باسمه تعالی

آموزش وپرورش شهرستان لاهیجان

نام : **نام خانوادگی :**	**شعبه کلاس:** **نیمسال دوم ۱۴۰۴-۱۴۰۳**	**امتحان درس : آمار واحتمال** **مدت امتحان : ۱۱۰ دقیقه**	**تاریخ امتحان : ۱۴۰۳/۰۳/۱۹** **نام دبیر :**	**رشته : ریاضی** **تعداد صفحات : ۲**

ردیف	سوالات دبیرستان یاس	بارم
۱	هم‌ارزی زیر را به کمک جدول نشان دهید. $(p \Leftrightarrow q) \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$	۱
۲	ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید، سپس نقیض هریک را بنویسید. الف $\forall x \in (-\infty, ۰) \; ; \; x - \frac{۱}{x} \leq -۲$ ب $\exists y \in \mathbb{R} \; ; \; \frac{y - ۳}{۵} = ۰$	۱/۵
۳	اگر دو عضو از مجموعهٔ A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۱۹۲ واحد کم می‌شود، مجموعهٔ A چند زیرمجموعه دارد؟	۱
۴	درستی تساوی‌های زیر را ثابت کنید. الف $(A - B) \cup (A \cup B)' = B'$ ب $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$	۱/۵
۵	اگر $B = (-۱ \; , \; ۳]$ و $A = \{۲ \; , \; ۷\}$ باشد نمودار $B \times A$ را رسم کنید.	۱
۶	احتمال آنکه دانش‌آموزی در درس ریاضی قبول شود ۵۰٪ و در درس شیمی قبول شود ۴۵٪ است. اگر احتمال آنکه حداقل در یکی از این دو درس قبول شود، ۷۰٪ باشد با کدام احتمال: الف در هر دو درس قبول می‌شود. ب در درس شیمی قبول شود ولی در درس ریاضی قبول نشود.	۱/۵
۷	یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج سه برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در یک‌بار پرتاب این تاس، احتمال برآمدن اعداد ۲ یا ۳ چقدر است؟	۱/۵

www.k-kanoon.ir

ردیف	سوالات دبیرستان یاس	بارم
۸	یک شرکت بیمه، بیمه‌گزاران خود را به دو گروه تقسیم کرده است. گروه "پرخطر" که در یک سال با احتمال ۰/۴ تصادف می‌کنند و گروه "کم‌خطر" که احتمال تصادف کردن آن‌ها در یک سال ۰/۲ است. می‌دانیم که ۳۰ درصد بیمه‌گزاران پرخطرند. اگر بیمه‌گزار در سال گذشته تصادف کرده باشد، احتمال اینکه جزء گروه پرخطر باشد چقدر است؟	۲
۹	اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند و $P(A)=\frac{۱}{۴}$ و $P(B)=\frac{۱}{۳}$، حاصل $P(A\cup B')$ کدام است؟	۱/۵
۱۰	مد و میانه را در داده‌های زیر به دست آورید. ۹, ۱, ۱۲, ۲, ۱۳, ۳, ۱۷, ۵, ۱, ۵, ۷, ۸, ۱۰, ۱۴, ۵, ۱۵	۱/۵
۱۱	واریانس و انحراف معیار داده‌های زیر را محاسبه کنید. ۷, ۶, ۲, ۴, ۱	۱/۵
۱۲	فرق بین آماره با پارامتر چیست؟	۰/۵
۱۳	اگر انحراف معیار تعداد فرزندان یک خانواده در کشور $\sigma=۲$ باشد، انحراف معیار برآورد میانگین تعداد فرزندان را برای اندازهٔ نمونه ۴۰۰ به دست آورید.	۱
۱۴	روش‌های گردآوری داده‌ها را نام ببرید.	۱
۱۵	مدیر مدرسه‌ای علاقه‌مند است میانگین نمرهٔ ریاضی دانش‌آموزان سال جاری را بداند. او نمونه‌ای تصادفی شامل ۱۶ نفر انتخاب می‌کند که میانگین نمرهٔ ریاضی آن‌ها ۱۷ است. انحراف معیار بررسی نمرهٔ ریاضی در قبل ۱/۵ بوده است. در بازهٔ اطمینان ۹۵% میانگین نمرهٔ ریاضی را محاسبه کنید.	۱/۵

www.kanoon.ir

۱

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$\wedge$	$q \Rightarrow p$	کل
د	د	د	د	$\wedge$	د	د
د	ن	ن	ن	$\wedge$	د	ن
ن	د	ن	د	$\wedge$	ن	ن
ن	ن	د	د	$\wedge$	د	د

۲

الف

$$\forall x \in (-\infty, ۰) \; ; \; x - \frac{۱}{x} \leq -۲$$

گزاره نادرست است $\Rightarrow$ مثال نقض : $x = -۱ \Rightarrow -۱ - \frac{۱}{-۱} = ۰ \not\leq -۲ \Rightarrow$

$$\text{نقیض گزاره} : \exists x \in (-\infty, ۰) \; ; \; x - \frac{۱}{x} > -۲$$

ب

$$\exists y \in \mathbb{R} \; ; \; \frac{y - ۳}{۵} = ۰$$

$$\frac{y - ۳}{۵} = ۰ \Rightarrow y - ۳ = ۰ \Rightarrow y = ۳ \in \mathbb{R}$$

برای معادلهٔ داده‌شده یک مقدار حقیقی یافت شد، پس گزاره درست است.

$$\text{نقیض گزاره} : \forall y \in \mathbb{R} \; ; \; \frac{y - ۳}{۵} \neq ۰$$

www.kanoon.ir

۳

$$۲^{n} - ۲^{n-۲} = ۱۹۲ \Rightarrow ۲^{n-۲}(۲^{۲} - ۱) = ۱۹۲ \Rightarrow ۲^{n-۲} = ۶۴$$

$$۲^{n-۲} = ۲^{۶} \Rightarrow n - ۲ = ۶ \Rightarrow n = ۸$$

تعداد زیرمجموعه‌ها $= ۲^{۸} = ۲۵۶$

۴

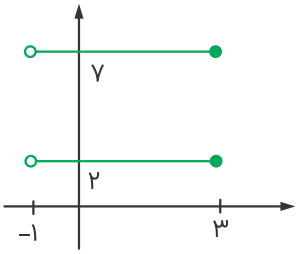
الف

$$(A - B) \cup (A \cup B)' = (A \cap B') \cup (A' \cap B') = \overbrace{(A \cup A')}^{U} \cap B' = B'$$

ب

$$\left.\begin{array}{r} A \subseteq B \\ \text{همواره } A \subseteq A \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} A \subseteq A \cap B \\ \text{از طرفی } A \cap B \subseteq A \end{array}\right\} \Rightarrow A \cap B = A$$

۵



۶

الف

A: احتمال قبولی در درس ریاضی

B: احتمال قبولی در درس شیمی

$$P(A) = ۰/۵$$

$$P(B) = ۰/۴۵$$

$$P(A \cup B) = ۰/۷$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \; ۰/۷ = ۰/۵ + ۰/۴۵ - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \; P(A \cap B) = ۰/۹۵ - ۰/۷ \; \Rightarrow \; P(A \cap B) = ۰/۲۵$$

www-kanoon-ir

ب

$$P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)$$
$$\Rightarrow P(B-A)=۰/۴۵-۰/۲۵\Rightarrow P(B-A)=۰/۲$$

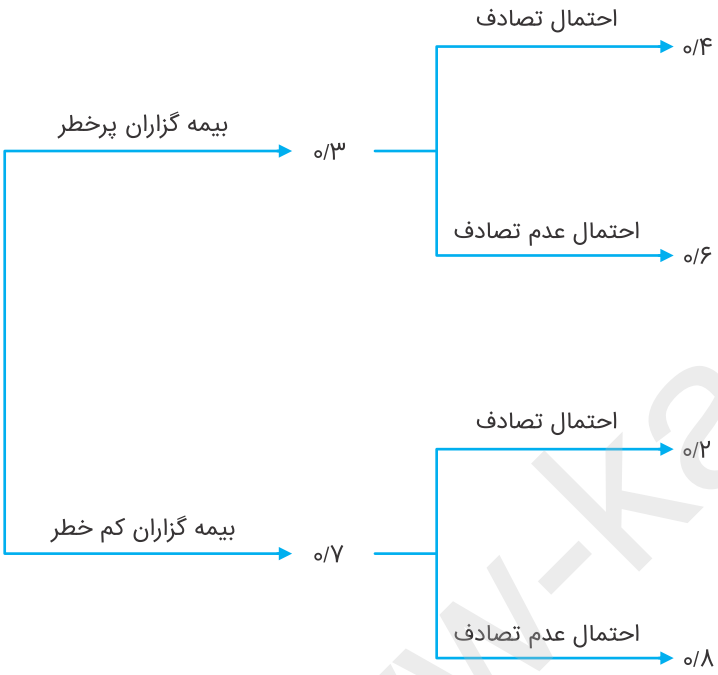
۷

$$P(۱)=P(۳)=P(۵)=xP(۲)=P(۴)=P(۶)=۳x$$

$$P(۱)+P(۲)+P(۳)+P(۴)+P(۵)+P(۶)=۱\Rightarrow ۱۲x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۱۲}$$

$$P(۲)+P(۳)=۳x=\frac{۱}{۴}$$

۸



$$P=\frac{۰/۳\times ۰/۴}{۰/۳\times ۰/۴+۰/۷\times ۰/۲}=\frac{۰/۱۲}{۰/۱۲+۰/۱۴}=\frac{۰/۱۲}{۰/۲۶}=\frac{۱۲}{۲۶}=\frac{۶}{۱۳}$$

۹

اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند، دو پیشامد A و B' نیز مستقل‌اند.

$$P(A\cup B')=P(A)+P(B')-P(A\cap B')$$
$$=P(A)+P(B')-P(A).P(B')=\frac{۱}{۴}+(۱-\frac{۱}{۳})-\frac{۱}{۴}\times\frac{۲}{۳}=\frac{۳}{۴}$$

www-kanoon-ir

۱۰

$$۱, ۱, ۲, ۳, ۵, ۵, ۵, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۷$$

$$\text{مد} = ۵$$

$$\text{میانه } M = \frac{۷ + ۸}{۲} = ۷/۵$$

۱۱

$$\bar{x} = \frac{۷ + ۶ + ۴ + ۲ + ۱}{۵} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{(۷ - ۴)^۲ + (۶ - ۴)^۲ + (۲ - ۴)^۲ + (۴ - ۴)^۲ + (۱ - ۴)^۲}{۵}} = \sqrt{\frac{۲۶}{۵}}$$

$$\Rightarrow \sigma^۲ = (\sqrt{\frac{۲۶}{۵}})^۲ = \frac{۲۶}{۵}$$

۱۲

آماره مشخصه‌ای عددی است که توصیف‌کننده جنبه خاصی از یک نمونه است و می‌تواند از نمونه‌ای به نمونهٔ دیگر تغییر کند، ولی پارامتر یک مشخصهٔ عددی است که توصیف‌کنندهٔ جنبهٔ خاصی از جامعه می‌باشد و ثابت است.

۱۳

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{۲}{\sqrt{۴۰۰}} = \frac{۲}{۲۰} = ۰/۱$$

۱۴

مشاهده، مصاحبه، پرسش‌نامه، دادگان‌ها

۱۵

رابطهٔ برآورد را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow ۱۷ - \frac{۲ \times ۱/۵}{\sqrt{۱۶}} \leq \mu \leq ۱۷ + \frac{۲ \times ۱/۵}{\sqrt{۱۶}}$$

$$۱۷ - \frac{۳}{۴} \leq \mu \leq ۱۷ + \frac{۳}{۴} \Rightarrow ۱۶/۲۵ \leq \mu \leq ۱۷/۷۵$$

www.konkoon.ir