محل مهر یا امضای مدیر

سو ا ل

جمهوری اسلامی ایران

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره آموزش و پرورش منطقه تهران

ش صندلی (ش داوطلب): **نام واحد آموزشی:**	**ساعت امتحان : ۸**
نام و نام خانوادگی : **نام پدر :** **پایه :** **رشته :**	**وقت امتحان : دقیقه**
سوال امتحان درس :آمار و احتمال **نام دبیر/ دبیران :**	**تاریخ امتحان :**
	تعداد برگ سوال: برگ

۱)عبارت های زیر را کامل کنید: (۱ نمره)

الف) اگر $A \times A \subseteq A$ آنگاه .....

ب) شناخت جامعهٔ نامعلوم از روی نمونهٔ معلوم کار علم .....و شناخت نمونهٔ نامعلوم از روی جامعهٔ معلوم،کار علم ..... است.

۲) گزینهٔ صحیح را انتخاب کنید.(۱ نمره)

الف) اگر $\forall x; x \notin A \iff x \notin B$، آنگاه:

۱) $A = B$ ۲) $A = \acute{B}$ ۳) $B = \acute{A}$ ٤) $A \neq B$

ب) مجموعهٔ $A = \{۱,۲,۳\}$ شامل چند افراز ۲ عضوی است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ٤ ٤) ٥

۳) بدون استفاده از جدول ارزش گزاره ها، ارزش گزاره زیر را به دست آورید.(۲ نمره)

$$[(p \Longrightarrow q) \wedge \sim q] \Longrightarrow \sim p \equiv$$

٤) ارزش گزارهٔ سوری زیر را مشخص کنید و نقیض آن را بنویسید.(۱/٥ نمره)

$$\exists x \in R; (|x| \geq ۲)$$

٥) فرض کنید A, B دو مجموعه با مرجع U باشند و $A \cap B = \emptyset$. ثابت کنید $B \subseteq \acute{A}$(روش عضوگیری دلخواه)(۱/٥ نمره)

٦) با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید: (۱ نمره)

$$(A \cap B) \cup (B - A) = B$$

۷) اگر $A = \{y + ۲,٥, z\}$ و $B = \{x + ۱,٤, -۲\}$ دو مجموعه باشند و $A \times B - B \times A = \emptyset$ باشد، بیشترین مقدار $x + y + z$ را به دست آورید. (۱ نمره)

۸) اگر $A = (2,3], B = [1,3)$ نمودار $A^2 \cup B^2$ را رسم نمائید.(۲نمره)

۹) احمد و عباس با هم دو مرتبه سنگ، کاغذ، قیچی بازی می کنند. مطلوبست احتمال برنده شدن احمد در این دو مسابقه.(۱ نمره)

۱۰) اگر A و B دو پیشامد از S باشند و $P(A)=\frac{۲}{۱۱}$ و $P(B)=\frac{۷}{۱۱}$، آنگاه حداقل و حداکثر مقدار برای $P(A\cap B)$ چقدر است؟(۱/۵ نمره)

۱۱)یک تاس به گونه ای ساخته شده است که احتمال ظاهر شدن هر وجه، متناسب با مربع عکس عدد آن وجه است. با کدام احتمال در پرتاب این تاس عددی بزرگ تر از ٤ ظاهر می شود؟(۲ نمره)

۱۲) از بین اعداد مجموعهٔ $\{۵۱,۵۲,\ldots,۳۰۰\}$ عددی را به تصادف انتخاب می کنیم. مطلوبست احتمال آنکه عدد انتخابی حداکثر بر یکی از اعداد ٦و۷ بخش پذیر باشد؟(۱/۵ نمره)

۱۳) در تیر اندازی به یک صفحهٔ هدف که از چهار دایرهٔ هم مرکز به شعاع های ۱،۲،۳،٤تشکیل شده است. احتمال برخورد تیر به سطح هر دایره برابر $\frac{a}{r}$ است که در آن r همان شعاع دایره است.اگر احتمال عدم برخورد تیر به صفحه برابر ۰/۱ باشد، احتمال برخورد تیر به ناحیهٔ سوم را به دست آورید.(۲ نمره)

پاسخ سوالات در روی برگ سوال نوشته شود . نیاز به پاسخ نامه سفید ندارد ☐ **پاسخ نامه سفید داده شود .** ■	

دنباله سوال امتحان درس : صفحه : **رشته :**از .. ۱... **تاریخ‌امتحان : ۱۴۰۰/۱۰/**

موفق باشید	**جمع کل :**

رشته ریاضی
پایه یازدهم

پاسخنامه درس آمار و احتمال
دبیرستان علامه حلی تهران
نام دبیر: حسین اسدزاده

۱- الف) $A = \phi$ (۰/۵) ب) آمار - احتمال (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲- الف) ① (۰/۲۵) ب) ② (۰/۲۵) هر مورد (۰/۵) نمره

۳-

$$\sim p \Longrightarrow \left[(\sim p \vee q) \wedge \sim q\right] \equiv \left[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q\right] \Longrightarrow \sim p$$

(۰/۵)

$$\equiv \left[(\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim q)\right] \Longrightarrow \sim p \equiv (\sim p \wedge \sim q) \Longrightarrow \sim p$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) F (۰/۲۵)

$$\equiv \sim(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim p \equiv (p \vee q) \vee \sim p \equiv (p \vee \sim p) \vee q \equiv T$$

(۰/۵) T (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۴- ارزش گزاره درست است زیرا متغیرهای x عضو مجموعه اعداد حقیقی وجود دارد که آن نامعادله برقرار شود. مثلاً $x = 0$ (۰/۵)

نقیض گزاره : $\forall x : |x| < 2$ (۰/۵) (۰/۵)

۵- با فرض $x \in B$ داریم: (۰/۲۵)

$$x \in B \xrightarrow[(۰/۲۵)]{A \wedge B = \phi} x \notin A \longrightarrow x \in A' \quad (۰/۲۵)$$

$$\Longrightarrow \forall x : x \in B \longrightarrow x \in A' \xrightarrow{\text{نتیجه}} B \subseteq A' \quad (۰/۵)$$

۶-

$$(A \wedge B) \cup (B - A) = (A \wedge B) \cup (B \wedge A') = B \wedge (A \cup A') = B \wedge U = B$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

Scanned with CamScanner

۷-

$A \times B - B \times A = \phi \Rightarrow A = B$ (۰٫۲۵)

دو حالت می‌تواند وجود داشته باشد.

حالت اول:

$$\begin{cases} x+1=5 \\ y+2=4 \\ z=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \\ z=-2 \end{cases} \Rightarrow x+y+z=4 \quad (۰٫۲۵)$$

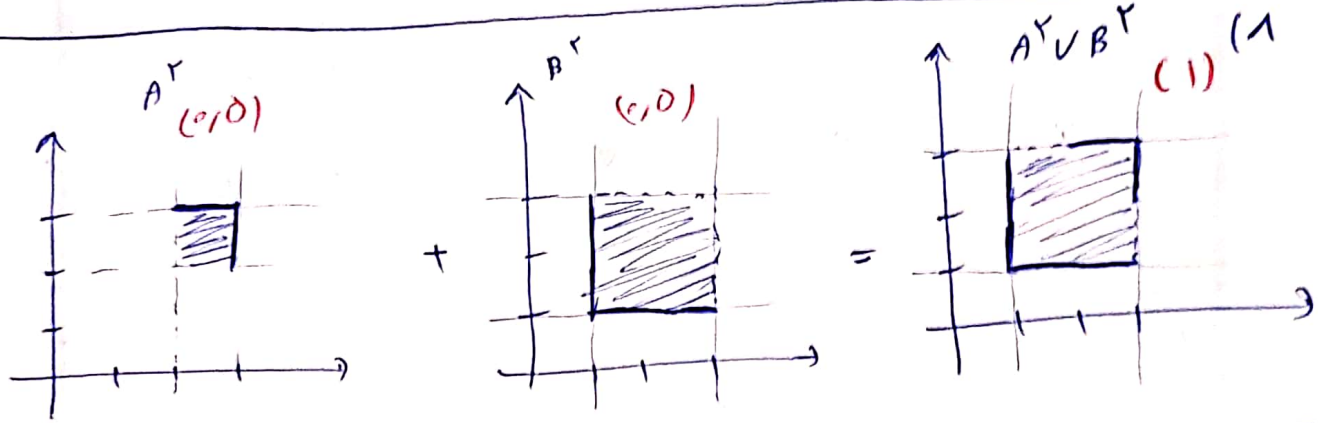
حالت دوم:

$$\begin{cases} x+1=5 \\ y+2=-2 \\ z=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-4 \\ z=6 \end{cases} \Rightarrow x+y+z=4 \quad (۰٫۲۵)$$

در هر دو حالت جواب برابر ۴ می‌شود. (۰٫۲۵)

---

۸) (۱)



---

۹) احمد در هر مرحله با احتمال $\frac{1}{3}$ برنده می‌شود. زیرا در کل ۹ حالت داریم که ۳ حالت آن برد است پس:

$P(\text{برنده شدن } 1) = \frac{1}{3}$ (۰٫۵)

از آنجایی که مراحل اول و دوم از هم مستقل اند داریم:

$$P(\text{برنده شدن او در هر دو مسابقه}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \quad (۰٫۵)$$

---

۱۰) از آنجایی که $P(A)+P(B) > 1$ پس می‌توان حالتی را تصور کرد که $A \cap B = \phi$ باشد و $P(A \cap B) = 0$ شود. همچنین حداکثر مقدار برای $P(A \cap B)$ وقتی حاصل می‌شود مجموعه A به طول کامل در B باشد یعنی $A \subseteq B$ و در این حالت خواهیم داشت $P(A \cap B) = \frac{2}{11}$.

(۰٫۲۵) (۰٫۲۵) (۰٫۵)

Scanned with CamScanner

۱۱- از آنجا که احتمال ضامن شدن هر عدد متناسب با مربع عکس آن است داریم:

$P(1) = a$

$P(2) = \frac{a}{4}$

$P(3) = \frac{a}{9}$

$P(4) = \frac{a}{16}$ (۰/۵)

$P(5) = \frac{a}{25}$

$P(6) = \frac{a}{36}$

$\Rightarrow P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6) = 1$

$\Rightarrow a = \frac{3600}{5349}$ (۰/۵)

$\Rightarrow P(5)+P(6) = \frac{a}{25} + \frac{a}{36} = \frac{61}{900}a$ (۰/۵)

$\Rightarrow P(5)+P(6) = \frac{61}{900} \times \frac{3600}{5349} = \frac{244}{5349}$ (۰/۵)

۱۲- اگر پیشنهاد بخش بزرگ را با A و پیشنهاد بخش بزرگ را با B نمایش دهیم داریم:

$P(\text{حداکثر یکی}) = 1 - P(\text{هر دو بخش بزرگ}) = 1 - P(A \cap B)$ (۰/۵)

$n(A \cap B) = \left[\frac{300}{42}\right] - \left[\frac{50}{42}\right] = 7 - 1 = 6$ (۰/۵)

بنابراین:

$P(\text{حداکثر یکی}) = 1 - \frac{6}{300} = 1 - \frac{1}{50} = \frac{49}{50}$ (۰/۵)

۱۳- باید مجموع احتمالات برابر ۱ شود پس:

$\frac{a}{1} + \frac{a}{2} + \frac{a}{3} + \frac{a}{4} + 0.1 = 1$ (۰/۵) $\Rightarrow \frac{25a}{12} = 0.9$

$\Rightarrow a = \frac{54}{125}$ (۰/۵)

$\Rightarrow P(\text{ناحیه سوم}) = \frac{9}{25} = \frac{18}{125}$ (۱)

Scanned with CamScanner