تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۰۳/۱۹

مدّت امتحان: ۹۰ دقیقه

بسمه تعالی

مدیریت آموزش و پرورش ناحیه یک تبریز

شماره صندلی:

دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم – دوره دوم

نام و نام خانوادگی: ..... کلاس: یازدهم ریاضی موضوع امتحان:آمار و احتمال نام دبیر: ناصری

۱-درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.(۱)

الف)گزاره یک جمله خبری است که ارزش آن درست یا نادرست می‌باشد. ✓

ب)اگر دو پیشامد باهم رخ ندهند آنها را دو پیشامد مستقل می‌نامند. ✗

ج)به داده‌ای که بیشترین فراوانی و تکرار را دارد مد می‌گویند. ✓

د)اگر تمام داده‌ها را در عدد ۳ ضرب کنیم انحراف معیار ۶ برابر می‌شود. ✗

۲- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.(۱)

الف)به گزاره‌ای که در تمام حالات منطقی درست باشد گزاره ابتدایی ..... می‌گویند.

ب)در جوامعی که داده دورافتاده داریم بهتر است از میانه ... به جای میانگین استفاده کنیم.(میانه-واریانس-مد)

ج)اگر یک روش نمونه‌گیری از یک روش ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمت خاصی منحرف شود به آن نمونه گیری اریب ..... می‌گویند.(اریب-نااریب)

د) احتمال رخ دادن پیشامد A به شرط رخ دادن B را با نماد $P(A|B)$ ..... نشان می‌دهند.

۳- به کمک جدول ارزش هم‌ارزی زیر را اثبات کنید.(۱.۲۵)

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن
ن	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د

$=$ $\equiv$ $=$

هم ارز منطقی اند.

www.kanoon.ir

۴-ابتدا ارزش گزاره زیر را تعیین کنید و سپس نقیض آنرا بنویسید.(۱)

$\forall y \in R. y^2 > 0$ ⟵ غلط ∵ $y=0 \Rightarrow 0 \not> 0$

$\exists y \in R; y^2 \leq 0$

۵- حکم زیر را به روش جبر مجموعه‌ها ثابت کنید.(۱)

$(A-B)\cup(B\cap A)=A$

$(A\cap B')\cup(B\cap A) = (A\cap B')\cup(A\cap B) = A\cap(B'\cap B) = A\cap U = A$

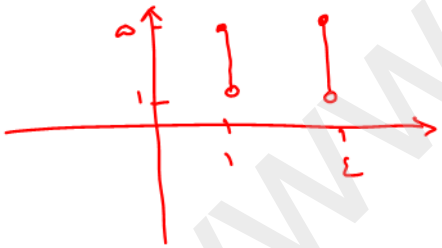
۶-اگر ۳ عضو از مجموعه‌یA کم کنیم از تعداد زیر مجموعه‌های آن ۱۱۲ تا کم می‌شود. تعیین کنید این مجموعه چند عضو دارد؟(۱.۲۵)

$2^n - 2^{n-3} = 112 \longrightarrow 2^{n-3}(8-1) = 112$

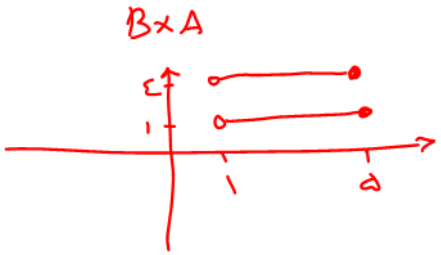
$2^{n-3} \times 7 = 112 \longrightarrow 2^{n-3} = 16 \longrightarrow n = 7$

۷- اگر $A=\{1,4\}, B=(1,5]$ در این صورت نمودار $A\times B$ و $B\times A$ را رسم کنید.(۱)

$A\times B$



$B\times A$



۸- اعداد ۱۱ تا ۱۰۰ را روی کارت‌هایی می‌نویسیم و به تصادف یک کارت از میان آنها انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد منتخب بر ۳ بخشپذیر باشد ولی بر ۵ نباشد،چقدر است؟(۱.۲۵)

$n(S) = \frac{100-11}{1}+1 = 90$

$n(A) = \frac{99-12}{3}+1 = 30$

$n(A\cap B) = \frac{90-15}{15}+1 = 6$

$P(A-B) = P(A) - P(A\cap B) \longrightarrow P(A-B) = \frac{30}{90} - \frac{6}{90} = \frac{24}{90}$

www-kanoon-ir

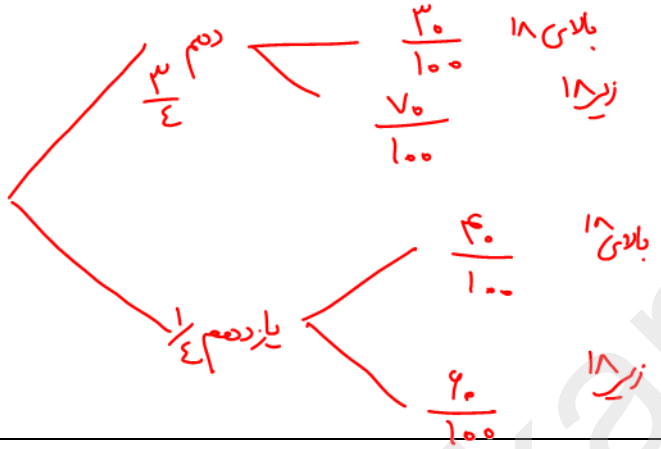
۹- تاسی طوری ساخته شده‌است که احتمال وقوع اعداد اول دو برابر احتمال وقوع سایر اعداد است. در این‌صورت تعیین کنید چقدر احتمال دارد عدد ۱یا ۲ ظاهر شود.؟(۱.۲۵)

$x+2x+2x+x+2x+x=1$

$9x=1 \longrightarrow x=\frac{1}{9}$

جواب : $P(1)+P(2)=\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

۱۰- تعداد دانش‌آموزان کلاس دهم ۳ برابر تعداد دانش‌آموزان کلاس یازدهم می‌باشد. اگر ۳۰ درصد دانش‌آموزان دهمی و ۴۰ درصد دانش‌آموزان یازدهمی معدل بالای ۱۸ داشته باشند؛اگر یک نفر را به تصادف انتخاب کنیم چقدر احتمال دارد دانش‌آموز انتخابی معدل بالای ۱۸ داشته باشد.(۱.۵)



$P(\text{بالای ۱۸})=\frac{3}{4}\times\frac{30}{100}+\frac{1}{4}\times\frac{40}{100}$

$=\frac{90}{400}+\frac{40}{400}=\frac{130}{400}$

۱۱- سکه سالمی را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. اگر A مشاهده رو در پرتاب اول و B مشاهده دو پشت به صورت متوالی باشد. مستقل یا وابسته بودن پیشامد را بررسی کنید.(۱.۵)

$A=\{RPP, RRP, RPR, RRR\}$ $P(A)=\frac{1}{2}$

$B=\{PPR, RPP, PPP\}$ $P(B)=\frac{3}{8}$

$A\cap B=\{RPP\}$ $P(A\cap B)=\frac{1}{8}$

چون : $P(A\cap B)\neq P(A)\cdot P(B) \longrightarrow \frac{1}{8}\neq\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}$ بنابراین وابسته اند.

۱۲-اگر $P(A-B)=\frac{1}{2}, P(A)=\frac{3}{4}$ در این صورت مقدار عددی $P(B|A)$ را حساب کنید.(۱)

$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}}=\frac{1}{3}$ ✓

$P(A-B)=\frac{1}{2} \longrightarrow P(A-B)=P(A)-P(A\cap B) \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{3}{4}-P(A\cap B) \longrightarrow$

$P(A\cap B)=\frac{1}{4}$

www.kanoon.ir

۱۳-برای داده‌های ۱و۳و۴و۷و۱۰ معیار پراکندگی واریانس و انحراف معیار را به دست آورید.(۱.۵)

$$\bar{x} = \frac{1+3+4+7+10}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$$s^2 = \frac{(1-5)^2+(3-5)^2+(4-5)^2+(7-5)^2+(10-5)^2}{5} = \frac{16+4+1+4+25}{5} = 10$$

$$s = \sqrt{10}$$

۱۴- برای داده های ۱۱و۱۴و۱۰و۹و۱۸و۲۰و۱۶و۱۳و۲و۱ چارک اول ، دوم و سوم را بیابید سپس نمودار جعبه‌ای آنرا رسم کنید.(۱.۵)

مرتب‌سازی: ۱، ۲، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۳، ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰ → $Q_3 = 16$

$Q_1 = 9$ ، $Q_2 = 12$



۱۵-نمونه‌گیری خوشه‌ای را توضیح دهید و یک مثال بزنید.(۱.۵)

نمونه‌گیری است که در آن واحدهای نمونه‌گیری اولیه در جامعه گروه یا خوشه‌ها هستند. سپس همه‌ی واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب شده را به‌عنوان نمونه مدنظر قرار می‌دهیم.

۱۶-اگر انحراف معیار جامعه‌ای متناهی برابر ۵ باشد برای اندازه نمونه‌های ۱۰۰ و ۲۵۰۰ مطلوب است؛(۱.۵)

الف)انحراف معیار برآورد میانگین جامعه را بیابید؟

$n = 100 \rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5}{10} = 0.5$

ب)از مقایسه دو جواب چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$n = 2500 \rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5}{50} = \frac{1}{5}$

هرچه نمونه بزرگتر، $\sigma_{\bar{x}}$ کمتر می‌شود، در نتیجه برآورد دقیق‌تر است.

۱۴۰۴/۰۴/۱۹
موفق باشید و پیروز

نام و نام خانوادگی مصحح:	**نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:**	**نمره ورقه به عدد:** .....
محل امضا	**محل امضا**	**نمره ورقه به حروف:** .....