تاریخ برگزاری امتحان:	باسمه تعالی	ساعت برگزاری امتحان: ۸ صبح
سال تحصیلی : ۱۴۰۲-۱۴۰۱		نوبت : دوم
نام ونام خانوادگی :	اداره کل آموزش و پرورش استان یزد	سوالات درس: آمار و احتمال
نام پدر :	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۲ یزد	تعداد صفحات: ۳
رشته تحصیلی : ریاضی و فیزیک	اداره استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان	تعداد سوالات: ۱۸
پایه تحصیلی : یازدهم	دبیرستان دوره دوم فرزانگان	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی دبیر :عادله عبدالغفوریان نمره به عدد : نمره به حروف : امضاء دبیر :

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

ردیف	سوالات	بارم
۱	با "ص" یا "غ" درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید. الف) مجموعه جواب گزاره‌نمای $x^2-2x+2>0$ برابر با $\mathbb{R}$ است. فصل ۱، درس ۱ ب) $\exists x\in\mathbb{N};\sim(x\le x^2)$ فصل ۱، درس ۱ ج) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه A' و B' هم مستقل هستند. فصل ۲، درس ۴ د) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه $P(A\|B)=P(B\|A)$. فصل ۲، درس ۳	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر $A\subseteq B$ آنگاه رخ دادن .....، رخ دادن ..... را نتیجه می‌دهد. فصل ۲، درس ۲ ب) نمودار میله‌ای معمولا برای داده‌های ..... و نمودار بافت‌نگاشت معمولا برای داده‌های ..... مورد استفاده قرار می‌گیرد. فصل ۳، درس ۱ ج) اگر اندازه نمونه ۱۰۰ برابر شود، انحراف معیار برآورد ..... برابر می‌شود. فصل ۴، درس ۲	۱/۵
۳	در هر مورد گزینه درست را انتخاب نمایید. الف) فرض کنید $A=\{2,3,4,5,6\}$ و $B=\{1,3,5,7,9\}$. در این صورت $n(A\times B-B\times A)$ برابر است با صفر ۴ ۲۱ ۲۵ فصل ۱، درس ۲ ب) در یک شرکت تولیدی، ۵۵ درصد از کالاها تولید ماشین A است که با احتمال ۳ درصد معیوب است و ۴۵ درصد از کالاها تولید ماشین B است که ۵ درصد از محصولات آن معیوب است. اگر یک کالا انتخاب کنیم و بدانیم که معیوب است با چه احتمالی توسط دستگاه A تولید شده است؟ $\frac{11}{26}$ $\frac{7}{13}$ $\frac{6}{13}$ $\frac{15}{26}$ فصل ۲، درس ۳ ج) احتمال قبولی علی در یک آزمون ۰/۸۴ و احتمال قبولی محمد در این آزمون ۰/۷۵ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آن‌ها در این آزمون قبول شده است؟ ۰/۹۲ ۰/۹۴ ۰/۹۶ ۰/۹۸ فصل ۳، درس ۴ د) در یک جامعه با انحراف معیار ۰/۰۲ اگر نمونه ۱۰۰ تایی انتخاب شود، طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی برابر است با ۰/۰۰۴ ۰/۰۰۸ ۰/۰۴ ۰/۰۸ فصل ۴، درس ۳	۲

۴	درستی هم‌ارزی زیر را اثبات کنید. (با روش دلخواه) $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q \equiv T$ فصل ۱، درس ۱	۰/۷۵
۵	ارزش گزاره زیر را تعیین کرده و نقیض آن را بنویسید. $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^۲ - ۱}{x + ۱} = x - ۱$ فصل ۱، درس ۱	۰/۷۵
۶	طرف دوم تساوی‌های زیر را با استفاده از جبر مجموعه‌ها به دست آورید. الف) $((A \cup B) - A) \cup (A \cap B) =$ ب) $(A - (A \cap B')) \cup (B \cup (A' \cap B)) =$ فصل ۱، درس ۲	۱
۷	اگر $A = [۰,۲)$ و $B = (۱,۳)$، آنگاه نمودار $A \times B$ را رسم نمایید. فصل ۱، درس ۲	۱
۸	یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال رو شدن اعداد اول، دو برابر دیگر اعداد است. در پرتاب این تاس، احتمال رو شدن اعداد زوج را به دست آورید. فصل ۲، درس ۲	۱
۹	تاسی را ۱۰ بار پرتاب کرده‌ایم. با چه احتمالی دقیقا ۳ بارعدد فرد می‌آید؟ فصل ۲، درس ۱	۰/۷۵
۱۰	در یک کیسه ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی وجود دارد. یک مهره از آن خارج می‌کنیم و بدون دیدن رنگ، آن را کنار می‌گذاریم. با استفاده از قانون احتمال کل ثابت کنید، احتمال آنکه مهره دوم آبی باشد، $\frac{۳}{۸}$ است. فصل ۲، درس ۳	۱
۱۱	دو کاندید A و B برای ریاست فدراسیون فوتبال، به ترتیب با احتمال ۰/۴ و ۰/۵ در برنامه زنده گفتگوی ویژه شرکت می‌کنند. اگر A در این گفتگو شرکت کند، B با احتمال ۰/۰۲ در این گفتگو شرکت می‌کند. فرض کنید A در این گفتگو شرکت نکند، با چه احتمالی B هم شرکت نمی‌کند؟ فصل ۲، درس ۲	۱/۲۵

۱۲	میانگین ۱۰۰ داده آماری برابر ۱۰ و واریانس آن‌ها برابر با ۳ است. اگر به جای داده‌های ۶ و ۱۰، داده‌های ۴ و ۱۲ را جایگزین کنیم، واریانس جدید چقدر می‌شود؟ فصل ۳، درس ۳	۱
۱۳	برای داده‌های زیر، مقدار CV را محاسبه نمایید. ۲۸،۳۰،۲۴،۳۱،۳۳،۲۷،۳۰،۲۹ فصل ۳، درس ۳	۱/۵
۱۴	داداه‌های زیر را در نظر بگیرید. ۱۸،۱۷،۱۴،۸،۱۶،۱۱،۹،۱۰،۱۳،۱۷،۲۰،۱۹،۱۸ الف) میانه، چارک اول و چارک سوم این داده‌ها را به دست بیاورید. ب) نموار جعبه‌ای را برای این داده‌ها رسم نمایید. فصل ۳، درس ۳	۱/۵
۱۵	اگر میانگین داده‌های $۳x_n - ۱$ و ... و $۳x_۲ - ۱$ و $۳x_۱ - ۱$ برابر ۲۰ باشد، میانگین داده‌های x_n و ... و $x_۲$ و $x_۱$ چند است؟ فصل ۳، درس ۲	۰/۷۵
۱۶	می‌خواهیم متوسط درآمد افراد شاغل در یک پاساژ را به دست آوریم. برای هر یک از روش‌های نمونه‌گیری زیر چه روشی پیشنهاد می‌کنید. الف) نمونه‌گیری طبقه‌ای فصل ۱، درس ۱ ب) نمونه‌گیری خوشه‌ای ج) نمونه‌گیری سیستماتیک	۱/۵
۱۷	اگر از بین اعداد ۰و۱و۲و۳و... و۲۰، نمونه‌های دوتایی انتخاب کنیم، با چه احتمالی براورد میانگین با میانگین واقعی جامعه برابر است؟ فصل ۴، درس ۲	۰/۷۵
۱۸	برای انتخاب یک نمونه ۹ تایی از یک جامعه ۱۸۰ عضوی به روش سیستماتیک، شماره یکی از اعضای انتخابی ۵۳ است. این فرد چندمین نفری است که انتخاب شده و شماره آخرین فرد انتخاب شده چند است؟ فصل ۴، درس ۱	۱

۱) الف) درست ب) نادرست ج) درست د) نادرست

---

۲) الف) A و B ب) جسم کشسته، پیوسته ج) $\frac{1}{10}$

---

۳) الف) $\frac{11}{24}$ ب) $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{55}{1000}\times\frac{2}{1}}{\frac{55\times 2+45\times 5}{100\times 100}}$

ج) $P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$= 0.45 + 0.78 - 0.64 = 0.59$

د) $\frac{4\alpha}{\sqrt{n}} = \frac{0.8}{10} = 0.08$

---

۴)

$$(p\wedge(p\to q)) \equiv (p\wedge(\sim p\vee q)) \equiv (p\wedge\sim p)\vee(p\wedge q) \equiv (p\wedge q)$$

$$\equiv (T\wedge q) \equiv q \equiv T$$

---

۵) نادرست، مثال نقض $n=-1$

$$\sim(\forall n\in R : \frac{n^3-1}{n+1} = n-1) \equiv \exists n\in R : \frac{n^3-1}{n+1} \neq n-1$$

---

۶)

الف) $((A\cup B)-A)\cup(A\cap B) \equiv (A'\cap B)\cup(A\cap B)$

$$\equiv B\cap(A'\cup A) \equiv B$$

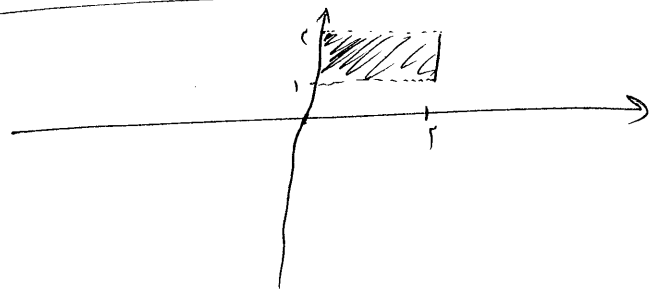
ب) $(A-(A\cap B'))\cup(B\cup(A'\cap B)) \equiv (A\cap B)\vee[(B\cup B')\wedge(B\cup A')]$

$$\equiv (A\cap B)\cup(B\cup A') \equiv B\cup A'$$

---

۷)

$A\times B$:



۸)

$$1 = n + 2n + 2n + n + 2n + n \Rightarrow 9n = 1 \Rightarrow n = \frac{1}{9}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{ک}\ 2 = 2n = \frac{2}{9} \\ \text{ک}\ 4 = n = \frac{1}{9} \\ \text{ک}\ 4 = n = \frac{1}{9} \end{array}\right\} \longrightarrow \text{ک}\ 10 = \frac{4}{9}$$

۹)

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{10} \times \binom{10}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \times 210$$

۱۰)

$$\left.\begin{array}{l} \text{اول آن} \quad \frac{4}{7} \times \frac{7}{8} = \frac{4}{8} \\ \text{دوم آن} \quad \frac{3}{7} \times \frac{4}{8} = \frac{12}{56} \end{array}\right\} \quad \frac{4}{8} + \frac{12}{56} = \frac{28}{56} + \frac{12}{56} = \frac{40}{56} = \frac{5}{7}$$

۱۱)

$$P(A) = 0.4 \qquad P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.5 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.2$$

$$P(B) = 0.5$$

$$P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')}$$

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 0.8$$

$$\Rightarrow P(B'|A') = \frac{0.8}{0.6} = 0.857$$

۱۲)

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 50)^2 + (x_2 - 50)^2 + \cdots + (x_{10} - 50)^2}{10}$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 10)^2 + (x_2 - 10)^2 + \cdots + (x_{10} - 10)^2}{100}$$

$$= \frac{600 - 140 + 64 + 4}{100} = \frac{528}{100} = 5.28$$

۱۳)

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{22}}{5\sqrt{7}}$$

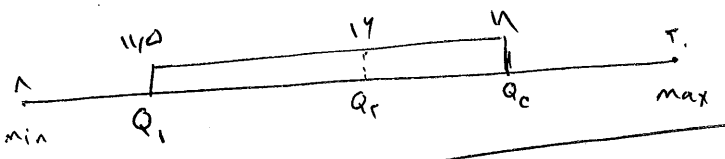
$$n = 49 \longrightarrow \sigma = \sqrt{\frac{15}{7}} = \frac{\sqrt{105}}{7}$$

الف)

۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۳، ۱۴، ۱۶، ۱۷، ۱۷، ۱۸، ۱۸، ۱۹، ۲۰

$Q_1 = 11/5$ ، Q_2 ، $Q_3 = 18$

ب)



۱۵)

$$\frac{c(x_1 + \cdots + x_n) - n}{n} = 20 \rightarrow c\bar{x} - 1 = 20 \rightarrow c\bar{x} = 21 \rightarrow \boxed{\bar{x} = 7}$$

۱۶) الف) تقسیم بندی صنف های شغلی در ایران

ب) تقسیم بندی بر اساس مغازه ها

ج) تقسیم بندی بر اساس ازاد و اختصاص یک راه ای خواص به هر فرد

۱۷)

$\bar{x} = 10$ ودتایی که میانگین آنها ۱۰ : (۱، ۱۹)، (۲، ۱۸)، (۳، ۱۷)، (۴، ۱۶)، (۵، ۱۵)، (۶، ۱۴)، (۷، ۱۳)، (۸، ۱۲)، (۹، ۱۱)

$$\rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{\binom{21}{2}} = \frac{10}{10 \times 21} = \boxed{\frac{1}{21}}$$

۱۸)

$\frac{180}{9} = 20 \rightarrow$ c امین فرد $\longrightarrow a_c = 14$

$a_{17} = 14 + 2c = 160$ ونفر آخر: