آزمون دی ماه سال تحصیلی1401-1402	به‌نام‌خدا	تاریخ برگزاری1402/03/27	شماره کلاس: 201
نام درس:آمار و احتمال طراح :اسدآبادی			شماره دانش‌آموزی:
رشته تحصیلی: ریاضی و فیزیک	دبیرستان تیزهوشان دوره‌ی دوم شهید بهشتی		ساعت شروع امتحان: 5 . 11-10
نام و نام خانوادگی:			

((العِلمُ یُنجِدُ الفِکرَ. دانش، روشنی‌بخش اندیشه است.)) امام علی(ع)

ردیف	پرسش‌ها	بارم
1	هریک از مفاهیم زیرین را تعریف نمایید. الف) گزاره ب) اصل پ) قضیه ت) متغیر تصادفی	1
2	دامنه‌ی گزاره‌نمای " a یک واحد از مضرب 5 بیشتر است" مجموعه‌ی اعداد صحیح می‌باشد, مجموعه جواب آن را بیابید.	1
3	ثابت کنید: $\sim (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge q) \equiv \sim (p \wedge q)$	2
4	گزاره‌ی " برای بعضی از مقادیر a در مجموعه‌ی اعداد حسابی داریم: $a^2 < 0$ " و نقیض آن را بوسیله‌ی نمادهای ریاضی و سورهای عمومی و وجودی بنویسید.	2
5	اگر $A = \{3, x+y, 4\}$ و $B = \{4, 5, x-y\}$ و بدانیم که $A = B$ آنگاه مقادیر x, y را بیابید.	1
6	اگر A, B دو مجموعه با مرجعیت U باشند و $A \cap B = \varnothing$ در اینصورت ثابت کنید: $B - A = B$	0.5
7	ثابت کنید: $[A \cap (B \cup A)] \cup [B \cap (B - A)] = A$	1
8	اگر $A = \{3, 4\}$ و $B = (1, 5]$, آنگاه حاصلضرب‌های $A \times B$ را رسم کنید.	1
9	با استفاده از اصول بیان شده و قضایای اثبات شده ثابت کنید: $IF \;\; B \subseteq A \Rightarrow P(A-B) = P(A) - P(B)$	1

www-kanoon-ir

10	در سه ظرف یکسان که اولی شامل 5 مهره‌ی آبی و 4 مهره‌ی سبز و دومی شامل مهره‌های آبی و سومی شامل 3 مهره‌ی آبی و 6 مهره‌ی سبز می‌باشند, شخصی به تصادف از یکی از این ظروف 2 مهره خارج می‌کند, با کدام احتمال این دو مهره سیز می‌باشند؟	1
11	دو تاس را با هم پرتاب نموده‌ایم, مطلوب است تعیین احتمال آن را که مجموع اعداد رو شده‌ی دو تاس بزرگتر یا مساوی 5 باشد.	1
12	دانش‌آموزی در یک امتحان چهار گزینه‌ای قصد دارد سوآلات را بصورت شانسی پاسخ دهد, با کدام احنمال او از 10 شوآل سوم دقیقآ 6 سوآل را درست پاسخ می‌دهد؟	1.5
13	در یک بررسی آماری ده عدد 0و3و11و17و18و18و18و19و20و20 به‌دست آمده‌اند, تعیین کنید: الف) مد(*mod*) ب) میانه پ) میانگین ت) تعداد دسته‌ها را 4 در نظر بگیرید, پس از محاسبه‌ی طول دسته‌ها, جدول فراوانی را رسم نموده و در جدول فراوانی میانگین وزن‌دار و انحراف معیار و واریانس وزن‌دار را مشخص کنید. ث) نمودارهای دایره‌ای, نقطه‌ای, میله‌ای, منحنی و مستطیلی را رسم کنید. توضیح: قسمتهای الف و ب هریک نیم نمره, قسمت پ یک نمره و قسمتهای ت و ث سوآل هریک 2 نمره دارند.	6
موفق باشید		جمع 20

www-kanoon-ir

محمدامین هادی‌زاده، رشته برق دانشگاه امیرکبیر، ورودی ۱۴۰۰

۱- الف) گزاره: جمله‌ای خبری که بتوان درستی و نادرستی آن را مشخص کرد.

ب) محمول: الفاظ و کلماتی که در جمله‌ها با معنی‌های مختلف در مورد چیزی خبری می‌دهند

پ) متغیر صادق: متغیری که مقدار آن از مجموعه گزاره‌ها برمی‌آید

} بیان شده در کتاب ← با تعریف

۲- مجموعه اعداد صحیح: $\{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$; $x \in$ یک واحد از مضرب‌ها بیشتر است : گزاره‌نما

$\{\dots -14, -9, -6, -4, -3, 1, 4, 6, 9, 11, 14, \dots\}$: مجموعه مورد نظر $\Leftarrow 8\alpha + 1$ ←

۳-

$$\sim(P \wedge q) \vee (\sim P \wedge q) \equiv (\sim P \vee \sim q) \vee (\sim P \wedge q)$$

$$\equiv \sim q \vee \sim P \vee (\sim P \wedge q) \quad , \quad \sim q \vee \sim P \equiv \sim(P \wedge q)$$

(جزء اول)

۴- گزاره: برای بعضی از مقادیر a در مجموعه اعداد حسابی داریم: $a^2 < 0$ ⇐

$$\exists a \in W;\ a^2 < 0$$

نقیض ← $\forall a \in W;\ a^2 \not< 0$

۵-

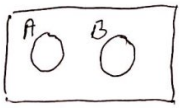
$$A = \{x^2,\ x+y,\ 5\} \qquad B = \{5,\ 8,\ x-y\}$$

$$x + y = 8$$
$$x - y = 2$$
$$\longrightarrow \boxed{\begin{matrix} x = 5 \\ y = 3 \end{matrix}}$$

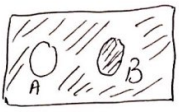
www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

۶- تمرین اول:

$A \cap B = \emptyset \Rightarrow$ 

$A \cap B = \emptyset$

$B - A = B \cap A'$ 

$\rightarrow B \cap A' = B$

۷-

$[A \cap (B \cup A)] \cup [B \cap (B - A)] \rightarrow B \cap (B \cap A') = B \cap A'$

↓ توزیع‌پذیری

$(A \cap B) \cup (A \cap A) = A \cup (A \cap B)$ ، A ⇒ قانون جذب

$A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A')$

$= A \cup B$

طرف دوم برابر است با A ثابت شده است.

$[A \cap (B \cup A)] \cup [B \cap (B - A)] = A \cup B$

۸-

$A = \{۲, ٤\}$ $\quad B = (۱, ۵]$ $\quad A \times B = ?$

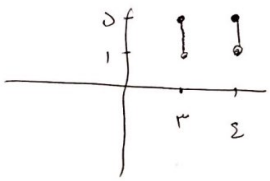


$x \in A$



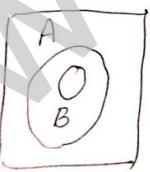
$x \in B$

$A \times B$



۹-

if $B \subseteq A \Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(B)$



$\cup$

$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B')$

if $B \subseteq A \Rightarrow P(A \cup B') = P(U) = 1 = P(A) + 1 - P(B) - P(A \cap B')$

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

$\Rightarrow$ $\boxed{P(A) - P(B) = P(A \cap B') = P(A - B)}$

۱۰ -

$P(\text{سبز آمدن}) = P(\text{سبز آمدن ظرف ۱}) + P(\text{سبز آمدن ظرف ۲}) + P(\text{سبز آمدن ظرف ۳})$

$= \frac{1}{3} \times \frac{4}{9} + \frac{1}{3} \times \frac{6}{9} = \frac{4+6}{27} = \boxed{\frac{10}{27}}$

۱۱ -

$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), \ldots, (6,6)\} \rightarrow$ ۳۶ حالت

$A = \{(1,4), (4,1), (2,3), (3,2), \ldots\} \rightarrow$ شمردن تعداد حالات سخت است

$A' =$ مجموع ۲ عدد رو شده کمتر از ۵ باشد $\rightarrow \{(1,1), (1,2), (2,1), (1,3), (3,1), (2,2)\}$ ۶ حالت

$P(A') = \frac{6}{36} \rightarrow P(A) = 1 - \frac{6}{36} = \boxed{\frac{5}{6}}$

۱۲ -

$\boxed{P(A) = \binom{10}{6} \times \left(\frac{1}{4}\right)^6 \times \left(\frac{3}{4}\right)^4}$

۱۳ - الف) ترسیم جدول

۲۰ و ۲۰ و ۱۹ و ۱۸ و ۱۸ و ۱۷ و ۱۱ و ۳ و ۰

مد، عدد ۱۸ می باشد.

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

ب)

۲۰، ۲۰، ۶۱، ۷۱، ۷۱، ۷۱، ۸۱، ۱۱ و ۳ و ۵

Q_2 (میانه) $= \frac{۷۱ + ۷۱}{۲} = ۷۱$

ج)

میانگین $= \frac{۲۰ + ۲۲ + ۶۹ + ۷۱ + ۷۲ + ۸۱ + ۱۱ + ۳ + ۵}{۱۰} = ۳۱٫۴$

ت)

$R = Max - Min = ۲۰ \Rightarrow$ طول دسته‌ها $= \frac{۲۰}{۴} = ۵$

مراکز دسته‌ها:

حدود دسته	۰ - ۵	۵ - ۱۰	۱۰ - ۱۵	۱۵ - ۲۰
فراوانی نسبی	۰٫۲	۰	۰٫۱	۰٫۷
	↑ ۲٫۵	↑ ۷٫۵	↑ ۱۲٫۵	↑ ۱۷٫۵

دسته اول: $[۰, ۵)$ ⟵ طول دسته ۵

دسته دوم: $[۵, ۱۰)$ ⟵ ۵

دسته سوم: $[۱۰, ۱۵)$ ⟵ ۵

دسته چهارم: $[۱۵, ۲۰]$ ⟵ ۵

$\bar{x}$ (میانگین وزنی) $= \frac{۸۰ \times ۲٫۵ + ۱۰ \times ۷٫۵ + ۰ + ۲۰ \times ۱۷٫۵}{۵۰} = \frac{۱}{۵۰}$

ج) $s^2 = \frac{۲۰ \times (۲٫۵ - ۳۱٫۴)^2 + ۱۰ \times (۷٫۵ - ۳۱٫۴)^2 + ۰ + ۸۰ \times (۱۷٫۵ - ۳۱٫۴)^2}{۴}$ (واریانس نمونه‌ای)

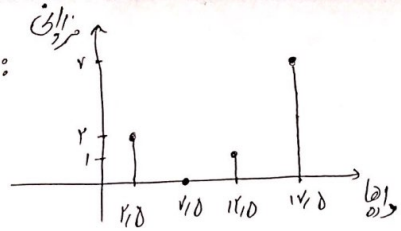
$s = \sqrt{\frac{۲۰ \times (۲٫۵ - ۳۱٫۴)^2 + ۱۰ \times (۷٫۵ - ۳۱٫۴)^2 + ۰ + ۸۰ \times (۱۷٫۵ - ۳۱٫۴)^2}{۴}}$ (انحراف معیار نمونه‌ای)

www-kanoon-ir

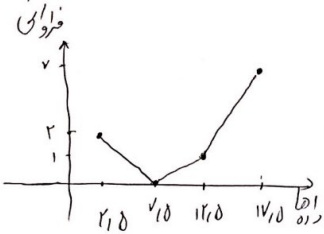
Scanned with CamScanner

ب)

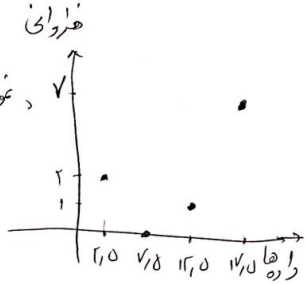
نمودار میله‌ای:



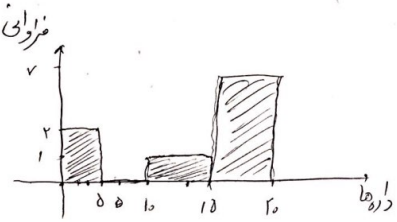
نمودار منحنی:



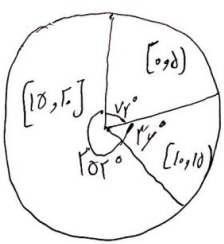
نمودار نقطه‌ای:



نمودار مستطیلی:



نمودار دایره‌ای:



Scanned with CamScanner