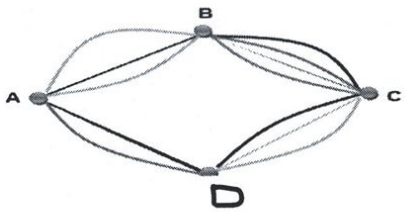
آموزش و پرورش استان همدان	اداره آموزش و پرورش ناحیه ۲ همدان
سؤالات امتحان درس : ریاضی و آمار(۳)	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۸
نام و نام خانوادگی : ..... شماره لیست :	مدت امتحان : ۹۰ دقیقه
پایه/ رشته تحصیلی : دوازدهم انسانی کلاس : ۳۰۴	تعداد سؤالات : ۱۴ سؤال در ۴ صفحه دبیر: البرزی
نام آموزشگاه : دبیرستان استعدادهای درخشان علامه حلی ۲ همدان	

ردیف	صفحهٔ اوّل سؤالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) هفت نفر به ۵۰۴۰ طریق می توانند روی یک نیمکت بنشینند. ب) $۲! + ۳! = ۵!$ ج) به نتایج ممکن یک آزمایش تصادفی «برآمد» هم می گوئیم د) مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$، ۲۸ زیر مجموعه سه عضوی دارد؟	۱
۲	جاهای خالی را با اعداد ، کلمات یا جملات مناسب پر کنید . الف) $p(\emptyset) = \cdots$ و $A \cap A' = \cdots$ ب) هر زیر مجموعه از فضای نمونه ای را یک..... می نامیم. پ) فضای نمونه ای پرتاب سه سکه و دو تاس به طور هم زمان..... عضو دارد. ت) جمله سوم دنباله $a_n = ۵n^۲ + n + ۱$ ، برابر .....است.	۲
۳	به چند طریق می توان در شکل مقابل از شهر A به شهر C رفت و دوباره به شهر A برگشت به شرط آنکه هنگام برگشت از هیچ یک از جاده های رفت عبور نکرده باشیم ؟(در رفت دقیقاً ۲ جاده و در برگشت نیز دقیقاً دو جاده طی می شود) ۱) ۲۲۸ ۲) ۲۱۶ ۳) ۱۴۴ ۴) ۳۴ (نوشتن راه حل الزامی است) 	۱

www-kanoon-ir

	صفحهٔ چهارم سؤالات	
۱۳	جمله پنجم از دنبالهٔ اعداد با رابطه $a_{n+1}=\frac{2}{1+a_n}$, $a_1=2$ کدام است؟	۱
۱۴	جدول زیر را کامل کنید.	۳

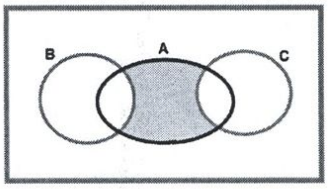
دنبالهٔ دو ضابطه ای	ضابطه دنباله	رابطه بازگشتی	جملات دنباله
			۵,۸,۱۱,۱۴,۱۷, ...
			۴,۱,۴,۱,۴,۱, ...
			$1,\frac{1}{2},3,\frac{1}{4},5,\frac{1}{6},\ldots$
			$\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{4},\frac{4}{5},\ldots$

جمع	پیروز و سلامت باشید. البرزی	۲۰

www-kanoon.ir

	صفحهٔ سوم سؤالات	
۹	خانواده ای دارای ۳ فرزند است مطلوب است: الف) فضای نمونه ای فرزندان این خانواده. ب) پیشامد این که قیقاً یک فرزند دختر داشته باشد. ج) پیشامد این که حداقل ۲ فرزند پسر داشته باشد.	۱/۵
۱۰	تاسی را دو بار پرتاب می کنیم، مطلوب است احتمال اینکه: الف) اعداد رو شده اول باشند. ب) مجموع اعداد رو شده۷ باشد. ج) اعداد رو شده تاس اول بزرگتر از اعداد رو شده تاس دوم باشد. ه) مجموع اعداد رو شده مضرب ۴ باشد.	۲
۱۱	تعداد اعداد چهار رقمی که با ارقام ۱,۲,۳,۴,۵,۶ می توان نوشت به طوری که حداقل دو رقم آن تکراری باشد را بیابید؟	۱
۱۲	نمودار دنباله زیر را برای $n \leq ۵$ رسم کنید. $a_n = \frac{-۱}{۲}n + ۳$	۱

www-kanoon.ir

ردیف	صفحهٔ دوّم سؤالات	بارم
۴	با اعداد ۱,۲,۴,۷,۸,۹ چند چهار رقمی می توان ساخت که از سمت چپ با رقم زوج شروع و از سمت راست به رقم فرد ختم شود؟(بدون تکرار ارقام) ۱) ۱۶۰ ۲) ۱۴۴ ۳) ۶۸ ۴) ۱۰۸ (نوشتن راه حل الزامی است)	۱
۵	مجموعه های A و B ، C مطابق شکل زیر مفروض اند، کدام مورد برای قسمت سایه خورده، نادرست است؟  ۱) $A \cap (B' \cap C')$ ۲) $A \cap (B \cup C)'$ ۳) $(A-C) \cap (A-B)$ ۴) $(A-C) \cup (A-B)$	۰/۵
۶	روی یک نیمکت۴ دانش آموز نشسته اند. با کدام احتمال لااقل ۲ نفر از آنان در یک ماه سال متولد شده اند؟ ۱) $\frac{۴۱}{۹۶}$ ۲) $\frac{۲۳}{۴۸}$ ۳) $\frac{۲۵}{۴۸}$ ۴) $\frac{۵۵}{۹۶}$ (نوشتن راه حل الزامی است)	۱/۵
۷	جعبه ای شامل۴ مهره قرمز و ۳ مهره آبی و ۲ مهره سبز است، به تصادف سه مهره بیرون می آوریم . مطلوب است، احتمال اینکه:الف) هر ۳ مهره از یک رنگ باشد. ب) رنگ سه مهره متفاوت باشد. ج) احتمال اینکه حداقل ۲ مهره آبی باشد. د) احتمال اینکه ۲ مهره قرمز و یکی سبز باشد.	۲
۸	۷پرچم مختلف را به هفت میلهٔ پرچم نصب کرده ایم و روی میله ها شماره های ۱ تا ۷ را حک کرده ایم،چنانچه این پرچم ها به طور تصادفی کنار هم قرار گیرند، مطلوب است محاسبهٔ احتمال اینکه میلهٔ پرچم ها با شماره های غیر اوّل در مکان های زوج باشند؟	۱/۵

www.kanoon.ir

آموزش و پرورش استان همدان	اداره آموزش و پرورش ناحیه ۲ همدان
سؤالات امتحان درس : ریاضی و آمار(۳)	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۸
نام و نام خانوادگی : ..... شماره لیست :	مدت امتحان : ۹۰ دقیقه
پایه/ رشته تحصیلی : دوازدهم انسانی کلاس : ۳۰۴	تعداد سؤالات : ۱۴ سؤال در ۴ صفحه دبیر: البرزی
نام آموزشگاه : دبیرستان استعدادهای درخشان علامه حلی ۲ همدان	

نام مؤلف: احسان غنی زاده - داروساز رتبه ی ۱۶۴۷ منطقه ی ۲ سال ۹۸ - طراح و ویراستار استاد ریاضی آزمون های کانون - مؤلف کتاب ۳ سطحی و پرتکرار ریاضی و آمار کانون

۱ درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.

الف) هفت نفر به ۵۰۴۰ طریق می توانند روی یک نیمکت بنشینند. ص

ب) $۵! = ۳! + ۲!$ غ

ج) به نتایج ممکن یک آزمایش تصادفی «برآمد» هم می گوئیم ص

د) مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ۲۸۰ زیر مجموعه سه عضوی دارد؟ غ

۲ جاهای خالی را با اعداد ، کلمات یا جملات مناسب پر کنید .

الف) $p(\emptyset) =$ ۰ و $A \cap A' =$ $\emptyset$

ب) هر زیر مجموعه از فضای نمونه ای را یک پیشامد می نامیم.

پ) فضای نمونه ای پرتاب سه سکه و دو تاس به طور هم زمان ۲۸۸ عضو دارد.

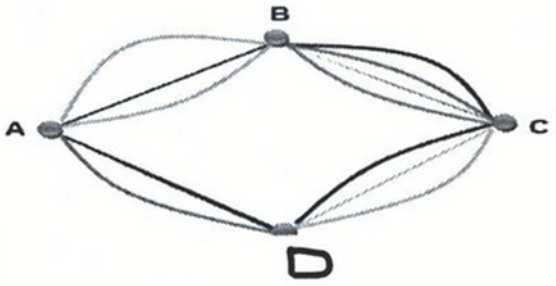
ت) جمله سوم دنباله $a_n = ۵n^۲ + n + ۱$ ، برابر ۷۹ است.

www.kanoon.ir

۳ به چند طریق می توان در شکل مقابل از شهر A به شهر C رفت و دوباره به شهر A برگشت به شرط آنکه هنگام برگشت از هیچ یک از جاده های رفت عبور نکرده باشیم ؟(در رفت دقیقاً ۲ جاده و در برگشت نیز دقیقاً دو جاده طی می شود)

۱) ۲۲۸ ۲) ۲۱۶ ۳) ۱۴۴ ✓ ۴) ۳۴

(نوشتن راه حل الزامی است)



رفت: $\begin{cases} A \to B \to C = 3 \times 4 = 12 \\ A \to D \to C = 2 \times 3 = 6 \end{cases} \xrightarrow{+} 18$

برگشت: $\begin{cases} C \to B \to A = 3 \times 2 = 6 \\ C \to D \to A = 2 \times 1 = 2 \end{cases} \xrightarrow{\oplus} 8$

$\Rightarrow$ تعداد حالت‌های کل = رفت $\times$ برگشت $= 8 \times 18 = 144$

۱۳ جمله پنجم از دنبالهٔ اعداد با رابطه $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{2}{1+a_n}$ کدام است؟

$a_2 = \frac{2}{1+a_1} = \frac{2}{1+2} = \frac{2}{3}$ $\quad a_4 = \frac{2}{1+a_3} = \frac{2}{1+\frac{6}{5}} = \frac{2}{\frac{11}{5}} = \frac{10}{11}$

$a_3 = \frac{2}{1+a_2} = \frac{2}{1+\frac{2}{3}} = \frac{2}{\frac{5}{3}} = \frac{6}{5}$ $\quad a_5 = \frac{2}{1+a_4} = \frac{2}{1+\frac{10}{11}} = \frac{2}{\frac{21}{11}} = \frac{22}{21}$

۱۴ جدول زیر را کامل کنید.

دنبالهٔ دو ضابطه ای	ضابطه دنباله	رابطه بازگشتی	جملات دنباله
	$a_n = 3n+2$	$a_{n+1} = a_n + 3$	$5,8,11,14,17,\dots$
$a_n = \begin{cases} 4 & n \text{ فرد} \\ 1 & n \text{ زوج} \end{cases}$		$\begin{cases} a_1 = 4 & a_n = 1 \\ a_{n-1} = a & a_{2n} = a_n \end{cases}$	$4,1,4,1,4,1,\dots$
$a_n = \begin{cases} n & n \text{ فرد} \\ \frac{1}{n} & n \text{ زوج} \end{cases}$			$1,\frac{1}{2},3,\frac{1}{4},5,\frac{1}{6},\dots$
	$a_n = \frac{n}{n+1}$		$\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{4},\frac{4}{5},\dots$

www.kanoon.ir

۹ خانواده ای دارای ۳ فرزند است مطلوب است:

الف) فضای نمونه ای فرزندان این خانواده. ب) پیشامد این که قیقاً یک فرزند دختر داشته باشد. ج) پیشامد این که حداقل ۲ فرزند پسر داشته باشد.

الف) $n(S) = 2^3 = 8$

$S = \{(پ پ پ), (پ پ د), (پ د پ), (د پ پ), (پ د د), (د پ د), (د د پ), (د د د)\}$

ب) $A = \{(پ د د), (د پ د), (د د پ)\}$

ج) $B = \{(پ پ پ), (پ پ د), (پ د پ), (د پ پ)\}$

۱۱ تعداد اعداد چهار رقمی که با ارقام ۱,۲,۳,۴,۵,۶ می توان نوشت به طوری که حداقل دو رقم آن تکراری باشد را بیابید؟

A' = متمم = اصلا رقم تکراری نداشته باشیم

$n(S)$ = تعداد کل $\underline{6} \times \underline{6} \times \underline{6} \times \underline{6} = 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$

$n(A') = \underline{6} \times \underline{5} \times \underline{4} \times \underline{3} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 30 \times 12 = 360$

$\Rightarrow n(A) = n(S) - n(A') = 1296 - 360 = 936$

www.kanoon.ir

۱۲ نمودار دنباله زیر را برای $n \leq 5$ رسم کنید.

$$a_n = \frac{-1}{2}n + 3$$

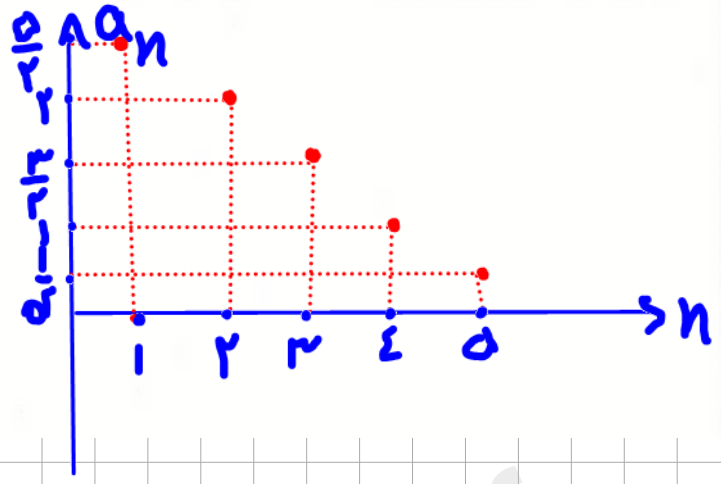
$a_1 = -\frac{1}{2} + 3 = \frac{5}{2}$

$a_2 = -1 + 3 = 2$

$a_3 = -\frac{3}{2} + 3 = \frac{3}{2}$

$a_4 = -2 + 3 = 1$

$a_5 = -\frac{5}{2} + 3 = \frac{1}{2}$

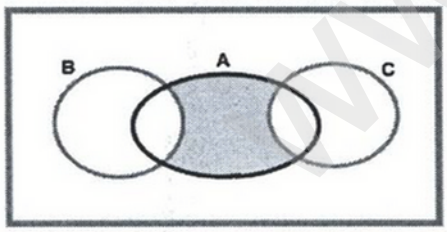


۴ با اعداد ۱,۲,۴,۷,۸,۹ چند چهار رقمی می توان ساخت که از سمت چپ با رقم زوج شروع و از سمت راست به رقم فرد ختم شود؟(بدون تکرار ارقام) ۱) ۱۶۰ ۲) ۱۴۴ ۳) ۶۸ ۴) ۱۰۸

(نوشتن راه حل الزامی است)

$$\frac{3}{\text{زوج}} \times 4 \times 3 \times \frac{3}{\text{فرد}} = 3 \times 4 \times 3 \times 3 = 108$$

۵ مجموعه های A و B ، C مطابق شکل زیر مفروض اند، کدام مورد برای قسمت سایه خورده، نادرست است؟



۱) $A \cap (B' \cap C')$ ۲) $A \cap (B \cup C)'$

۳) $(A - C) \cap (A - B)$ ✓ ۴) $(A - C) \cup (A - B)$

www-karnoon-ir

۶ روی یک نیمکت۴ دانش آموز نشسته اند. با کدام احتمال لااقل ۲ نفر از آنان در یک ماه سال متولد شده اند؟ ۱) $\frac{۴۱}{۹۶}$ ۲) $\frac{۲۳}{۴۸}$ ۳) $\frac{۲۵}{۴۸}$ ۴) $\frac{۵۵}{۹۶}$

(نوشتن راه حل الزامی است)

A' = هیچ کدام در یک ماه متولد نشده باشند

$P(A') = \frac{۱۲}{۱۲} \times \frac{۱۱}{۱۲} \times \frac{۱۰}{۱۲} \times \frac{۹}{۱۲} = \frac{۹۰ \times ۱۱}{۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲} = \frac{۹۰ \times ۱۱}{۹ \times ۱۶ \times ۱۲} = \frac{۱۱۰}{۱۶ \times ۱۲} = \frac{۲۵}{۹۶}$

$\Rightarrow P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۲۵}{۹۶} = \frac{۷۱}{۹۶}$

۷ جعبه ای شامل۴ مهره قرمز و ۳ مهره آبی و ۲ مهره سبز است، به تصادف سه مهره بیرون می آوریم. مطلوب است، احتمال اینکه:الف) هر ۳ مهره از یک رنگ باشد. ب) رنگ سه مهره متفاوت باشد. ج) احتمال اینکه حداقل ۲ مهره آبی باشد. د) احتمال اینکه ۲ مهره قرمز و یکی سبز باشد.

الف) $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{۴}{۳} + \binom{۳}{۳}}{\binom{۹}{۳}} = \frac{۵}{۸۴}$

ب) $P(B) = \frac{\binom{۲}{۱}\binom{۳}{۱}\binom{۴}{۱}}{\binom{۹}{۳}} = \frac{۲۴}{۸۴} = \frac{۱۲}{۴۲} = \frac{۶}{۲۱} = \frac{۲}{۷}$

ج) $P(C) = \frac{\binom{۴}{۲}\binom{۹}{۱} + \binom{۳}{۳}}{\binom{۹}{۳}} = \frac{۳۰+۱}{۸۴} = \frac{۳۱}{۸۴}$

د) $P(D) = \frac{\binom{۴}{۲}\binom{۲}{۱}}{\binom{۹}{۳}} = \frac{۱۲}{۸۴} = \frac{۶}{۴۲} = \frac{۳}{۲۱} = \frac{۱}{۷}$

www.kanoon-ir

۸ ۷پرچم مختلف را به هفت میلهٔ پرچم نصب کرده ایم و روی میله ها شماره های ۱ تا ۷ را حک کرده ایم،چنانچه این پرچم ها به طور تصادفی کنار هم قرار گیرند، مطلوب است محاسبهٔ احتمال اینکه میلهٔ پرچم ها با شماره های غیر اوّل در مکان های زوج باشند؟

مکان ۱ مکان ۲ مکان ۳ مکان ۴ مکان ۵ مکان ۶ مکان ۷

پرچم های اول: ۲ و ۳ و ۵

پرچم های غیر اول: ۱, ۴, ۶

۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴

تعداد حالت های مساعد $= ۴ \times ۳ \times ۳ \times ۲ \times ۳ \times ۱ \times ۱ = ۴! \times ۳! = ۱۴۴$

تعداد کل حالت ها $= ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱$

$$\rightarrow P(A) = \frac{۱۴۴}{۵۰۴۰} = \frac{۱}{۳۵}$$

www.kanoon.ir

www-kanoon-ir