نام نام خانوادگی: نام پدر: پایه : یازدهم تعداد سوالات: ۱۶ تعداد صفحه: ۴ پاسخ نامه نیاز دارد ☐ ندارد ☒	مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان اداره آموزش و پرورش شهرستان سمنان مرکز استعدادهای درخشان شهید بهشتی	نوبت : اول نام درس: آمار و احتمال – یازدهم ریاضی نام دبیر: آقای فهیمی تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۳/۳ مدت پاسخگوئی: ۹۰ دقیقه

۱ جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. — ۱٫۲۵

الف) پیشامد های B و A را ..... می نامند اگر وقوع یکی از آنها در احتمال وقوع دیگری تاثیر نداشته باشد.

ب) اگر در یک مجموعه داده، داده دور افتاده داشته باشیم ..... معیار گرایش به مرکز بهتری است.

الف)..... یک جمله خبری است که دقیقا درست یا نادرست باشد

پ) اگر همه داده ها k برابر شوند، واریانس ..... برابر می شود.

ب) $p \Longrightarrow p$ یک گزاره همیشه ..... است.

۲ ارزش گزاره $(\sim(p \Leftrightarrow q) \wedge p) \Rightarrow \sim q$ کدام است؟ — ۰٫۲۵

الف) همواره درست ○ ب) همواره نادرست ○

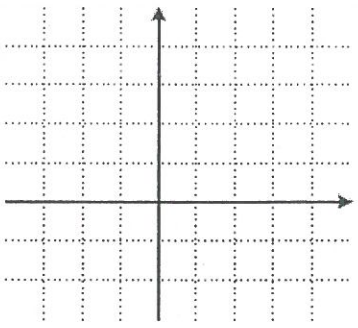
ج) بستگی به ارزش p دارد ○ د) بستگی به ارزش q دارد ○

۳ اگر p گزاره درست و q گزاره نادرست و r گزاره ای دلخواه باشد. ارزش گزاره مرکب زیر را مشخص کنید. — ۰٫۵

$$(\sim p \Leftrightarrow q) \vee r$$

۴ با استفاده از فرمول مشخص کنید که یک مجموعه ۱۰ عضوی را به چند روش می‌توان به سه زیرمجموعه ۱ عضوی و دو زیرمجموعه ۲عضوی و یک زیرمجموعه ۳عضوی افراز کرد؟ — ۱

۵ اگر $A = [-1,1]$ و $B = \{-1,1\}$ باشد، نمودار حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ را رسم کنید. — ۰٫۷۵



www-kanoon.ir

۶	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید : $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B' \cap (A \cup B)] = A$	۱
۷	**یک تاس به گونه ای ساخته شده است که احتمال ظاهر شدن هر وجه، متناسب با مربع عکس عدد آن وجه است. با کدام احتمال در پرتاب این تاس عددی بزرگ تر از ۴ ظاهر می شود؟**	۱
۸	عددی را به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۳۰۰ انتخاب می کنیم. احتمال های زیر را محاسبه کنید. الف) عدد انتخابی بر ۵ بخش پذیر باشد. ب) عدد انتخابی بر ۵ و ۷ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۹	**۳ صندوق با تعداد زیادی سیب ، از باغ های A و B و C داریم ؛ که به ترتیب ۱۰ درصد ، ۳ درصد و ۵ درصد این سیب ها لکه دار هستند. یکی از صندوق ها را به تصادف انتخاب می کنیم و از آن سیبی خارج می‌کنیم :** الف) احتمال اینکه سیب لکه دار باشد چقدر است ؟ ب) اگر سیب انتخاب شده لکه دار باشد ، احتمال آنکه از باغ A باشد ؛ چقدر است ؟	۲
۱۰	اگر $P(A) = ۰/۲$ و $P(B) = ۰/۲۲$ و $P(B \mid A) = ۰/۷$ باشد $P(B' \mid A')$ را بیابید؟	۱

www.kanoon.ir

نام و نام خانوادگی: نوبت دوم ۱۴۰۲ آمار و احتمال یازدهم ریاضی دبیرستان شهید بهشتی کاشان

۱۱	اگر میانگین داده های $x, 18, 14, 17, 15, 12$ برابر ۱۵ شود: الف) مقدار x چقدر است؟ ب) مقدار میانه این داده ها را بدست آورید. ج) مقدار مد این داده ها کدام است؟	۱
۱۲	اگر واریانس n داده آماری برابر ۱ باشد و مجموع داده ها ۱۲ باشد و مجموع مربعات داده ها ۴۰ باشد. n چند مقدار می تواند داشته باشد؟	۱/۵
۱۳	داده های زیر مربوط به امتیازات بازیکنان یک تیم بسکتبال می باشد، نمودار جعبه ای مربوط به این داده ها را رسم کنید. ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۸, ۲۲, ۲۵ الف) چارک اول و دوم و سوم را مشخص کنید. ..... و ..... و ..... ب) مشخص کنید چند درصد داده ها بین چارک اول و سوم خواهند بود؟ ج) ضریب تغییرات چه مزایای نسبت به سایر شاخص های آماری دارد؟ ..... د) ضریب تغییرات داده های فوق را محاسبه کنید.	۲/۷۵
۱۴	روش های نمونه گیری داده ها را نام ببرید و یک نوع دلخواه از آن ها را به اختصار با ذکر مثال توضیح دهید.	۱/۵

www.kanoon.ir

۱۵	یک موسسه می‌خواهد متوسط سن افراد بیکار که در یک شهر زندگی می کنند را بداند. برای این کار یک نمونه ۱۰۰ نفری از افراد بیکار را مشخص می‌کند و میانگین سن آنها را ۳۰ برآورد می‌کند. اگر در بررسی های گذشته ، واریانس سن بیکاران ۲۵ باشد : الف) بازه‌ی اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین سن بیکاران را محاسبه کنید. ب) بازه‌ی اطمینان ۹۹ درصد برای میانگین سن بیکاران را محاسبه کنید.	۱
۱۶	از بین داده های ۴ و ۱۰ و ۵ و ۶ می خواهیم برآوردی برای میانگین داشته باشیم. الف) با چه احتمالی ، برآورد میانگین نمونه های ۲ عضوی از داده ها برابر ۴/۵ خواهد شد؟ ب) کلیه نمونه های ۳ عضوی را مشخص نموده و حداکثر مقدار برآورد میانگین را برای آن ها مشخص کنید.	۱/۷۵
	محل درج نمره و امضا مصحح :	
پایان	با آرزوی موفقیت برای شما	

www-kanoon-ir

محمدامین هاری زاده، دانشگاه امیرکبیر، ورودی ۱۴۰۰ ریاضی فیزیک

۱- الف) مستقل ب) میانه

الف) گزاره ب) K^2 ب) درست

۲- گزینه ۲ الف

$$(\sim(P \Leftrightarrow q) \wedge P) \Rightarrow \sim q$$

$$P \Leftrightarrow q \equiv (P \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow P) \equiv (\sim P \vee q) \wedge (\sim q \vee P)$$

$$\sim(P \Leftrightarrow q) \equiv (P \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim P)$$

$$P \wedge \sim(P \Leftrightarrow q) \equiv (\underbrace{P \wedge P}_{P} \wedge \sim q) \vee (\underbrace{q \wedge \sim P \wedge P}_{F}) \equiv P \wedge \sim q$$

$$(P \wedge \sim q) \Rightarrow \sim q \equiv \sim P \vee q \vee \underbrace{\sim q}_{T} \equiv T \quad (\text{همواره درست})$$

۳-

$P \equiv T$ (درست) ، $q \equiv F$ (نادرست) ، درجه ۲

$$(\sim P \Leftrightarrow q) \vee r \longrightarrow \sim P \equiv F$$

$$\downarrow$$

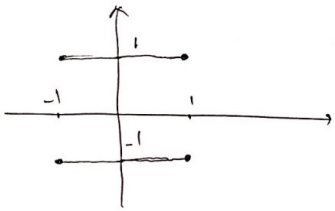
$$F \Leftrightarrow F \equiv T \Rightarrow T \vee r \equiv T \quad (\text{همواره درست})$$

۴- $\binom{10}{3} \times \binom{7}{2}\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2} = \boxed{25200}$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۵- $A=[-1,1]$, $B=\{-1,1\}$



۶- $[A\cap(A\cup B)]\cup[B'\cap(A\cup B)] = A$

توزیع‌پذیری توزیع‌پذیری

$[(A\cap A')\cup(A\cap B)]\cup[(B\cap A)\cup(B\cap B')] = (A\cap B)\cup(A\cap B') = A\cap(B\cup B')$

$\emptyset$ $\emptyset$ S

$= A$ (اثبات شد)

۷- $P(1)=\frac{1}{2^2}$, $P(2)=\frac{1}{4^2}$, $P(3)=\frac{1}{8^2}$

$P(4)=\frac{1}{16^2}$ $P(5)=\frac{1}{32^2}$ $P(6)=\frac{1}{64^2}$

$\frac{1}{2^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{8^2}+\frac{1}{16^2}+\frac{1}{32^2}+\frac{1}{64^2}=1$

$\Rightarrow \frac{4096+2048+1024+512+256+128+64}{4096} = 1 \rightarrow x^2=\frac{4095}{4096}=\frac{4095}{4\times 1024}$

$P(\text{عددزوج بیشتر از } 4) = P(6)+P(4)=\frac{64}{4095}+\frac{256}{4095}=\frac{320}{4095}$

$=\boxed{\frac{64}{819}}$

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

۸ - الف)

تعداد مضارب ۵ : $\left[\frac{۳۰۰}{۵}\right] = ۶۰ \rightarrow P(\text{مضرب ۵}) = \frac{۶۰}{۳۰۰} = \boxed{\frac{۱}{۵}}$

ب)

تعداد مضارب ۷ : $\left[\frac{۳۰۰}{۷}\right] = ۴۲$ ، تعداد مضارب ۵ : ۶۰

A ، B

$P(A' \cap B')$ دمورگان $= P((A \cup B)')$ متمم $= 1 - P(A \cup B)$

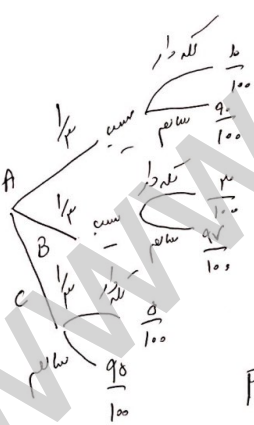
نه مضرب ۵ نه مضرب ۷

مضرب ۵ و ۷ : $\left[\frac{۳۰۰}{۳۵}\right] = ۸$

$$P(A' \cap B') = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - \left(\frac{۴۲}{۳۰۰} + \frac{۶۰}{۳۰۰} - \frac{۸}{۳۰۰}\right)$$

$$= 1 - \left(\frac{۹۴}{۳۰۰}\right) = \boxed{\frac{۲۰۶}{۳۰۰}}$$

۹ - الف)



$$P(\text{کلاه‌دار} \mid \text{سبز}) = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱۰}{۱۰۰} + \frac{۱}{۳} \times \frac{۳}{۱۰۰} + \frac{۱}{۳} \times \frac{۵}{۱۰۰}$$

$$= \frac{۱}{۳}\left(\frac{۱۸}{۱۰۰}\right) = \boxed{\frac{۶}{۱۰۰}} = ۶\%$$

ب)

$$P(\text{سالم} \mid \text{کلاه‌دار و سبز}) = \frac{\frac{۱}{۳} \times \frac{۱۰}{۱۰۰}}{\frac{۶}{۱۰۰}} = \boxed{\frac{۱۰}{۱۸}}$$

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

۱۰-

$P(A) = ۰/۲$ $\quad P(B'|A')$ ؟

$P(B) = ۰/۲۴$

$P(B|A) = ۰/۷$

$$P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{P((A \cup B)')}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))}{1 - P(A)}$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = ۰/۷$$

$$P(A \cap B) = ۰/۷ P(A) = ۰/۱۴$$

$$\Rightarrow P(B'|A') = \frac{1 - (۰/۲ + ۰/۲۴ - ۰/۱۴)}{1 - ۰/۲} = \frac{1 - (۰/۳)}{۰/۸} = \frac{۰/۷}{۰/۸} = \boxed{\frac{۷}{۸}}$$

۱۱- الف)

$$\frac{۶ + ۱۲ + ۱۴ + ۱۸ + ۲۱ + ۲۴}{۶} = ۱۵ \rightarrow ۸۶ + ۶۶ = ۹۰ \rightarrow \boxed{۶۴ = ۶}$$

ب) چارک‌های بزرگتر:

۱۲، ۱۴، ۱۸، ۲۱، ۲۴، ۲۷

میانه

$$\frac{۱۸ + ۲۱}{۲} = \boxed{۱۹/۵}$$

ج) مقدار ۶۴ می‌تواند

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

واریانس = $\frac{\text{مجموع مربعات داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} - (\text{میانگین})^2$

$\Rightarrow 1 = \frac{\Sigma \cdot}{n} - (\text{میانگین})^2 \rightarrow \text{میانگین} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{12}{n}$

$\Rightarrow 1 = \frac{\Sigma \cdot}{n} - \left(\frac{12}{n}\right)^2 \rightarrow n^2 \times \left(1 \cdot \frac{n}{\Sigma \cdot} + \frac{3\Sigma 1 -}{n^2}\right)$

$\Rightarrow n^2 - \Sigma \cdot n + 1\Sigma\Sigma = 0 \rightarrow (n-3\Sigma)(n-\text{۴۶}) = 0$

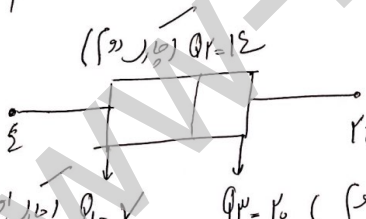
n دو مقدار دارد. $\rightarrow \boxed{n = \Sigma \quad n = \text{۴۶}}$

۱۳- الف) ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

۳، ۴، ۷، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۴، ۱۸، ۲۲، ۲۵

$Q_2 = \frac{۲۲+۱۸}{۲} = ۲۰$ میانه

$Q_1 = \frac{۷+۸}{۲} = ۷$



ب) داده‌های بین Q_1 و Q_3: ۸، ۱۲، ۱۴، ۱۴، ۱۸

$\frac{۵}{۹} \times 100 \simeq \boxed{\%\,۵۵/۵۵}$

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

ج) در ۲ یا چند جامعه آماری که بر حسب یک واحد نباشند، ضریب تغییرات کاربرد دارد

د)

$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ ← انحراف معیار / میانگین

$C.V$ (ضریب تغییرات)

$$\bar{x} = \frac{۴+۶+۸+۱۲+۱۲+۱۴+۱۸+۲۲+۲۵}{۹} = \frac{۱۲۳}{۹}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(۴-\frac{۱۲۳}{۹})^۲ + (۶-\frac{۱۲۳}{۹})^۲ + \cdots + (۲۵-\frac{۱۲۳}{۹})^۲}{۹}} \Rightarrow C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

(هر ۲ اطلاعات را داریم)

۱۴ - نمونه گیری تصادفی ساده - نمونه گیری خوشه ای - نمونه گیری طبقه ای - نمونه گیری سامان مند یا سیستماتیک

تعریف: روشی از نمونه گیری که در آن همهٔ واحدهای آماری برای انتخاب شدن در نمونه احتمال یکسان دارند.

۱۵ - الف)

بازهٔ اطمینان ۹۵٪ برای μ: $\left[\bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

σ ← انحراف معیار

$\bar{x}$ ← میانگین

$$\left[۳۰ - \frac{۲\times ۵}{\sqrt{۱۰۰}}, ۳۰ + \frac{۲\times ۵}{\sqrt{۱۰۰}}\right] = \left[۲۰, ۴۰\right]$$

ب) برای آنکه بازهٔ اطمینان با درصد بیشتری اشتباهیم کاهی است به جای ضریب ۲، ضریب بزرگتر مثلاً ۳ بگذاریم.

به عنوان مثال (دلخواه): $\left[\bar{x} - \frac{۳\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{۳\sigma}{\sqrt{n}}\right] = \left[۳۰ - \frac{۳\times ۵}{۱۰}, ۳۰ + \frac{۳\times ۵}{۱۰}\right] = \left[۲۸, ۳۲\right]$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۴۶ـ الف)

$\{۵, ۶\} \xrightarrow{\text{میانگین}} ۵/۵$

$\{۵, ۱۰\} \xrightarrow{\text{میانگین}} ۷/۵$

$\{۱۰, ۱۰\} \xrightarrow{\text{میانگین}} ۸$

$\{۴, ۵\} \xrightarrow{\text{میانگین}} ۴/۵$

$\{۴, ۱۰\} \xrightarrow{\text{میانگین}} ۷$

$\{۵, ۱۰\} \xrightarrow{\text{میانگین}} ۷/۵$

تنها یک بازه میانگین ۴/۵ دارد پس احتمال: $\boxed{\frac{۱}{۶}}$

ب)

$\{۴, ۵, ۱۰\}$: ۳ عضوی ها

$\{۴, ۵, ۱۰\}$ ، $\{۴, ۵, ۱۰\}$ ، $\{۴, ۵, ۱۰\}$ ، $\{۴, ۵, ۱۰\}$

میانگین: $\frac{۱۹}{۳}$ ، میانگین: $\frac{۲۰}{۳}$ ، میانگین: $\frac{۱۴}{۳}$ ، میانگین: $۵ = \frac{۱۵}{۳}$

حداکثر مقدار برآورد میانگین