نام: به نام خداوند جان و خرد تاریخ: ۴۰۲/۳/۲۴

نام خانوادگی: درس: آمار و احتمال

پایه: یازدهم رشته: ریاضی دبیر: احمدیان

کلاس: شماره: زمان: ۸۰دقیقه

مرکز ملی پرورش استعدادهای دانش‌آموزی و دانش‌پژوهان جوان
دبیرستان علامه حلی (۷) تهران

سوال		بارم
1	کدام یک از گزاره های زیر هم ارز منطقی گزاره $p \Leftrightarrow q$ است؟(پاسخ تشریحی) 1) $(p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$ 2) $(p \vee q) \vee \sim (p \wedge q)$ 3) $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$ 4) $(p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$	2
2	اگر $A = \{2,3,4,5,6\}$ و $A \cap B = \{2,3\}$ و مجموعه $(A - B) \times (B - A)$ دارای 6 عضو است. تعداد عضوهای مجموعه B کدام است؟	2
3	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند به طوری که $p(A) = 0/2$ و $p(B) = 0/22$ و $p(B\|A) = 0/7$ باشد. آنگاه $p(\acute{B}\|\acute{A})$ کدام است؟	2
4	در دو جعبه به ترتیب 24 و 15 عدد لامپ یکسان موجود است. در جعبه اول 4 عدد و در جعبه دوم 3 عدد لامپ معیوب اند. از اولی 8 و از دومی 6 لامپ به تصادف برداشته ، در جعبه جدید قرار میدهیم. با کدام احتمال یک لامپ انتخابی از جعبه جدید معیوب است؟	2

5	**دو** پیشامد A و B مستقل و $p(A-B)=\frac{1}{3}$ و $p(B-A)=\frac{1}{6}$. آنگاه $p(A\cup B)$ را محاسبه کنید.	2
6	**اعداد** طبیعی طوری دسته بندی شده اند **که تعداد** عضوهای هر دسته (به **جز دسته اول و دوم**) ، **برابر بزرگترین عضو دسته** قبل است؛ یعنی ... ،{۷،۸،۹،۱۰،۱۱،۱۲}،{۴،۵،۶}،{۲،۳}،{۱} میانه عضوهای دسته چهاردهم کدام است؟	2
7	**با توجه** به جدول آماری دسته بندی شده **زیر** ، **مقدار** ضریب تغییرات داده ها کدام است؟ x-44 | -3 | -1 | 1 | 3 | 5 فراوانی | 4 | 7 | 5 | 3 | 1	2
8	**کوچکترین** ضریب تغییرات دسته های سه **تایی از** اعداد زوج متوالی دو رقمی با رقم دهگان **یکسان** ، **کدام است؟**	2
9	**در جامعه** ای با واریانس 400 حداقل **تعداد اعضای** نمونه چند باشد تا انحراف معیار برآورد **بزرگتر از 2 نباشد؟**	2
10	**با نمونه** 100 عضوی بازه [17,19] **با اطمینان** 0/95 برای میانگین جامعه به دست آمده است. **انحراف میانگین جامعه و میانگین** نمونه را به دست آورید.	2

آمار و احتمال دبیرستان علامه حلی V تاریخ: ۱۴۰۲/۰۳/۲۴ پاسخ‌نامه‌نویس: مهدی برگزاری برگزاری

۱- $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$

$\equiv ((\sim p \vee q) \wedge \sim q) \vee ((\sim p \vee q) \wedge p)$

$\equiv ((\sim p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_{F}) \vee ((\underbrace{\sim p \wedge p}_{F}) \vee (q \wedge p))$

$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge p) \equiv \sim(p \vee q) \vee (p \wedge q)$

$\longrightarrow$ گزینه ۱

۲- طبق فرض مجموعه B حداقل دارای اعضای ۲، ۳ و حتما فاقد اعضای ۴ و ۶ است.

$n((A-B) \times (B-A)) = n(A-B) \times n(B-A) = 6$

$n(A-B) = n(A) - n(A \cap B) = 5 - 2 = 3$

$\Rightarrow n(B-A) = 2$

$\Rightarrow n(B) - 2 = 2 \Rightarrow n(B) - n(A \cap B) = 2$

$\Rightarrow n(B) = 4$

۳- $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0/7 \longrightarrow \frac{P(A \cap B)}{0/2} = 0/7$

$\longrightarrow P(A \cap B) = 0/14$

$P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0/2 = 0/8$

$P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{0/72}{0/8} = 0/9$



$P(A' \cap B') = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 1 - 0/2 - 0/32 + 0/14 = 0/72$

۴- B_n: احتمال انتخاب از جعبه n ام A: احتمال معیوب بودن

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

$$= \frac{\cancel{8}}{\cancel{14}_{7}} \times \frac{\cancel{2}\cancel{4}}{\cancel{2}\cancel{4}_{3}} + \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{14}_{7}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{15}_{5}} = \frac{2}{21} + \frac{3}{35}$$

$$= \frac{10}{105} + \frac{9}{105} = \boxed{\frac{19}{105}}$$

۵- $P(A-B) = P(A) - P(A\cap B) \overset{A,B\text{مستقل}}{=\!=} P(A) - P(A)P(B) = \frac{1}{3}$

$P(B-A) = P(B) - P(A)P(B) = \frac{1}{6}$ $\Big\}\rightarrow$

$P(A)-P(B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

ادامه جواب ص آخر

۶- آخرین عضو دسته n ام: $3 \times 2^{n-2}$

(بجز یک)

بزرگ‌ترین عضو دسته ۱۳: $3\times 2^{11} = 6144$

دسته ۱۴ = {۶۱۴۵، ۶۱۴۶، ۱۰۰۰۱، ۱۲۲۸۸}

حیانه در این مجموعه حیاتکین اعضای ۳۰۷۲ و ۳۰۷۳ که برابر ۹۲۱۶ و ۹۲۱۷ هستند، است

حیانه = ۹۲۱۶۱۵

۷- تمام داده‌ها از ۴۴ کم شده‌اند پس میانگین واقعی ۴۴ تا بیشتر است.

$$\bar{x} = ۴۴ + \frac{(-۳)\times ۴ + (-۱)\times ۷ + ۱\times ۵ + ۳\times ۳ + ۱\times ۵}{۴+۷+۵+۳+۱}$$

$$= ۴۴ + \frac{۰}{۲۰} = ۴۴$$

$$\sigma^۲ = \frac{(-۳)^۲\times ۴ + (-۱)^۲\times ۷ + ۱^۲\times ۵ + ۳^۲\times ۳ + ۵^۲\times ۱}{۴+۷+۵+۳+۱} = \frac{۳۶+۷+۵+۲۷+۲۵}{۲۰}$$

$$= \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵$$

$$\longrightarrow \sigma = \sqrt{۵}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \boxed{\frac{\sqrt{۵}}{۴۴}}$$

۸- کوچکترین ضریب تغییرات ⟸ بیشترین میانگین و کمترین انحراف معیار

$$۹۴, ۹۶, ۹۸ \longrightarrow \bar{x} = ۹۶ \qquad \sigma^۲ = \frac{۲^۲ + ۲^۲}{۲} = ۴ \longrightarrow \sigma = ۲$$

چون فاصله اعداد با این دو تا برابر است پس به دنبال بیشترین میانگین گشتیم.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۲}{۹۶} = \frac{۱}{۴۸}$$

۹-

$$\sigma^۲ = ۴۰۰ \longrightarrow \sigma = ۲۰$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{۲۰}{\sqrt{n}} \leqslant ۲ \longrightarrow \sqrt{n} \geqslant ۱۰ \longrightarrow n \geqslant ۱۰۰$$

$\Rightarrow$ حداقل اعضای نمونه $= ۱۰۰$

$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq M \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ 95% $\rightarrow$ حدپایین ابتدا و انتهای بازه

۱۰ = حدپایین نمونه

$\Rightarrow \boxed{\bar{x} = 18} \Rightarrow 18 + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 18 + \frac{2\sigma}{\sqrt{100}} = 19$

$\rightarrow \frac{2\sigma}{10} = 1 \rightarrow \boxed{\sigma = 5}$

ج) ادامه جواب

$P(A) - P(B) = \frac{1}{6} \xrightarrow{\times P(A)} (P(A))^2 - P(A)P(B) = \frac{P(A)}{6}$

$P(A) - P(A)P(B) = \frac{1}{3}$ (1)

$\rightarrow (P(A))^2 - P(A) = \frac{P(A)}{6} - \frac{1}{3} \xrightarrow{P(A)=x} x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} = 0$

$\rightarrow (x - \frac{1}{2})(x - \frac{2}{3}) = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$

$P(A) = \frac{1}{2} \xrightarrow{(1)} \frac{1}{2} - \frac{1}{2}P(B) = \frac{1}{3} \rightarrow P(B) = \frac{1}{3}$

$P(A) = \frac{2}{3} \xrightarrow{(1)} \frac{2}{3} - \frac{2}{3}P(B) = \frac{1}{3} \rightarrow P(B) = \frac{1}{2}$

ب) $P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$P(A \cup B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

تست ها:

سوال ۱: گزینه ۱

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) = ((\sim p \vee q) \wedge \sim q) \vee ((\sim p \vee q) \wedge p)$$

$$\equiv ((\sim p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_{F}) \vee (\underbrace{(\sim p \wedge p)}_{F} \vee (p \wedge q))$$

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge p) \equiv \sim(p \vee q) \vee (p \wedge q)$$