخبار امروز متوجّه شدید که روز گذشته در شیراز بارش باران نداشته‌ایم. حدّاقل چه‌قدر احتمال دارد که دی‌روز در شیراز، برف باریده باشد؟ (۰/۷۵)

۷- یک تاس ناهمگن در پرتاب خود طوری سنگینی می‌کند که ظاهرشدنِ اعدادِ زوج هم‌شانس، ظاهرشدنِ اعدادِ فرد نیز هم‌شانس، و شانسِ روشدنِ هر عدد زوج دوبرابر شانسِ روشدنِ هر عدد فرد است. نیز یک سکّه‌ی ناهمگن داریم که احتمال «روآمدن» در پرتاب آن، سه‌برابرِ احتمالِ «پشت‌آمدن» آن است. مسئله‌ی زیر را بدون ساده‌کردن اعداد در محاسبه، حل کنید:
تاس را می‌اندازیم؛ اگر عددی مرکّب آمد، ۵بار سکّه را پرتاب می‌کنیم و در غیر این‌صورت، ۴بار سکّه را پرتاب می‌کنیم. چنان‌چه در دقیقاً ۳بار از دفعاتِ پرتابِ سکّه «رو» ظاهر شده باشد، چه‌قدر احتمال دارد که عددِ تاس زوج بوده باشد؟ (۲)

www-kanoon-ir

۸- در کلاس آمار و احتمال دانشگاه، ۴ پسر نو-ورود، ۶ دختر نو-ورود، ۶ پسر سال-بالایی و تعدادی دختر سال-بالایی حضور دارند. تعدادِ دخترانِ سال-بالایی چند نفر باشد که در انتخابِ تصادفیِ یک نفر از این کلاس، جنسیت و سال ورود مستقل باشند؟ (۰/۷۵)

۹- در نمودارِ فراوانیِ مربوط به ۱۳ داده، اگر از فراوانی مربوط به هر یک از داده‌های اوّل تا دوازدهم یکی کم کنیم و به فراوانی داده‌ی سیزدهم ۱۲تا اضافه کنیم، زاویه‌ی مربوط به داده‌ی سیزدهم ۹۰درجه بزرگ‌تر می‌شود. فراوانیِ کلِ داده‌ها چه‌قدر است؟ (۰/۵)

۱۰- به تعدادی داده، چند داده‌ی جدید که همگی برابر با میانگین داده‌های قبلی است اضافه می‌کنیم. دامنه‌ی تغییرات و ضریب تغییرات چه تغییری می‌کنند؛ بزرگ‌تر یا کوچک‌تر می‌شوند یا بی‌تغییر باقی می‌مانند؟ استدلال کنید. (۱)

۱۱- میانگینِ طولِ اضلاعِ مربّع‌هایی ۱۲ و واریانس آن‌ها ۵ است. میانگینِ مساحتِ این مربّع‌ها چه‌قدر است؟ (۰/۵)

۱۲- برای داده‌های ۲,۴,۴,۸,۸,۸,۱۶,۱۶,۱۶,۱۶ به پرسش‌های زیر پاسخ دهید. (۱)

۱.۱۲ نمودار جعبه‌ای این داده‌ها را رسم کنید.

۲.۱۲ مُد در این دسته از داده‌ها چند است؟

۳.۱۲ دامنه‌ی میان‌چارکی را به دست آورید.

۱۳- در برآورد میانگین؛ اگر μ میانگین جامعه‌ی اصلی باشد، آن‌گاه به احتمال ۶۸درصد، μ در بازه‌ی زیر خواهد بود:

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

که $\bar{x}$ میانگین نمونه، n تعداد نمونه و σ انحراف معیار جامعه است.

اگر در یک آزمایش آماری، پس از نمونه‌گیری بدانیم که کرانِ بالایِ بازه‌یِ ۹۵درصدیِ برآوردِ میانگین، ۱/۲۵برابر کرانِ بالایِ بازه‌یِ ۶۸درصدیِ برآوردِ میانگین است، کرانِ پایینِ بازه‌یِ ۹۵درصدی چند برابر کرانِ پایینِ بازه‌یِ ۶۸درصدی است؟ (۱)

www-kanoon-ir

۱۴- در یک ذوزنقه طول قاعده‌ها برابر با ۴ و ۳ است.
اگر مساحت ذوزنقه برابر با ۲۱ باشد، فاصله‌ی مرکزِ تجانسِ معکوس تا قاعده‌ی بزرگ‌تر را بیابید. (۰/۷۵)

۱۵- دایره‌ی $C(O,r)$ را به مرکز A نقطه‌ای بیرون از آن ۳۰درجه دوران می‌دهیم. اگر دایره‌ی تصویر بر دایره‌ی C مماس باشد، نسبت شعاع دایره بر کوتاه‌ترین فاصله‌ی A تا دایره‌ی C را بیابید. $(\sin ۱۵^\circ \approx ۰/۲۶)$ (۱)