باسمه تعالی		**تاریخ امتحان: 1402/3/22**
نام :	**وزارت آموزش و پرورش**	**ساعت شروع: 10 صبح**
نام خانوادگی:	**اداره کل آموزش و پرورش استان خوزستان**	**مدت ارزشیابی: 120 دقیقه**
نام پدر:	**مدیریت آموزش و پرورش شهرستان دزفول**	**نام آموزشگاه:دبیرستان حجاب**

نام دبیر:خانم تکریمی ارزشیابی پایانی درس آمارو احتمال، پایه یازدهم ریاضی سال تحصیلی 1402-1401 تعداد صفحه:4

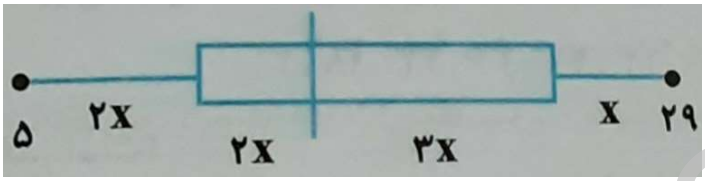
ردیف		بارم
1	ارزش هر یک از گزاره های سوری زیر را تعیین نمایید و سپس نقیض هر یک را بنویسید. الف) $\forall x \in N;\ x^2 > x$ ب) $\exists x \in \mathcal{R};\ \frac{x+1}{3} = \frac{x-1}{2}$	1.5
2	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، درستی رابطه زیر را ثابت کنید. $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] = B$	1
3	اگر $A = [-1,2]$ و $B = [1,3]$ باشد، آن گاه نمودار ضرب دکارتی را برای هر دو حالت $A \times B$ و $B \times A$ را رسم نمایید.	1
4	اگر A و B دو مجموعه با مجموعه مرجع U باشند، با استفاده از عضوگیری ثابت نمایید که اگر $A \subseteq B$ ، آن گاه $A - B = \emptyset$.	1
5	ثابت کنید برای دو پیشامد دلخواه A و Bداریم: $P(A' \cap B') = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$	1

www-kanoon-ir

6	از مجموعه $A = \{10,11,12, \dots ,30\}$ ، دو عدد به تصادف انتخاب می کنیم. اگر حاصل ضرب دو عدد زوج باشد، احتمال این که مجموع آن ها زوج باشد ، چقدر است؟	1.5
7	$\frac{1}{3}$ افراد کشوری چاق و $\frac{1}{5}$ آن ها دیابتی هستند. اگر نصف افراد چاق، دیابتی باشند و یک نفر به تصادف از این کشور انتخاب کنیم، احتمال آن که چاق یا دیابتی باشد، چقدر است؟	1.5
8	از ظرفی شامل 3 مهره قرمز و 4 مهره آبی، 2 مهره به تصادفی و با جای گذاری بیرون می آوریم. اگر A پیشامد قرمز بودن مهره اول و B پیشامد آبی بودن مهره دوم باشد، تعیین کنید A و B مستقل اند یا وابسته؟	1.5
9	جدول زیر را کامل نمایید.(نوشتن فرمول ها الزامی است)	1.5
10	اگر میانگین داده های $x_1 + 2$ ، $x_2 + 5$ ، $x_3 - 1$ ، $x_4 - 9$ برابر 6 باشد، میانگین داده های x_1 ، x_2، x_3، x_4 را بیابید.	1

حدود دسته	مرکز دسته	فراوانی	فراوانی نسبی	درصد
10-14	12	6		
14-18		3		
18-22	20	2		
22-26		4		

www-kanoon-ir

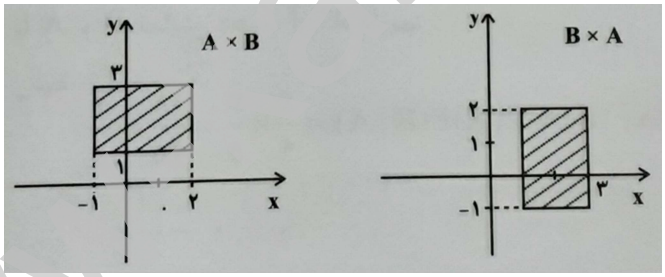
11	واریانس، انحراف معیار و ضریب تغییرات را برای داده های زیر بیابید.(با نوشتن فرمول ها و محاسبات) 8,7,2,4,9,5,11,20,4,10.	2
12	با توجه به نمودار جعبه ای زیر، چارک اول، میانه و چارک سوم را پیدا کنید.  	1.5
13	نوع هر یک از متغیرهای زیر(کمی یا کیفی) را تعیین نمایید. الف) فاصله بین خانه و مدرسه ب) رنگ اتوموبیل های موجود در ایران ج)مراحل تحصیل د) زمان پخت غذا	1
14	می خواهیم از بین اعداد 1 تا 4000 با روش سیستماتیک، نمونه ای با اندازه 50 انتخاب کنیم. روش انجام این کار را توضیح دهید.	1

www-kanoon-ir

15	الف) تفاوت بین داده و متغیر چیست؟ ب) تفاوت بین سرشماری و نمونه گیری چیست؟	1
16	رئیس یک دانشگاه علاقه مند است متوسط سن دانشجویانی که در سال جاری ثبت نام کرده اند را بداند. او یک نمونه 25 نفری از دانشجویان انتخاب می کند. اگر میانگین سن دانشجویان این نمونه برابر 20 سال باشد و از بررسی های قبلی انحراف معیار سن دانشجویان این دانشگاه برابر 1.5 سال به دست آمده باشد، آن گاه بازه اطمینان بیش از 95 درصد را برای میانگین سن دانشجویان این دانشگاه محاسبه کنید.	1
	نمره دانش آموز: **نمره با عدد** ..... **نمره با حروف**	جمع 20
	در پناه مهر یزدان موفق و پیروز باشید- تکریمی	

www-kanoon-ir

پاسخ نامه تصحیح

1	الف) نادرست است ، زیرا به ازای $x = 1$ ، $x^2 = x$ است. نقیض گزاره: $\exists x \in N; x^2 \leq x$ ب)درست است، زیرا به ازای $x = 1$ رابطه برقرار است. نقیض گزاره:$\forall x \in \mathcal{R}; \frac{x+1}{3} \neq \frac{x-1}{2}$	
2	$(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] = (A' \cap B) \cup [(B \cap A) \cap B] =$ می دانیم که : $(B \cap A) \subseteq B$ $(A' \cap B) \cup (A \cap B) = [(A' \cup A) \cap B] = B$ می دانیم که $(A' \cup A) = U$	
3		
4	$x \epsilon A - B \rightarrow x \epsilon A \wedge x \in B \rightarrow x \in B \wedge x \in B' \rightarrow x \in B \cap B' \rightarrow x \in \emptyset$ یعنی $A - B \subseteq \emptyset$ است، و چون تنها زیرمجموعه $\emptyset$ ، خود مجموعه $\emptyset$ است، پس $A - B = \emptyset$ می باشد.	
5	با توجه به قضایای احتمال داریم: $P(A' \cap B') = P((A \cup B)')$ $= 1 - P(A \cup B)$ $= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$ $= 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$	

www.anoon-ir

6

احتمال زوج بودن مجموع دو عدد را با A و احتمال زوج بودن حاصل ضرب دو عدد را با B نمایش می دهیم.

$$P(A|B)=\frac{\binom{11}{2}}{\binom{11}{2}+\binom{11}{1}\binom{10}{1}}=\frac{\frac{11\times10}{2}}{\frac{11\times10}{2}+11\times10}=\frac{\frac{11\times10}{2}}{\frac{3}{2}\times11\times10}=\frac{1}{3}$$

عبارت $\binom{11}{2}$ اشاره دارد به هر دو زوج

عبارت $\binom{11}{1}\binom{10}{1}$ اشاره دارد به یکی زوج و یکی فرد

7

می دانیم که: $P\left(\text{چاق}\right)=\frac{1}{3}$ و $P\left(\text{دیابتی}\right)=\frac{1}{5}$ و $P\left(\text{دیابتی}\middle|\text{چاق}\right)=\frac{1}{2}$

و به دنبال یافتن $P\left(\text{دیابتی}\cup\text{چاق}\right)$ هستیم. پس:

$$P\left(\text{دیابتی}\middle|\text{چاق}\right)=\frac{P\left(\text{دیابتی}\cap\text{چاق}\right)}{P\left(\text{چاق}\right)}=\frac{1}{2}\rightarrow P\left(\text{دیابتی}\cap\text{چاق}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

$$P\left(\text{دیابتی}\cup\text{چاق}\right)=P\left(\text{چاق}\right)+P\left(\text{دیابتی}\right)-P\left(\text{دیابتی}\cap\text{چاق}\right)$$
$$=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{10+6-5}{30}=\frac{11}{30}$$

8

$$P(B)=P(A)P(B|A)+P(A')P(B|A')=$$
$$=\frac{3}{7}\times\frac{4}{7}+\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}=\frac{4}{7}$$
$$P(B|A)=\frac{4}{7}$$

با توجه به اینکه $P(B)=P(B|A)$ است، بنابراین A و B پیشامدهایی مستقل هستند.

9

با توجه به رابطه فراوانی نسبی و درصد جدول را تکمیل می کنیم .

$$\text{درصد فراوانی}=\text{فراوانی نسبی}\times100 \quad \text{و} \quad \text{فراوانی نسبی}=\frac{\text{فراوانی}}{\text{تعداد کل داده}}$$

تعداد کل داده ها برابر با مجموع فراوانی ها است که برابر با n=15 است.

حدود دسته	مرکز دسته	فراوانی	فراوانی نسبی	درصد
10-14	12	6	0.4	40
14-18	16	3	0.2	20
18-22	20	2	0.133	13.3
22-26	24	4	0.267	26.7

www.kanoon.ir

10

ابتدا رابطه میانگین را برای داده های x_1+2 ، x_2+5 ، x_3-1 ، x_4-9 می نویسیم:

$$\overline{X}=\frac{(x_1+2)+(x_2+5)+(x_3-1)+(x_4-9)}{4}=6$$

$$\rightarrow \frac{x_1+x_2+x_3+x_4-3}{4}=6$$

$$\rightarrow x_1+x_2+x_3+x_4=27$$

اکنون با کمک مجموع بدست آمده رابطه میانگین را برای داده های x_1 ، x_2 ،x_3 ،x_4 می نویسیم:

$$\overline{X'}=\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4}=\frac{27}{4}=6.75$$

11

$$\overline{X}=\frac{8+7+2+4+9+5+11+20+4+10}{10}=\frac{80}{10}=8$$

$$\sigma^2=\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(2-8)^2+(4-8)^2+(9-8)^2+(5-8)^2+(11-8)^2+(20-8)^2+(4-8)^2+(10-8)^2}{10}$$

$$=\frac{0+1+36+16+1+9+9+144+16+4}{10}=\frac{236}{10}=23.6$$

$$\sigma^2=23.6\rightarrow\sigma=\sqrt{23.6}\backsimeq 4.86$$

برای محاسبه ضریب تغییرات هم داریم که:

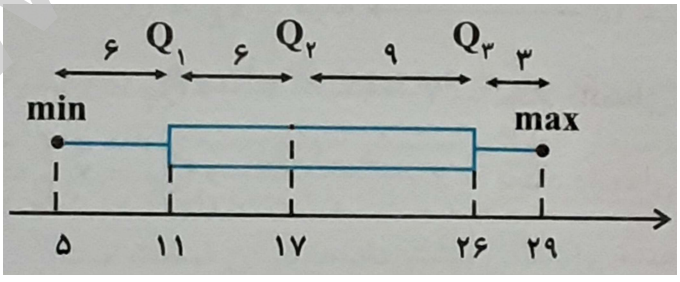
$$CV=\frac{\sigma}{\overline{X}}=\frac{\sqrt{23.6}}{8}\backsimeq\frac{4.86}{8}$$

12

طول قسمت های بین عدد 5 تا 29 برابر است با : $2x+2x+3x+x=8x$

پس: $8x=29-5=24\rightarrow x=3$

لذا نمودار به صورت زیر است که در آن جارک اول 11، میانه برابر 17 و چارک سوم 26 است.



www-kanoon-ir

13	الف)کمی ب)کیفی ج)کیفی د)کمی	
14	طول هر دسته برابر است با: $\frac{4000}{50} = 80$ لذا از میان اعداد 1تا 80، یکی را به تصادف انتخاب می کنیم و سپس در هر مرحله، عدد 80 را به عدد قبلی اضافه می کنیم. این کار را تا رسیدن به انتهای اعداد ادامه می دهیم تا نمونه ای به اندازه 50 حاصل شود.	
15	الف) متغیر ، موضوع یا ویژگی است که مورد بررسی روی اعضای جامعه یا نمونه است، مانند قد، وزن و رنگ، ولی داده ها نتایج حاصل از بررسی آماری هستند ب) تفاوت سرشماری و نمونه گیری در این است که در سرشماری، موضوع مورد مطالعه را روی تمام اعضای جامعه آماری مورد بررسی قرار می دهیم ولی در نمونه گیری، با انتخاب یک نمونه از جامعه آماری ، موضوع مورد مطالعه را روی این نمونه بررسی می کنیم و تمام جامعه را مورد بررسی قرار می دهیم.	
16	اگر میانگین نمونه با $\overline{X}$، انحراف معیار جامعه باσ و تعداد اعضای نمونه را با n نمایش دهیم، آن گاه بازه اطمینان بیش از 95 درصد برای میانگین جامعه به صورت زیر است: $[\overline{X} - 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad , \quad \overline{X} + 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad] =$ $\left[20 - 2 \times \frac{1.5}{5} \quad , \quad 20 + 2 \times \frac{1.5}{5}\right] =$ $[19.4 , 20.6]$	