نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه

نام آزمون: امتحان نوبت اول - ریاضی و آمار ۳

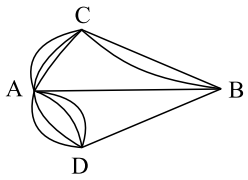
دبیرستان : نمونه دولتی ملاصدرا

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲

نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱ با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و بدون تکرار ارقام، چند عدد ۳ رقمی زوج می‌توان نوشت؟

۲ بین چهار شهر A و B و C و D مطابق شکل زیر راه‌هایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر C و بدون عبور از شهر B به شهر D مسافرت کرد؟



۳ حاصل عبارت $\frac{۶! + ۵!}{۴!}$ را به دست آورید.

۴ گزینه صحیح را انتخاب کنید.

الف فضای نمونه برای ترکیب جنسیت فرزندان خانواده‌ای با ۳ فرزند، چند عضو دارد؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۲

ب تفسیر نتایج به‌دست‌آمده، کدام گام در چرخه حل مسائل آماری است؟

۱) بیان مسئله ۲) گردآوری داده‌ها ۳) تحلیل داده‌ها ۴) بحث و نتیجه‌گیری

پ احتمال اینکه فردا بارانی باشد، ۰٫۱ است. احتمال اینکه فردا بارانی نباشد، چقدر است؟

۱) ۰/۰۹ ۲) ۰/۱ ۳) ۰/۹ ۴) ۰/۹۹

www-kanoon-ir

۵ با توجه به چرخه آماری، نام هر گام را بنویسید.

الف) راهی برای رسیدن به پاسخ مسأله پیدا می‌کنیم و به نمونه‌گیری و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.

ب) نتایج به‌دست آمده را تفسیر می‌کنیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.

۶ با حروف کلمهٔ «کوهستان» و بدون تکرار حروف: (بامعنی و بی‌معنی)

الف چند کلمهٔ ۷ حرفی می‌توان نوشت؟

ب چند کلمهٔ ۶ حرفی می‌توان نوشت که با «ک» شروع و به «س» ختم شوند؟

۷ مجموعه $A = \{a\ ,\ b\ ,\ c\ ,\ d\ ,\ e\ ,\ f\}$ را در نظر بگیرید:

الف A چند زیرمجموعهٔ ۳ عضوی دارد؟

ب A چند زیرمجموعهٔ ۴ عضوی شامل دو عضو $b\ ,\ c$ می‌باشد؟

۸ مجموعه‌ای دارای ۲۸ زیرمجموعهٔ دوعضوی است. این مجموعه چند زیرمجموعهٔ چهارعضوی دارد؟

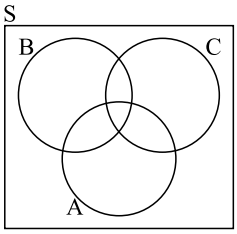
۹ می‌خواهیم از جعبه‌ای شامل ۵ مهره قرمز و ۴ مهره آبی، سه مهره به تصادف خارج کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال آن که ۲ مهره آبی و ۱ مهره قرمز باشد.

۱۰ در پرتاب دو تاس، پیشامد «مجموع اعداد روشده بزرگ‌تر از ۱۰ باشد» را بنویسید.

www-kanoon-ir

۱۱ هریک از اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها به‌طور تصادفی یک کارت را برمی‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه عدد روی کارت مضرب ۳ باشد.

۱۲ اگر A , B , C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، پیشامد آنکه "A یا C رخ دهد ولی B رخ ندهد" را در شکل مقابل سایه بزنید.



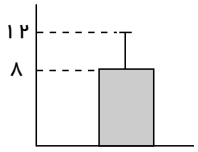
۱۳ در یک جعبه، ۱۲ لامپ وجود دارد که ۹ تای آن سالم است. دو لامپ به تصادف خارج می‌کنیم. مطلوب است احتمال اینکه:

الف) هر دو سالم باشد.

ب) یکی سالم و یکی ناسالم باشد.

۱۴ داده‌های ۵، ۲۸، ۵، ۷، ۸، ۶، ۸، ۹، ۷، ۳۰، ۵ و ۶ متوسط ساعت‌های تماشای تلویزیون تعدادی از دانش‌آموزان یک کلاس در هفته را نشان می‌دهد. کدام معیار گرایش به مرکز و کدام معیار پراکندگی، برای توصیف داده‌های «ساعت‌های تماشای تلویزیون» مناسب‌تر است؟ چرا؟

۱۵ با توجه به نمودار زیر نسبت میانگین به واریانس را به دست آورید.



۱۶ در داده‌های زیر نمودار جعبه‌ای رسم کنید.

۲ و ۱۶ و ۱ و ۱۷ و ۱۵ و ۱۰ و ۹ و ۶ و ۴ و ۷ و ۳

۱۷ با توجه به دنباله‌های $a_n = (\frac{۱}{۵})^{n-۳}$ و $b_n = ۳n - ۲$ حاصل عبارت $a_۳ - b_۲$ را بیابید.

۱۸ پنج جمله اول دنباله $a_{n+۱} = -a_n + (-۱)^n$ را با فرض $a_۱ = ۳$ بنویسید.

www-kanoon-ir

پاسخ‌نامه تشریحی

۱

$$\begin{cases} \frac{۶}{} \quad \frac{۵}{} \quad \frac{۱}{۰} \rightarrow ۳۰ \\ \frac{۵}{} \quad \frac{۵}{} \quad \frac{۳}{۲ \text{ و } ۴ \text{ و } ۶} \rightarrow ۷۵ \end{cases} \rightarrow ۳۰ + ۷۵ = ۱۰۵$$

۲

تنها مسیر ممکن $(C \rightarrow A \rightarrow D)$ است. پس:

$۳ \times ۴ = ۱۲$

۳ $\frac{۶! + ۵!}{۴!} = \frac{۶!}{۴!} + \frac{۵!}{۴!} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴!}{۴!} + \frac{۵ \times ۴!}{۴!} = (۶ \times ۵) + ۵ = ۳۰ + ۵ = ۳۵$

۴

گزینهٔ «۲». هر فرزند ۲ حالت دارد. بنابراین:

الف

$n(S) = ۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$

ب گزینه «۴». تفسیر نتایج به‌دست‌آمده در گام بحث و نتیجه‌گیری است.

پ

گزینه «۴»

$P(A') = ۱ - P(A) = ۱ - ۰/۰۱ = ۰/۹۹$

۵ با توجه به تعریف کتاب درسی داریم:

الف) طرح و برنامه‌ریزی

ب) بحث و نتیجه‌گیری

۶

الف

۵۰۴۰ یا $۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵ \times ۶ \times ۷$ یا $۷!$

ب

$۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵ \times ۱ = ۱۲۰$

۷

الف

$\binom{۶}{۳} = \frac{۶!}{۳!۳!} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴}{۳ \times ۲ \times ۱} = ۲۰$

ب

$\binom{۴}{۲} = \frac{۴!}{۲!۲!} = \frac{۴ \times ۳}{۲ \times ۱} = ۶$

۸

می‌دانیم تعداد زیرمجموعه‌های kعضوی یک مجموعهٔ nعضوی برابر است با $\binom{n}{k}$ بنابراین:

$$\binom{n}{۲} = ۲۸ \Rightarrow \frac{n(n-۱)}{۲} = ۲۸ \Rightarrow \underbrace{n(n-۱)}_{\text{ضرب دو عدد متوالی}} = ۵۶ \Rightarrow n = ۸$$

$۷ \times ۸ =$

بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های ۴عضوی برابر است با:

$$\binom{۸}{۴} = \frac{۸!}{۴!۴!} = \frac{\cancel{۸} \times ۷ \times \overset{۲}{\cancel{۶}} \times ۵ \times \cancel{۴!}}{\cancel{۴} \times \cancel{۳} \times \cancel{۲} \times \cancel{۴!}} = ۷۰$$

۹

$$n(S) = \binom{۹}{۳} = \frac{۹!}{۶! \times ۳!} = ۸۴$$

$$n(A) = \binom{۴}{۲} \times \binom{۵}{۱} = ۳۰$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳۰}{۸۴}$$

www-kanoon-ir

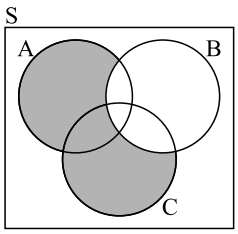
۱۰

$$A=\{(۵,۶)(۶,۵)(۶,۶)\}$$

۱۱

$$A=\{۳,۶,۹\} \qquad P(A)=\frac{۳}{۱۰}$$

۱۲



۱۳ الف)

$$n(S)=\binom{۱۲}{۲}=\frac{\overset{۶}{\cancel{۱۲}}\times ۱۱}{۲\times ۱}=۶۶$$

$$n(A)=\underbrace{\binom{۹}{۲}}_{\text{هر دو سالم}}=\frac{۹\times \overset{۴}{\cancel{۸}}}{\cancel{۲}\times ۱}=۳۶$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳۶}{۶۶}=\frac{۶}{۱۱}$$

ب)

$$n(B)=\underset{\text{یکی سالم}}{\binom{۹}{۱}}\overset{\text{و}}{\times}\underset{\text{یکی ناسالم}}{\binom{۳}{۱}}=۹\times ۳$$

$$\Rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۹\times \cancel{۳}}{\cancel{۶۶}_{۲۲}}=\frac{۹}{۲۲}$$

۱۴ میانه، معیار گرایش به مرکز مناسب و دامنه میان چارکی، معیار پراکندگی مناسب است. چون در میان داده‌ها، دو دادهٔ دورافتاده مانند ۳۰ و ۲۸ وجود دارد.

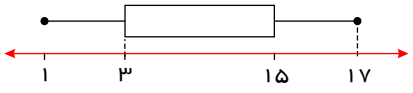
۱۵ با توجه به نمودار، میانگین برابر ۸ و انحراف معیار برابر $۱۲-۸=۴$ است. بنابراین:

$$\sigma^۲=۱۶\Rightarrow \frac{\bar{x}}{\sigma^۲}=\frac{۸}{۱۶}=\frac{۱}{۲}$$

۱۶ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و مقدار $Q_۱$، $Q_۲$ و $Q_۳$ را مشخص می‌کنیم:

$Q_۱$ ↑ $Q_۳$ ↑ (میانه)

۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۶ و ۷ و ۹ و ۱۰ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۷



۱۷

$$a_۳=(\frac{۱}{۵})^{۳-۳}=(\frac{۱}{۵})^{۰}=۱$$
$$b_۲=۳\times ۲-۲=۶-۲=۴$$
$$a_۳-b_۲=۱-۴=-۳$$

۱۸ با جایگذاری $n=۱,۲,۳,۴$، به ترتیب جملات دوم تا پنجم را به‌دست می‌آوریم:

$$a_۱=۳$$
$$n=۱\rightarrow a_۲=-a_۱+(-۱)^۱ \overset{a_۱=۳}{=\!=\!=} -۳-۱=-۴$$
$$n=۲\rightarrow a_۳=-a_۲+(-۱)^۲ \overset{a_۲=-۴}{=\!=\!=} ۴+۱=۵$$

www-kanoon-ir

$$n=۳\rightarrow a_۴=-a_۳+(-۱)^۳\overset{a_۳=۵}{=\!=\!=}-۵-۱=-۶$$

$$n=۴\rightarrow a_۵=-a_۴+(-۱)^۴\overset{a_۴=-۶}{=\!=\!=}۶+۱=۷$$