باسمه تعالی

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان لاهیجان

نام :	**شعبه کلاس : حسابی**	**امتحان درس: آمار و احتمال**	**پایه و رشته : یازدهم ریاضی**
نام خانوادگی:	**نیمسال دوم**	**مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه**	
نام آموزشگاه : غیردولتی یاسین	**سال تحصیلی : ۱۴۰۴ - ۱۴۰۳**	**تاریخ امتحان : ۱۴۰۴/۰۳/۰۳**	**نام دبیر: آقای حیدری**
نمره باعدد:	**نمره باحروف:**	**امضاء**	**نمره تجدیدنظر:**	**امضاء**

ردیف	سوال	بارم

۱ با استفاده از جدول ارزش‌ها درستی هم‌ارزی $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$ را نشان دهید. **۱نمره**

۲ ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید و سپس نقیض هریک را بنویسید. **۱/۵نمره**

الف $\forall x \in \mathbb{R};\ x^{۲} > ۰$

ب $\exists y \in \mathbb{R};\ y < ۰ \wedge y^{۲} \leq ۱$

۳ مجموعهٔ متناهی A را در نظر بگیرید، اگر ۲ عضو به اعضای A اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴۸ واحد افزایش می‌یابد، مشخص کنید A چند عضوی است. **۱نمره**

۴ به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید اگر $A \subseteq B$باشد، آنگاه $B' \subset A'$ است. **۱/۵نمره**

۵ در صورتی که $A = [-۲ , ۴]$ و $B = [۰ , ۲]$ باشد، در این صورت مجموعه و نمودار $A \times B$ را بنویسید. **۱نمره**

۶ جعبه‌ای شامل ۱۲ لامپ است که سه‌تای آن‌ها معیوب است. اگر به‌تصادف و بدون جایگذاری ۳ لامپ از جعبه بیرون آوریم، احتمال آن را به دست آورید که: **۲نمره**

الف هر سه لامپ معیوب باشند.

ب حداقل یک لامپ معیوب باشد.

۷ یک تاس به‌گونه‌ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج، سه برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در پرتاب این تاس، احتمال مشاهدهٔ اعداد ۲ یا ۳ را به دست آورید. **۱/۵نمره**

۸ دو ظرف همانند داریم. در ظرف اول ۱۲ لامپ سالم و ۴ لامپ معیوب و در ظرف دوم ۶ لامپ سالم و ۶ لامپ معیوب موجود است. یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب کرده و لامپی از داخل آن خارج می‌کنیم. اگر این لامپ معیوب باشد، با چه احتمالی از ظرف اول خارج شده است؟ **۲نمره**

۹ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به‌طوری‌که $P(A) = \frac{۲}{۵}$ و $P(A \cup B) = \frac{۱}{۲}$، آن‌گاه $P(B')$ را به دست آورید. **۱/۵نمره**

www.kanoon.ir

ردیف	سوال	بارم

۱۰ چارک اول، میانه و چارک سوم داده‌های زیر را بیابید. ۱/۵نمره

۲, ۵, ۷, ۳, ۹, ۴, ۱, ۶, ۶, ۷

۱۱ انحراف معیار داده‌های زیر را به‌دست آورید. (مراحل محاسبه انحراف معیار را به شکل کامل بنویسید) ۱/۵نمره

۱۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴

۱۲ روش‌های گردآوری داده‌ها را نام ببرید. ۱نمره

۱۳ جامعه‌ای با انحراف معیار ۳ داریم. انحراف معیار برآورد میانگین نمونه‌هایی برابر ۰/۱۵ است. اندازهٔ نمونه‌ها چقدر بوده است؟ ۱نمره

۱۴ در یک دانشگاه، میانگین سن یک نمونه تصادفی ۲۵ نفره از دانشجویان برابر ۲۲ سال است. اگر در بررسی‌های گذشته، انحراف معیار سن دانشجویان این دانشگاه برابر ۲ سال باشد، بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین سن جامعه دانشجویان این دانشگاه را محاسبه کنید. ۱/۵نمره

۱۵ فرق بین آماره با پارامتر چیست؟ ۰/۵نمره

www-kanoon.ir

باسمه تعالی

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان لاهیجان

نام :	**شعبه کلاس : حسابی**	**امتحان درس: آمار و احتمال**	**پایه و رشته : یازدهم ریاضی**
نام خانوادگی:	**نیمسال دوم**	**مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه**	
نام آموزشگاه : غیردولتی یاسین	**سال تحصیلی : ۱۴۰۴ - ۱۴۰۳**	**تاریخ امتحان : ۱۴۰۴/۰۳/۰۳**	**نام دبیر: آقای حیدری**

نمره باعدد:	**نمره باحروف:**	**امضاء**	**نمره تجدیدنظر:** **امضاء**

پاسخ

www-kanoon-ir

۱

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

(هم‌ارزند)

۲

الف ارزش این گزاره نادرست است؛ چون $x = ۰$، مثالی نقض برای آن است.

$$\sim (\forall x \in \mathbb{R}; x^۲ > ۰) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; x^۲ \not> ۰ \equiv \exists x \in \mathbb{R}; x^۲ \leq ۰$$

ب درست است؛ زیرا $y = -۱$ در آن صدق می‌کند، پس مجموعهٔ جواب آن ناتهی است.

$$\sim (\exists y \in \mathbb{R}; y < ۰ \wedge y^۲ \leq ۱) \equiv \forall y \in \mathbb{R}; \sim (y < ۰ \wedge y^۲ \leq ۱)$$

$$\equiv \forall y \in \mathbb{R}; y \geq ۰ \vee y^۲ > ۱$$

www.kanoon.ir

۳ فرض کنید A دارای n عضو باشد، پس دارای ۲^n زیرمجموعه است؛ اگر ۲ عضو به اعضای A اضافه شود، در این صورت تعداد زیرمجموعه‌های A، به اندازهٔ ۴۸ واحد افزایش می‌یابد؛ یعنی در این حالت، تعداد زیرمجموعه‌های این مجموعه برابر با $۲^n + ۴۸$ است. ازطرفی وقتی ۲ عضو به اعضای A اضافه می‌شود، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه جدید، برابر با $۲^{n+۲}$ است، بنابراین داریم:

$$۲^n + ۴۸ = ۲^{n+۲} = ۲^n \times ۲^۲ \Rightarrow ۲^n + ۴۸ = ۴ \times ۲^n \Rightarrow ۴ \times ۲^n - ۲^n = ۴۸$$

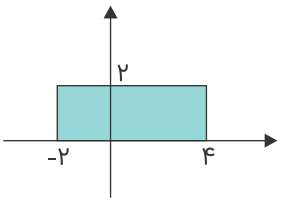
$$\Rightarrow ۳ \times ۲^n = ۴۸ \Rightarrow ۲^n = ۱۶ = ۲^۴ \Rightarrow n = ۴$$

درنتیجه مجموعهٔ A، چهار عضوی است.

۴

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow (A \cup B)' = B' \Rightarrow A' \cap B' = B' \Rightarrow B' \subseteq A'$$

۵



$$A \times B = \{(x\ ,\ y) | -۲ \le x \le ۴\ ,\ ۰ \le y \le ۲\}$$

۶ الف

$$\text{احتمال معیوب بودن هر سه لامپ} = \frac{\binom{۳}{۳}}{\binom{۱۲}{۳}} = \frac{۱}{\frac{۱۲!}{۳!۹!}} = \frac{۳ \times ۲ \times ۱}{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰} = \frac{۱}{۲۲۰}$$

ب

$$P(\text{حداقل یک لامپ معیوب}) = ۱ - P(\text{هر ۳ لامپ سالم})$$

$$= ۱ - \frac{\binom{۹}{۳}}{\binom{۱۲}{۳}} = ۱ - \frac{\frac{۹!}{۳! \times ۶!}}{\frac{۱۲!}{۳! \times ۹!}} = ۱ - \frac{۹ \times ۸ \times ۷}{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰} = \frac{۳۴}{۵۵}$$

www-kanoon-ir

۷

$$P(S)=۱\Rightarrow P(۱)+P(۲)+P(۳)+P(۴)+P(۵)+P(۶)=۱$$

$$\Rightarrow x+۳x+x+۳x+x+۳x=۱\Rightarrow ۱۲x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۱۲}$$

$$P(\{۲,۳\})=P(۲)+P(۳)=\frac{۳}{۱۲}+\frac{۱}{۱۲}=\frac{۴}{۱۲}=\frac{۱}{۳}$$

۸

پیشامد A : لامپ خارج شده معیوب باشد.

پیشامد B: لامپ معیوب از ظرف اول خارج شده باشد.

$$P(A)=(\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۱۶})+(\frac{۱}{۲}\times\frac{۶}{۱۲})=\frac{۳}{۸}$$

$$P(B|A)=\frac{\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۱۶}}{\frac{۳}{۸}}=\frac{\frac{۱}{۸}}{\frac{۳}{۸}}=\frac{۱}{۳}$$

۹

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$\xrightarrow[\text{مستقل}]{B\ ,\ A} P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)$$

$$\frac{۱}{۲}=\frac{۲}{۵}+P(B)-\frac{۲}{۵}P(B)\Rightarrow\frac{۱}{۲}-\frac{۲}{۵}=(۱-\frac{۲}{۵})P(B)$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۱۰}=\frac{۳}{۵}P(B)\Rightarrow P(B)=\frac{۱}{۶}\Rightarrow P(B')=۱-\frac{۱}{۶}=\frac{۵}{۶}$$

۱۰

$$۱,۲,۳,۴,۵,۶,۶,۷,۷,۹\Rightarrow \text{میانه}=\frac{۵+۶}{۲}=۵/۵\quad,\quad Q_۱=۳\quad,\quad Q_۳=۷$$

۱۱

$$\bar{x}=\frac{۱۴+۱۲+۱۰+۸+۱۶}{۵}=\frac{۶۰}{۵}=۱۲$$

$$\sigma^۲=\frac{(۱۴-۱۲)^۲+(۱۲-۱۲)^۲+(۱۰-۱۲)^۲+(۸-۱۲)^۲+(۱۶-۱۲)^۲}{۵}$$

$$=\frac{۴+۰+۴+۱۶+۱۶}{۵}=\frac{۴۰}{۵}=۸$$

$$\Rightarrow\sigma=\sqrt{۸}=۲\sqrt{۲}$$

www.kanoon.ir

۱۲ مشاهده، مصاحبه، پرسش‌نامه، دادگان‌ها

۱۳ رابطهٔ انحراف معیار جامعه و انحراف معیار برآورد میانگین نمونه‌ها به‌صورت زیر است:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow ۰/۱۵ = \frac{۳}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{۳}{۰/۱۵} \Rightarrow \sqrt{n} = ۲۰ \Rightarrow n = ۴۰۰$$

۱۴

$$n = ۲۵ \ , \ \sigma = ۲ \ , \ \bar{x} = ۲۲$$

$$\bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow ۲۲ - \frac{۲ \times ۲}{\sqrt{۲۵}} \leq \mu \leq ۲۲ + \frac{۲ \times ۲}{\sqrt{۲۵}}$$

$$\Rightarrow ۲۲ - \frac{۴}{۵} \leq \mu \leq ۲۲ + \frac{۴}{۵} \Rightarrow ۲۱/۲ \leq \mu \leq ۲۲/۸$$

۱۵ آماره مشخصه‌ای عددی است که توصیف‌کننده جنبه خاصی از یک نمونه است و می‌تواند از نمونه‌ای به نمونهٔ دیگر تغییر کند، ولی پارامتر یک مشخصهٔ عددی است که توصیف‌کنندهٔ جنبهٔ خاصی از جامعه می‌باشد و ثابت است.

www-kanoon-ir