مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان دبیرستان استعدادهای درخشان هاشمی نژاد۲	اداره کل آموزش و پرورش خراسان رضوی اداره آموزش و پرورش ناحیه سه مشهد	سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱ تاریخ آزمون : ۰۱ / ۰۳ /۱۴۰۲
	نام ونام خانوادگي :	ساعت شروع : ..... صبح
	کلاس : ۱۱۵۱ — نام دبیر : ربابی	فرصت پاسخ : ۱۱۰ دقیقه
نام درس : آمار واحتمال	پایه و رشته : یازدهم ریاضی — تعداد سئوالات : ۱۶	تعداد صفحات : ۴ صفحه

ردیف	سوالات (صفحه اول)	بارم
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید : الف) گزاره سوری « $\exists\, x \in \mathbb{N} \,;\, ۳x^۲ + ۵x + ۲ = ۰$ » دارای ارزش ..... است . ب) اگر A و B دو پیشامد مستقل و $P(A) = ۰/۴$ و $P(B) = ۰/۲$ باشند ، $P(A \cup B) = \cdots\cdots$ پ) اگر۳ برابر میانگین داده ها را به تمام آن ها اضافه کنیم،ضریب تغییرات ..... برابر می شود . ت) اگر اندازه نمونه را ۹ برابر کنیم ، انحراف معیار بر آورد میانگین ..... برابر می شود .	۱/۵
۲	درست یا نادرست بودن هر یک از موارد زیر را تعیین کنید . الف) نقیض گزاره $p \Leftrightarrow q$ گزاره $\sim p \Leftrightarrow \sim q$ است . ب) اگر $A = \emptyset$ باشد آن گاه $A \times B = \emptyset$ پ) اگر مقدار ثابت مثبتی را به تمام داده ها اضافه کنیم ، ضریب تغییرات آنها افزایش می یابد . ت) فرایند نتیجه گیری درباره پارامترها ی جامعه براساس نمونه ، آمار استنباطی است .	۱
۳	به کمک جدول ارزشها (یا منطق گزاره ها) ثابت کنید : $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ p | q | $p \vee q$ | $p \wedge (p \vee q)$	۱
۴	نقیض گزاره زیر را بنویسید : « ۳ عددی اول است و π عددی گنگ است » نقیض :	۰/۵

www-kanoon-ir

۵	ارزش گزاره سوری زیر را تعیین کرده ، نقیض آن را بنویسید : $\forall a ، b \in \mathbb{Z} ; a > b \implies a^{۲} > b^{۲}$: نقیض	۱
۶	باکمک قوانین مجموعه ها (جبر مجموعه ها)ثابت کنید : $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$	۱
۷	اگر $S = \{a ، b ، c ، d\}$ فضای نمونه و $p(a) = ۴p(b) = ۸p(c) = ۲p(d)$ باشد ؛ مقدار $p(b)$ را بیابید .	۱/۲۵
۸	تاسی را دو بارپرتاب کرده ایم . اگر بدانیم مجموع دو عدد رو شده ۹ است ، احتمال اینکه حداقل یک بار عدد ۶ آمده باشد ؛ چقدر است؟	۱
۹	در جعبه ای ۳ مهره آبی و ۴ مهره قرمز داریم . به تصادف و بطور متوالی ، سه مهره را بدون جای گذاری خارج می کنیم . محاسبه کنید احتمال آن که مهره اول قرمز و مهره سوم آبی باشد .	۰/۷۵

www-kanoon-ir

۱۰

ظرف A دارای ۴ مهره قرمز و ۲ مهره آبی و ظرف B شامل ۳ مهره قرمز و ۳ مهره آبی است . یک ظرف را به تصادف انتخاب و مهره ای از آن بر می داریم .

الف) احتمال آن که این مهره آبی باشد ، چقدر است ؟ (رسم نمودار درختی ، الزامی است) — ۱/۵

ب) اگر بدانیم مهره خارج شده آبی است ، احتمال آن که این مهره از ظرف B باشد را بیابید . — ۰/۵

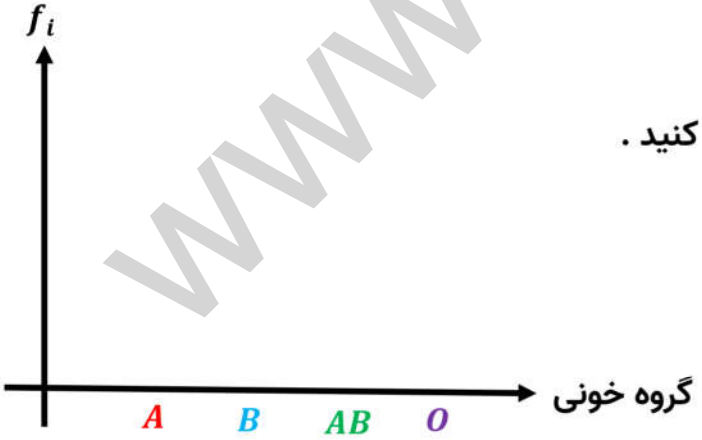
۱۱

جدول فراوانی گروه خونی ۸۰ دانش آموز بصورت زیر است :

گروه خونی	A	B	AB	O
فراوانی نسبی	x	۰/۳	۰/۲	۰/۱

الف) چند نفر از آنها گروه خونی A دارند ؟ — ۱/۵

ب) نمودار میله ای را برای این داده ها رسم کنید .



۱۲

میانگین نمرات ۵ درس دانش آموزی ۱۷ و میانگین نمرات ۷ درس دیگر او ۱۸ می باشد . میانگین کلی نمرات او را محاسبه کنید . — ۱/۵

www.kanoon.ir

صفحه چهارم		
۱۳	میانه و چارکهای اول و سوم را برای داده های زیر تعیین کنید : ۱۳ ، ۴۰ ، ۲۵ ، ۸ ، ۲۰ ، ۱۱ ، ۷ ، ۶ ، ۷ ، ۲	۱/۵
۱۴	ضریب تغییرات را برای داده های زیر محاسبه کنید : ۱۱ ، ۹ ، ۷ ، ۵ ، ۳	۱/۵
۱۵	انواع نمونه گیریهای احتمالی را نام برده ، یک مورد را به اختصار توضیح دهید .	۱/۵
۱۶	مراجعه کنندگان به بخش قلب یک بیمارستان دارای فشار خون با انحراف معیار ۸ میلی متر جیوه هستند . در یک نمونه ۶۴ تایی میانگین فشار خون ۱۳ میلی متر جیوه بدست آمده است . فاصله ای بدست آورید که با اطمینان ۹۵ % میانگین واقعی فشارخون را در بر داشته باشد .	۱/۵
موفق باشید		

www-kanoon-ir

محمدامین هادی‌زاده - رشته برق دانشگاه امیرکبیر - ورودی ۱۴۰۰ کنکور ریاضی فیزیک

۱- الف) نادرست ب) ۰٫۵ پ) ۱ (یک) ت) $\frac{1}{3}$

۲- الف) نادرست ب) درست پ) نادرست ت) درست

۳-

راه‌حل اول

$P \wedge (P \vee q) \equiv P$

جدول ارزش‌ها

P	q	$P \vee q$	$P \wedge (P \vee q)$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	F
F	F	F	F

$T \rightarrow$ درست
$F \rightarrow$ نادرست

هم‌ارزش‌ها با هستند

راه‌حل دوم

منطق گزاره‌ها

$P \wedge (P \vee q) \equiv (P \wedge P) \vee (P \wedge q)$

$\equiv P \vee (P \wedge q) \equiv P$

طبق خاصیت جذب

۴- ۳ عددی اول است (P) و ۲ عددی زوج است (q)

$P \wedge q \equiv$ ۳ عددی اول نیست یا ۲ عددی زوج نیست.

نقیض ←

$\sim P \vee \sim q$

به زبان نوشتاری

۵- نقیض گزاره‌های سوری:

$\sim(\forall x; P(x)) \equiv \exists x; \sim P(x)$

گزاره: $\forall a,b \in \mathbb{Z}: a>b \Rightarrow a^2>b^2$ ← نقیض

$\exists a,b \in \mathbb{Z}: (a>b) \wedge (a^2 \leq b^2)$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۶- $A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)$

طرف اول

$$A-(B\cap C)=A\cap(B\cap C)'=A\cap(B'\cup C')=(A\cap B')\cup(A\cap C')$$

توزیع‌پذیری

$=(A-B)\cup(A-C)$ ⇒ به طرف دوم رسیدیم و حکم اثبات شد

۷- $S=\{a,b,c,d\}$, $P(a)=4P(b)=8P(c)=2P(d)$

$$P(a)+P(b)+P(c)+P(d)=1 \Rightarrow P(a)+\frac{P(a)}{4}+\frac{P(a)}{8}+\frac{P(a)}{2}=1$$

$$\Rightarrow \frac{P(a)+2P(a)+8P(a)+4P(a)}{8}=1 \Rightarrow 15P(a)=8 \Rightarrow P(a)=\frac{8}{15}$$

$$\Rightarrow P(b)=\frac{P(a)}{4}=\boxed{\frac{2}{15}}$$

۸- $S=\{(1,1),(1,2),(1,3),\dots,(6,6)\}$ → ۳۶ حالت

پیشامد خواسته شده سؤال پیشامد شرطی باشد.

$A=\{(4,5),(5,4),(6,3),(3,6)\}$ → ۴ حالت

پیشامد مدنظر داده شده

خواسته سؤال

$P(\text{مجموع ۲ عدد رو شده ۹} \mid \text{حداقل یکی عدد ۶})=\frac{2}{4}=\boxed{\frac{1}{2}}$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۹- جعبه‌ای ۳ مهرهٔ آبی و ۴ مهرهٔ قرمز.

احتمال توأم ← مهرهٔ دوم آبی

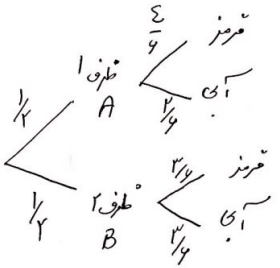
$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

↓ مهرهٔ اول قرمز

$P(A \cap B) = P(\text{اول قرمز} \cap \text{دوم آبی}) + P(\text{اول آبی} \cap \text{دوم آبی})$

$= \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{5} = \boxed{\frac{2}{7}}$

۱۰- الف)



$P(\text{آبی}) = P(\text{ظرف A} | \text{آبی}) + P(\text{ظرف B} | \text{آبی})$

$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{6} = \boxed{\frac{5}{12}}$

ب)

$P(\text{ظرف ۱} | \text{آبی بودن}) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{6}}{\frac{5}{12}} = \boxed{\frac{3}{5}}$

از قانون بیز

۱۱- تعداد کل افراد ۱۰ نفر

گروه خونی	A	B	AB	O
فراوانی نسبی	x	۰/۳	۰/۲	۰/۱

مجموع فراوانی نسبی‌ها ۱ است.

$x + 0/3 + 0/2 + 0/1 = 1 \Rightarrow x = 0/4$

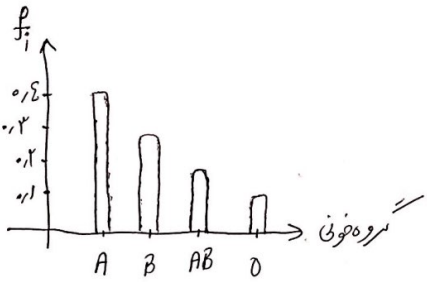
الف)

افراد دارای گروه خونی A: $x \times 10 = 0/4 \times 10 = \boxed{۴}$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

ب)



۱۲- میانگین نمرات ۵ درس: ۱۷

میانگین نمرات ۷ درس: ۱۸

جمع نمرات ۵ درس = تعداد دروس ۱ × میانگین

جمع نمرات ۷ درس = تعداد دروس ۲ × میانگین

$\rightarrow$ (جمع نمرات ۵ درس) $17 \times 5 = 85$

(جمع نمرات ۷ درس) $18 \times 7 = 126$

میانگین کل = جمع نمرات کل / تعداد کل دروس $= \frac{126+85}{5+7} = \frac{126+85}{12} = \boxed{\frac{211}{12} \simeq 17/58}$

۱۳- چیدمان به ترتیب داده‌ها:

$2/6 \quad 2/7 \quad 7/7 \quad 7/8 \quad 11/12 \quad 13/20 \quad 25/40$

میانگین داده‌ها = میانه = وسط $= \frac{11+8}{2} = 9/5$

$\rightarrow$ $2/6 \quad 2/7 \quad 7/7 \quad 7/8 \quad$ میانه $\quad 11/12 \quad 13/20 \quad 25/40$

چارک اول $\quad$ چارک سوم

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

۱۴-

ضریب تغییرات $= C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ (انحراف معیار / میانگین)

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}}$$

داده‌ها: ۳، ۵، ۷، ۹ و ۱۱

$$\bar{x} = \frac{3+5+7+9+11}{5} = 7$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(3-7)^2+(5-7)^2+(7-7)^2+(9-7)^2+(11-7)^2}{5}} = \sqrt{\frac{16+4+4+16}{5}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$C.V = \boxed{\frac{2\sqrt{2}}{7}}$$

۱۵- نمونه‌گیری تصادفی ساده
۲- نمونه‌گیری خوشه‌ای
۳- نمونه‌گیری طبقه‌ای
۴- نمونه‌گیری سامان‌مند یا سیستماتیک

نمونه‌گیری تصادفی ساده: روشی از نمونه‌گیری است که در آن همهٔ واحدهای آماری برای انتخاب شدن در نمونه احتمال یکسان دارند.

۱۶-

میانگین $= \bar{x}$ ،
انحراف معیار $= 6$

بازهٔ اطمینان $: \left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} , \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

بازهٔ اطمینان ۹۵٪ درصدی $: \left[13 - \frac{2\times 8}{\sqrt{36}} , 13 + \frac{2\times 8}{\sqrt{36}}\right] = \boxed{[11 , 15]}$

Scanned with CamScanner